

अनिवार्य गणित

माध्यमिक तहका खुला विद्यालयका
सिकारूका लागि अभ्यास पुस्तिका

२०७२

१. परिचय

प्राचीन कालदेखि नै हाम्रो दैनिक जीवनमा समूह सिद्धान्त (set theory) प्रयोग हुँदै आएको छ । खेलकुद वा घरायसी काममा पनि यसको प्रयोग पहिलो पटक गणितज्ञ जर्ज कान्टरले गरेका हुन् । त्यसैले उनलाई समूहका जन्मदाताका रूपमा लिइन्छ । जोन भेन (John Venn) ले ज्यामितीय आकृतिबाट समूहको सम्बन्धलाई अभि प्रस्तुत गरेको पाइन्छ । आधुनिक गणितको अध्ययनमा समूह सिद्धान्त (set theory) नभई नहुने विषय वस्तु बनेको छ । समूह शब्दलाई group, collection, aggregate, class आदि शब्दहरूबाट पनि चिनिन्छ ।

माध्यमिक शिक्षा पाठ्यक्रम २०६४ र विशिष्टीकरण तालिका २०६५ ले कक्षा १० को अनिवार्य गणित विषयमा समूह पाठबाट निम्न लिखित विषयवस्तु, परीक्षाका लागि संज्ञानात्मक क्षेत्रअनुसारका प्रश्न सङ्ख्या र अङ्क भारको व्यवस्था गरेको छ ।

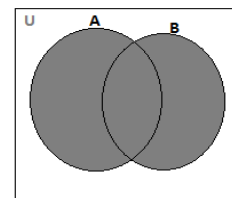
क्र.स.	विषयवस्तु तथा संज्ञान क्षेत्र	ज्ञान र बोध	सिप	जम्मा अङ्क	सिप	समस्या समाधान	जम्मा अङ्क	कुल जम्मा अङ्क	क्षेत्रगत कुल जम्मा अङ्क
		छोटा उत्तर आउने			लामो उत्तर आउने प्रश्न				
१	समूह (Set)				१		४	४	४

२. आधारभूत तथ्य तथा सूत्र

यो एकाइ अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीहरू समूह सम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरूमा भेन चित्रको प्रयोगद्वारा समाधान गर्न सक्ने छन् । यसका लागि दुई र तिन समूहको शाब्दिक समस्याहरू सोधिने छन् । यी उद्देश्य प्राप्त गर्न निम्न लिखित विषय वस्तुका बारेमा विद्यार्थीलाई जानकारी हुन आवश्यक छ ।

(क) समूहको संयोजन ($A \cup B$)

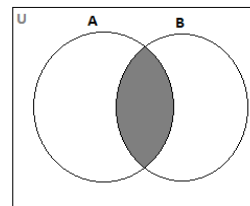
यदि A र B दुई ओटा समूह भए ($A \cup B$) भन्नाले A मा मात्र, B मा मात्र अथवा A तथा B दुवैमा भएका सबै सदस्य पर्छन् ।



(ख) समूहहरूको प्रतिच्छेदन ($A \cap B$)

यदि A र B दुई ओटा समूह भए समूहको प्रतिच्छेदन

($A \cap B$) मा A र B दुवैमा भएका साझा सदस्यहरू पर्छन् ।

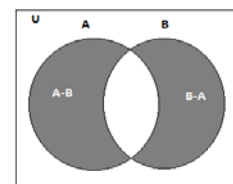


(ग) समूहहरूको फरक

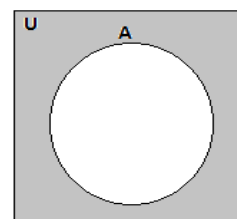
(अ) समूह A फरक B , ($A - B$) मा A मा मात्र भएका सदस्यहरू पर्छन् ।

(आ) समूह B फरक A , ($B - A$) मा B मा मात्र भएका

सदस्यहरू पर्छन् ।



(घ) समूहको पुरक A^c अथवा A' मा A मा नभएका तर सर्वव्यापक समूह U मा भएका सदस्यहरू पर्छन् ।



(ङ) समूहको गणात्मकता

समूहमा रहेका सदस्यहरूको सङ्ख्यालाई त्यस समूहको गणात्मकता भनिन्छ । यसलाई $n(A)$, $n(B)$ आदिले जनाइन्छ ।

यस पाठमा प्रयोग हुने केही सूत्रहरू

सूत्रहरू भेनचित्रका मद्दतबाट बनाउने प्रयास गरिनुपर्छ । केही महत्त्वपूर्ण सूत्रहरू तल प्रस्तुत गरिएका छन् :

(क) यदि A र B दुई ओटा समूह र U सर्वव्यापक समूह हो भने

(अ) $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ नखटिएको समूहका लागि

(आ) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ खटिएको समूहका लागि

(इ) $n(\overline{A \cup B}) = n(U) - n(A \cup B)$

(ई) $n_0(A) = n(A) - n(A \cap B)$

(उ) $n_0(B) = n(B) - n(A \cap B)$

(ख) समूहहरू A , B र C छन् साथै U सर्वव्यापक समूह हो भने :

(अ) $n = n + n + n - n - n - n + n$

(आ) $n(U) = n(A \cup B \cup C) + n(\overline{A \cup B \cup C})$

(इ) $n_0(A) = n(A) - n(A \cap B) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

(ई) $n_0(B) = n(B) - n(A \cap B) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

(उ) $n_0(C) = n(C) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

३. प्रश्नको उत्तर दिँदा ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू

- (क) प्रश्नलाई ध्यान दिएर पढ्नुहोस् ।
- (ख) प्रश्नमा दिइएका कुराहरूलाई छुट्याएर लेख्नुहोस् ।
- (ग) भेनचित्र पेन्सिलले कोर्नुहोस् ।
- (घ) भेनचित्रमा नामकरण वा सङ्केत दिनुपरेमा पनि पेन्सिलले नै लेख्नुहोस् ।
- (ङ) भेनचित्र पहिले बनाउने वा पछि बनाउने स्पष्ट हुनुहोस् ।

४. नमुना प्रश्नोत्तर तथा अभ्यास

नमुना प्रश्न १

A र B सर्वव्यापक समूह U का उपसमूहहरू हुन् । यदि $n(U) = 60$, $n(A) = 35$, $n(B) = 25$ र $n(A \cap B) = 10$ भए,

(क) माथिको तथ्यलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ख) $n(\overline{A \cup B})$ को मान निकाल्नुहोस् ।

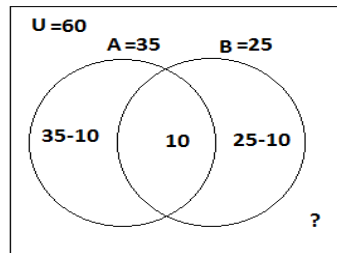
उत्तर : यहाँ, दिइएको $n(U) = 60$,

$$n(A) = 35,$$

$$n(B) = 25 \text{ र}$$

$$n(A \cap B) = 10$$

(क)



$$\begin{aligned} \text{(ख) सूत्रअनुसार, } n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 35 + 25 - 10 \\ &= 50 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{अब, } n(\overline{A \cup B}) &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 60 - 50 \\ &= 10 \end{aligned}$$

अभ्यासका लागि प्रश्न

माथिका उदाहरण हेरी तलका प्रश्नहरू हल गर्नुहोस् ।

१. यदि $n(U) = 100$, $n(A) = 73$, $n(B) = 85$ र $n(\overline{A \cup B}) = 7$ भए,

(क) $n(A \cap B)$ को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) यो तथ्यलाई भेन चित्रमा देखाउनुहोस् ।

२. यदि $n(U) = 100$, $n(A) = 60$, $n(B) = 50$, $n(C) = 30$, $n(A \cap B) = 25$,
 $n(B \cap C) = 20$, $n(A \cap C) = 15$, $n(A \cap B \cap C) = 5$ भए,

(क) $n(\overline{A \cup B \cup C})$ को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) उक्त तथ्यलाई भेन चित्रमा देखाउनुहोस् ।

३. यदि $n(U) = x$, $n(A) = x - 20$, $n(B) = x - 30$, $n(A \cap B) = 40$

र $n(\overline{A \cup B}) = x - 70$ भए,

(क) x को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) यो तथ्यलाई भेन चित्रमा देखाउनुहोस् ।

उत्तरहरू : १ क) 65 २ क) 15 ३ क) 80

नमुना प्रश्न २

120 जनाको एउटा समूहमा 90 जनालाई गणित मन पर्दो रहेछ, 72 जनालाई विज्ञान मन पर्दो रहेछ र 10 जनालाई दुवै मन नपर्ने रहेछ भने,

(क) उक्त तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ख) दुवै विषय मन पराउनेको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर : (क) यहाँ दिइएको, जम्मा सङ्ख्या $n(U) = 120$ जना,

गणित मन पराउनेको सङ्ख्या $n(M) = 90$ जना,

विज्ञान मन पराउनेको सङ्ख्या $n(S) = 72$ जना,

दुवै मन नपराउने $n(\overline{M \cup S}) = 10$ जना

(ख) दुवै विषय मन पराउनेको सङ्ख्या $n(M \cap S) = ?$

सूत्रअनुसार, $n(M \cup S) = n(U) - n(\overline{M \cup S})$

$$= 120 - 10$$

$$= 110 \text{ जना}$$

अब, $n(M \cap N) = n(M) + n(S) - n(M \cup S)$

$$= 90 + 72 - 110$$

$$= 52 \text{ जना}$$

दुवै विषय मन पराउनेको सङ्ख्या 52 जना रहेछ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

माथिका उदाहरण हेरी तलका प्रश्नहरू हल गर्नुहोस् ।

१. 12 जनाको एउटा समूहमा 9 जनालाई ममः मन पर्दो रहेछ, 7 जनालाई चाउमिन मन पर्दो रहेछ र 2 जनालाई दुवै मन नपर्ने रहेछ भने,

(क) उक्त तथ्याङ्कलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ख) दुवै मन पराउनेको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

२. कुनै गाउँको जनसङ्ख्या 4000 मध्ये 2000 ले कान्तिपुर, 1800 ले नागरिक दैनिक पत्रिका पढ्दा रहेछन् र 400 जनाले कुनै पनि पत्रिका पढ्दैनन् भने,

(क) उक्त तथ्यलाई भेनचित्रमा देखाउनुहोस् ।

(ख) दुवै पत्रिका पढ्ने मानिसको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

३. एउटा विद्यालयका 60 जना विद्यार्थीमध्ये 35 जनाले सङ्गीत र 45 जनाले नृत्यको कक्षा लिन्छन् भने दुवै कक्षा लिने विद्यार्थीको सङ्ख्या पत्ता लगाई भेनचित्रमा देखाउनुहोस् ।

उत्तरहरू :

१ ख) 6 जना २ ख) 200 जना ३ 20 जना

नमुना प्रश्न ३

200 जनामा गरिएको सर्वेक्षणमा 30 जना नृत्य गर्न र गाउन दुवै नजान्ने, 60 जना गाउन मात्र जान्ने र 50 जना नृत्य मात्र जान्ने पाइयो भने,

(क) उक्त तथ्याङ्कलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ख) नृत्य जान्नेको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर :

यहाँ दिइएको जम्मा सङ्ख्या $n(U) = 200$ जना,

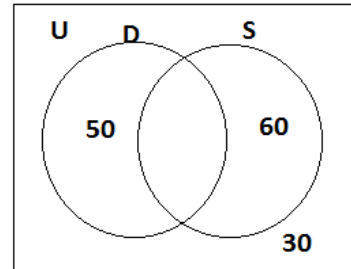
नृत्य र गाउन दुवै नजान्ने $n(\overline{D \cup S}) = 30$ जना,

गाउन मात्र जान्ने $n_o(S) = 60$ जना,

नृत्य मात्र जान्ने $n_o(D) = 50$ जना र

गित गाउन जान्ने सङ्ख्या $n(D) = ?$

(क) भेनचित्रमा देखाउँदा,



(ख) सूत्रअनुसार नृत्य र गाउन जान्ने जम्मा, $n(D \cup S) = n(U) - n(\overline{D \cup S})$
 $= 200 - 30$
 $= 170$ जना

नृत्य र गाउन दुवै जान्ने $n(D \cap S) = n(D \cup S) - n_o(D) - n_o(S)$
 $= 170 - 50 - 60$
 $= 60$ जना

अब, नृत्य जान्नेको सङ्ख्या $n(D) = n_o(D) + n(D \cap S)$
 $= 50 + 60$
 $= 110$ जना

अभ्यासका लागि प्रश्न

माथिका उदाहरण हेरी तलका प्रश्नहरू हल गर्नुहोस् ।

१. 50 जनामा गरिएको सर्वेक्षणमा 10 जना नेपाली र अङ्ग्रेजी दुवै नजान्ने, 25 जना नेपाली मात्र जान्ने र 8 जना अङ्ग्रेजी मात्र जान्ने पाइयो भने,
(क) उक्त तथ्याङ्कलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
(ख) अङ्ग्रेजी जान्नेको जम्मा सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
२. 400 जनाको एउटा सर्वेक्षणमा 100 जना क्रिकेट र फुटबल दुवै नखेल्ने, 250 जना फुटबल मात्र खेल्ने र 88 जना क्रिकेट मात्र जान्ने पाइयो भने,
(क) उक्त तथ्याङ्कलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
(ख) क्रिकेट खेल्नेको जम्मा सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
३. एउटा परीक्षामा 40 % गणितमा मात्र उत्तीर्ण, 30 % विज्ञानमा मात्र उत्तीर्ण र ५ % दुवैमा अनुत्तीर्ण भए भने,
(क) दुवै विषयमा कति प्रतिशत उत्तीर्ण भए ?
(ख) गणितमा जम्मा कति प्रतिशत उत्तीर्ण भए ?
- १ ख) 15 जना २ ख) 126 जना ३ ख) 65 % ४ ख) 25 %

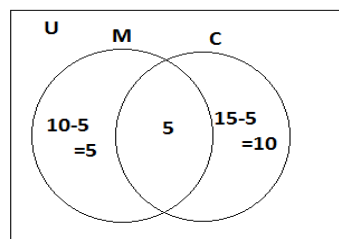
नमुना प्रश्न ४

- 30 जना गाउँलेमा गरिएको सर्वेक्षणमा 10 जनाले दुध, 15 जनाले दही र 5 जनाले दुवै मन पराउने बताए भने,
(क) उक्त तथ्याङ्कलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
(ख) दुध र दही दुवै नपिउनेको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर :

यहाँ दिइएको, जम्मा सङ्ख्या $n(U) = 30$ जना
दुध मन पराउने $n(M) = 10$ जना
दही मन पराउने $n(C) = 15$ जना
दुवै मन पराउने $n(M \cap C) = 5$ जना
दुवै मन नपराउने $n(\overline{M \cup C}) = ?$

(क) भेनचित्रमा देखाउँदा,



$$\begin{aligned}
 \text{(ख) सूत्रअनुसार, } n(M \cup C) &= n(M) + n(C) - n(M \cap C) \\
 &= 10 + 15 - 5 \\
 &= 20 \text{ जना}
 \end{aligned}$$

$$\text{अब, } n(\overline{M \cup C}) = n(U) - n(M \cup C) = 30 - 20 = 10 \text{ जना}$$

अभ्यासका लागि प्रश्न

माथिका उदाहरण हेरी तलका प्रश्नहरू हल गर्नुहोस् ।

- कक्षा ११ का ३५० जना विद्यार्थीलाई प्रश्न गर्दा २०० जनाले पोखरा मन पराए, २२० जनाले चितवन मन पराए र १२० जनाले दुवै ठाउँ मन पराएको पाइयो भने,
(क) उक्त तथ्याङ्कलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
(ख) दुवै ठाउँ मन नपराउनेको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
- ३०० जना सिपाहीमा गरिएको सर्वेक्षणमा ७५ जनाले चिया, १५० जनाले कफी र ५० जनाले दुवै मन पराउने बताए भने,
(क) उक्त तथ्याङ्कलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
(ख) चिया र कफी दुवै मन नपराउनेको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा कलेजमा २०० जना विद्यार्थी रहेछन् । त्यसमध्ये ३० जना गाउन र नृत्य दुवै जान्ने रहेछन्, १२० जना गाउन जान्ने र ८० जना नृत्य जान्ने रहेछन् भने,
(क) उक्त तथ्याङ्कलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
(ख) गाउन र नृत्य दुवै नजान्नेको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तरहरू

१ ख) ५० जना २ ख) १२५ जना ३ ख) ३० जना

नमुना प्रश्न ५

६० जनाले दिएको एउटा परीक्षामा ७० % अङ्ग्रेजीमा उत्तीर्ण, ७५% गणितमा उत्तीर्ण र ६० % दुवैमा उत्तीर्ण भए भने,

(क) दुवै विषयमा अनुत्तीर्ण हुने कति जना रहेछन् ?

(ख) एक विषयमा मात्र उत्तीर्ण हुने कति रहेछन् ?

यहाँ, जम्मा सङ्ख्या $n(U) = 60$

अङ्ग्रेजीमा उत्तीर्ण $n(E) = 70\%$

गणितमा उत्तीर्ण $n(M) = 75\%$

दुवैमा उत्तीर्ण $n(E \cap M) = 60\%$

(क) सूत्रअनुसार, $n(E \cup M) = n(E) + n(M) - n(E \cap M)$

$$= 70\% + 75\% - 60\%$$

$$= 85\%$$

फेरि, $n(\overline{E \cup M}) = 100\% - 85\%$

$$= 15\%$$

अब दुवै विषयमा अनुत्तीर्ण हुने सङ्ख्या $= 60 \times \frac{15}{100} = 9$ जना

$$\begin{aligned} \text{(ख) एक विषयमा मात्र उत्तीर्ण} &= n_0(E) + n_0(M) \\ &= (70\% - 60\%) + (75\% - 60\%) \\ &= 25\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{अब, एक विषयमा मात्र उत्तीर्ण} &= 60 \times \frac{25}{100} \\ &= 15 \text{ जना} \end{aligned}$$

अभ्यासका लागि प्रश्न

माथिका उदाहरण हेरी तलका प्रश्नहरू हल गर्नुहोस् ।

१. एउटा परीक्षामा 70 % अङ्ग्रेजीमा उत्तीर्ण, 75 % गणितमा उत्तीर्ण र 60 % दुवैमा उत्तीर्ण भएका रहेछन् यदि दुवैमा 9 जना अनुत्तीर्ण भएका रहेछन् भने जम्मा कति जनाले परीक्षा दिएका रहेछन् पत्ता लगाउनुहोस् । उत्तर :
२. विजयपुर गाउँका महिलाको सर्वेक्षणमा 45 % महिलाले तिज मनाउँदा रहेछन्, 65% महिलाले छठ मनाउँदा रहेछन् र 28 % ले दुवै मनाउँदा रहेछन् भने भेनचित्र बनाई कम्तीमा एउटा पर्व मन पराउने महिलाको प्रतिशत पत्ता लगाउनुहोस् । उत्तर :
३. सञ्जीवनीका विद्यार्थीहरू मध्ये 50% ले चिया मन पराउदा रहेछन्, 70% ले कफी मन पराउदा रहेछन्, 10 % लाई दुबै मन नपर्ने रहेछ । 120 जनाले दुबै मन पराउने पाईयो भने भेन चित्रको प्रयोग गरी जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तरहरू :

१. 60 जना
२. 82 %
३. 400 जना

नमुना प्रश्न ६

एउटा समूहमा गरिएको सर्वेक्षणमा चिया मन पराउने 60 जना, कफी मन पराउने 45 जना, दुध मन पराउने 30 जना, कफी र चिया दुवै मन पराउने 25 जना, चिया र दुध दुवै मन पराउने 20 जना, कफी र दुध दुवै मन पराउने 15 जना र तिनैओटा मन पराउने 10 जना भेटिए भने जम्मा कति जनालाई सो प्रश्न सोधिएको थियो ? भेन चित्र बनाई हल गर्नुहोस् ।

समाधान :

सर्वेक्षणमा सहभागी जम्मा व्यक्तिहरूलाई 'U' साथै चिया, कफी र दुध लाई T, C र M क्रमसँगै मान्दा,

$$n(T) = 60$$

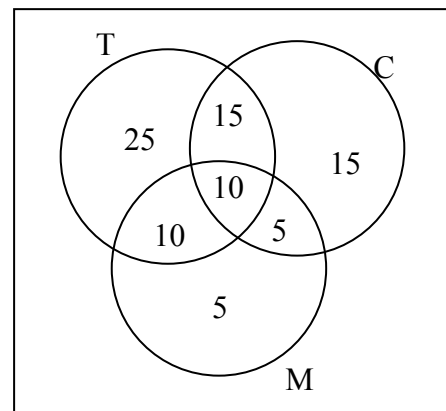
$$n(C) = 45$$

$$n(M) = 30$$

$$n(C \cap T) = 25$$

$$n(T \cap M) = 20$$

$$n(C \cap M) = 15$$



$$n(T \cap C \cap M) = 10$$

अब,

$$\begin{aligned} n(T \cap C \cap M) &= n(T) + n(c) + n(M) - n(T \cap C) - n(T \cap M) - n(C \cap M) \\ &\quad - n(T \cap C \cap M) + n(T \cap C \cap M) \\ &= 60 + 45 + 30 - 25 - 20 - 15 + 10 \\ &= 85 \text{ जना} \end{aligned}$$

अतः सर्वेक्षणमा सोधिएका जम्मा मानिस 85 जना रहेछन् ।

क्षेत्र : २**अङ्क गणित (Arithmetic)****क्षेत्र परिचय**

माध्यमिक शिक्षा पाठ्यक्रम २०६४ र विशिष्टीकरण तालिका २०६५ ले कक्षा १० को अनिवार्य गणित विषयमा निम्नानुसारका विषय वस्तु, परीक्षाका लागि संज्ञानात्मक क्षेत्रअनुसारका प्रश्न सङ्ख्या र अङ्क भारको व्यवस्था गरेको छ ।

क्रस	विषय वस्तु/संज्ञान क्षेत्र	ज्ञान र बोध	सिप	जम्मा अङ्क	सिप	समस्या समाधान	जम्मा अङ्क	कुल जम्मा अङ्क	क्षेत्रगत कुल जम्मा अङ्क
२		छोटा उत्तर आउने			लामो उत्तर आउने प्रश्न				
२.१	समय र कार्य/काम					१	४	४	१६
२.२	नाफा र नोक्सान		१	२		१	४	४	
२.३	चक्रिय ब्याज, जनसङ्ख्या वृद्धि र मिश्र ह्रास	१		२	१		४	६	

पाठ २.१ : समय र कार्य/काम (Time and Work)**१. परिचय**

यस पाठमा ऐकीक नियमका आधारमा समय र कार्य/कामसँग सम्बन्धित समस्याहरू समाधान गर्ने खालका समस्याहरू समावेश गरिएका छन् । परीक्षामा यसका विषय वस्तुबाट समस्या समाधान तहको एउटा लामो उत्तर आउने प्रश्न सोधिने व्यवस्था छ ।

१. आधारभूत तथ्य तथा सूत्रहरू**(क) विचरण (Variation)**

हाम्रो दैनिक जीवनमा आइरहने व्यावहारिक समस्यालाई वस्तुको परिणाम, तिनको मूल्य, कामदारको सङ्ख्या, काम गर्न लाग्ने सङ्ख्या जस्ता विभिन्न चरहरूको अन्तर सम्बन्धलाई विचरण भनिन्छ । विचरण दुई किसिमका हुन्छन् ।

(अ) **प्रत्यक्ष विचरण (Direct Variation)** : यदि हामीले एउटा परिणामलाई घटाउँदा अर्को परिणाम पनि घट्छ भने र एउटा परिणाम बढाउँदा अर्को परिणाम पनि बढ्छ भने त्यस्तो

विचरणको प्रक्रियालाई प्रत्यक्ष विचरण भनिन्छ । उदाहरणका लागि यदि दुईओटा कापीको मूल्य रु. ४० पर्छ भने एउटा कापीको मूल्य $\text{रु. } 40 \div 2 = \text{रु. } 20$ हुन्छ । त्यसै गरी ४ ओटा कापीको मूल्य $\text{रु. } 20 \times 4 = \text{रु. } 80$ हुन्छ ।

(आ) अप्रत्यक्ष विचरण (Indirect Variation) : यदि हामीले एउटा परिणामलाई घटाउँदा अर्को परिणाम बढ्छ भने र एउटा परिणाम बढाउँदा अर्को परिणाम घट्छ भने त्यस्तो विचरणको प्रक्रियालाई अप्रत्यक्ष विचरण भनिन्छ । उदाहरणका लागि यदि दुई जना मानिसले एउटा काम ४ दिनमा गर्न सक्छन् भने १ जना मानिसले सो काम गर्न 4×2 दिन = ८ दिन लगाउँछन् । त्यस्तै, गरी त्यही काम ४ जना मानिसले $8 \div 4 = 2$ दिन लगाउँछन् ।

२. विशेष ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू

- दिइएको परिमाणलाई एउटै एकाइमा बदल्नुपर्दछ । एक एकाइमा परिवर्तित परिमाणलाई सोधिएको परिमाणमा लैजानुपर्दछ । परिमाण धेरै हुने भए गुणा र थोरै हुने भए भाग गर्ने कुरा याद गर्नुपर्दछ । तर भिन्न मान एकभन्दा कम हुने भएमा यो क्रिया उल्टो हुन्छ । बदल्नुपर्ने कुराहरू धेरै भएमा एक पटकमा एउटालाई मात्र बदल्नुपर्दछ ।
- जुन एकाइमा उत्तर निकाल्नुपर्ने हो त्यसलाई दायाँतर्फ लेख्नुपर्दछ ।
- दिइएको समस्यालाई तालिकीकरण गरेर समाधान गर्दा सजिलो हुन्छ ।
- तालिका विधि वा समय र कार्य/काम जुन विधिबाट गर्ने भए पनि सुरुमा बाँकी रहेको कार्य/काम र दिनहरू पत्ता लगाइहाल्नुपर्दछ ।
- तालिका निर्माण गर्दा एउटा पुरै वाक्यको नम्बरहरू एउटै लहरमा लेख्नुपर्दछ ।
- जुन कुरालाई चलद्वारा मानिएको छ त्यससँग हरेक कुराको सम्बन्ध प्रत्यक्ष वा अप्रत्यक्ष कस्तो छ ? थाहा पाउनुपर्दछ, जस्तै : मान्छेको सम्बन्ध दिनसँग अप्रत्यक्ष हुन्छ भने मान्छे र कार्य/कामको सम्बन्ध प्रत्यक्ष हुन्छ ।
- प्रत्यक्ष सम्बन्ध हुनेको वाण एकैतिर फर्काउन सकिन्छ भने अप्रत्यक्ष सम्बन्धमा उल्टो दिशातिर गएको देखाइन्छ । यसरी समीकरण बनाउँदा सोहीअनुरूप लेख्न ध्यान पुऱ्याउनुपर्छ ।
- आयतभित्र कोड गरेका कुराहरूलाई विशेष ध्यान दिनुपर्छ ।
- समय र कार्य/काम विधिमा मानिसका सङ्ख्या चाहिएमा सजिलोका लागि यसलाई सबैभन्दा दायाँपट्टि लेख्ने गर्नुपर्छ ।
- मानिएको चल x, y, z आदिको मान निस्केपछि त्यसको अर्थ खुलाई उत्तर लेख्नुपर्छ ।

३. नमूना प्रश्नोत्तर तथा अभ्यास

३.१ आधारभूत तथा पुनरावलोकन अभ्यास

(दुईजनासँग सम्बन्धित समय र कामका समस्याहरू)

नमूना १ :

A र B मिलेर कुनै काम क्रमशः 20 दिनमा गर्न सक्छन् । B ले 5 दिनमा गर्ने काम A ले 4 दिनमा गर्ने भए, प्रत्येकलाई एकलै एकलै काम सक्न कति कति समय लाग्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, प्रश्नानुसार B को 5 दिनको काम = A को 4 दिनको काम

$$\therefore 5B = 4A$$

$$B = \frac{4}{5}A \text{ र } A = \frac{5}{4}B.$$

$$\text{अब, } (A + B) = (A + B)$$

$$\text{अथवा, } \left(A + \frac{4}{5}A\right) = \left(\frac{5}{4}B + B\right)$$

$$\text{अथवा, } \frac{9A}{5} = \frac{9B}{4}$$

प्रश्नानुसार,

(A + B) ले 1 काम 20 दिनमा गर्न सक्छन् ।

$\frac{9A}{5}$ ले 1 काम 20 दिनमा गर्न सक्छन् ।

$$A \text{ ले } 1 \text{ काम } 20 \times \frac{9}{5} \text{ दिनमा गर्न सक्छन् ।}$$
$$= 36 \text{ दिन ।}$$

फेरि, $\frac{90}{4}$ ले 1 काम 20 दिनमा गर्न सक्छन् ।

B ले 1 काम $20 \times \frac{9}{4}$ दिनमा गर्न सक्छन् । = 45 दिन ।

अतः A लाई सो काम सक्न 36 दिन र B लाई सो काम सक्न 45 दिन लाग्दो रहेछ ।

अर्को तरिका

मानौं, A ले 4 दिनमा x काम सिध्याउँछन् ।

\therefore A ले 1 दिनमा $\frac{x}{4}$ काम सिध्याउँछन् ।

\therefore B ले 5 दिनमा x काम सिध्याउँछन् ।

\therefore A र B मिली 1 दिनमा $\left(\frac{x}{4} + \frac{x}{5}\right)$ काम सिध्याउँछन् ।

$$= \frac{9x}{20}$$

∴ A र B मिली 20 दिनमा $9x$ काम सिध्याउँछन् ।
प्रश्नअनुसार, A र B मिली 20 दिनमा 1 काम सिध्याउँछन् ।

$$\therefore 9x = 1 \quad \text{or, } x = \frac{1}{9}$$

त्यसैले A ले 4 दिनमा $\frac{1}{9}$ काम सिध्याउँछन् ।

∴ त्यसैले A ले 4 दिनमा $\frac{1}{9}$ काम सिध्याउँछन् ।

∴ A ले 36 दिनमा 1 काम सिध्याउँछन् ।

B ले 5 दिनमा $\frac{1}{9}$ काम सिध्याउँछन् ।

B ले 45 दिनमा 1 काम सिध्याउँछन् । आवश्यक दिन = 45 दिन ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. राम र श्यामले कुनै काम 60 दिनमा गर्न सक्छन् । रामले 2 दिनमा गर्ने काम श्यामले 3 दिनमा गर्ने भए प्रत्येकलाई एक्लाएकलै काम गर्न कति कति समय लाग्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(उत्तर : 100 दिन, 150 दिन)

2. श्याम र कृष्णले कुनै काम 50 दिनमा गर्न सक्छन् । श्यामले 5 दिनमा गर्ने काम कृष्णले 3 दिनमा गर्ने भए प्रत्येकलाई एक्लाएकलै काम सक्न कति कति समय लाग्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(उत्तर : $133\frac{1}{3}$, 80 दिन)

3. उजेली र जुनकिरीले कुनै काम 70 दिनमा गर्न सक्छन् । यदि उजेलीले 4 दिनमा गर्ने काम जुनकिरीले 3 दिनमा गर्ने भए प्रत्येकलाई एक्लाएकलै काम सक्न कति समय लाग्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर : $163\frac{1}{3}$ दिन, $122\frac{1}{2}$ दिन)

नमुना 2 :

A र B ले कुनै एक काम क्रमशः 12 र 18 दिनमा सक्छन् । दुवैले काम सुरु गरको केही दिनपछि A ले छोड्छ र बाँकी काम B ले 6 दिनमा पुरा गरेछ भने A ले कति दिनसम्म सँगै काम गरेर छाडेको थियो ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ मानौं, A ले x दिनसम्म सँगै काम गरेको थियो ।

$$A \text{ को } 1 \text{ दिनको काम} = \frac{1}{12}$$

$$B \text{ को } 1 \text{ दिनको काम} = \frac{1}{18}$$

$$(A + B) \text{ को 1 दिनको काम} = \frac{1}{12} + \frac{1}{18}$$

$$(A + B) \text{ को } x \text{ दिनको काम} = x \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{18} \right)$$

$$B \text{ ले 6 दिनमा गरेको काम} = 6 \times \frac{1}{18} = \frac{1}{3}$$

$$\text{प्रश्नअनुसार, } x \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{18} \right) + \frac{1}{3} = 1$$

$$\text{अथवा, } \frac{5x}{36} = 1 - \frac{1}{3}$$

$$\text{अथवा, } x = \frac{2}{3} \times \frac{36}{5}$$

$$\text{अथवा, } x = \frac{24}{5} \quad \therefore x = 4\frac{4}{5}$$

अतः A ले $4\frac{4}{5}$ दिन सँगै काम गरेर काम छाडेको थियो ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. P र Q ले कुनै काम 15 र 18 दिनमा गर्न सक्छन् । दुवैले काम सुरु गरेको केही दिनपछि P ले छोडेछ र बाँकी काम Q ले 3 दिनमा पुरा गर्दछ भने P ले कति दिन सँगै काम गरेर छाडेको थियो ?

(उत्तर : $6\frac{9}{11}$ दिन)

2. राम र हरिले कुनै काम 20 र 24 दिनमा गर्न सक्छन् । दुवैले काम सुरु गरेको केही दिनपछि रामले छोडेछ र बाँकी काम हरिले 4 दिन काम गरेर छाडेका थिए । दुवैजना मिली कति दिनसम्म काम गरेछन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(उत्तर : $9\frac{1}{11}$ दिन)

3. धनमाया र मनमायाले कुनै काम 25 र 30 दिनमा गर्न सक्छन् । दुवैले काम सुरु गरेको केही दिनपछि धनमायाले काम छोडिछन् र बाँकी काम मनमायाले 5 दिनमा पुरा गरिन् भने धनमायाले कति दिन काम गरेर छाडेकी थिइन् ?

(उत्तर : $11\frac{4}{11}$ दिन)

नमुना 3 :

A लाई एउटा काम पुरा गर्न 20 दिन लाग्छ । एकलैले 5 दिनसम्म काम गरेर बाँकी काम B सँग मिली गर्छ । यदि सम्पूर्ण काम पुरा हुन 15 दिन लागेछ भने B एकलैले त्यो काम पुरा गर्न कति दिन लाग्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, A ले 1 काम 20 दिनमा गर्दछ ।

A ले $\frac{1}{20}$ काम 1 दिनमा गर्दछ ।

A ले $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ काम 5 दिनमा गर्दछ ।

(A + B) ले $\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}$ काम $(15 - 5) = 10$ दिनमा सक्छ ।

(A + B) ले $\frac{3}{4} \times \frac{1}{10} = \frac{3}{40}$ काम 1 दिनमा सक्छ ।

B एकलैले 1 दिनमा $\left(\frac{3}{40} - \frac{1}{20}\right)$ काम सिध्याउँछ ।

B एकलैले 1 दिनमा $= \frac{3-2}{40} = \frac{1}{40}$ काम सिध्याउँछ ।

B एकलैले 1 काम 40 दिनमा सक्छ । अतः B लाई सो काम सक्न लाग्ने समय 40 दिन ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. P लाई एउटा काम पुरा गर्न 30 दिन लाग्छ । ऊ एकलैले 5 दिनसम्म काम गरेर बाँकी काम Q सँग मिली गर्छ । यदि सम्पूर्ण काम पुरा हुन 16 दिन लागेछ भने Q एकलैलाई त्यो काम पुरा गर्न कति दिन लाग्ला ? (उत्तर : $53\frac{1}{3}$ दिन)
2. मीनालाई एउटा काम पुरा गर्न 50 दिन लाग्छ । ऊ एकलैले 20 दिनसम्म काम गरेर बाँकी काम बीनासँग मिली गर्दछिन् । यदि सम्पूर्ण काम पुरा हुन 15 दिन लागेछ भने बीना एकलैलाई त्यो काम पुरा गर्न कति दिन लाग्ला ? (उत्तर : 50 दिन)
3. प्रतिभालाई एउटा काम पुरा गर्न 60 दिन लाग्छ । ऊ एकलैले 15 दिनसम्म काम गरेर बाँकी काम रेजिनासँग मिली गर्दछिन् । यदि सम्पूर्ण काम पुरा हुन 20 दिन लागेछ भने रेजिना एकलैलाई त्यो काम पुरा गर्न कति दिन लाग्ला ? (उत्तर : 48 दिन)

नमुना 4 :

मोहन र सोहन मिलेर कुनै एउटा काम 30 दिनमा सिध्याउँछन् । दुवै मिली 20 दिनसम्म काम गरेर सोहनले छाडेछ । यदि मोहन एकलैले बाँकी काम 35 दिनमा सिध्याउन सक्छ भने सोहन एकलैले पुरै काम कति दिनमा सिध्याउलान् ?

समाधान

यहाँ, मोहन र सोहनको 30 दिनको काम = 1

अथवा, मोहन र सोहनको 1 दिनको काम = $\frac{1}{30}$

अथवा, मोहन र सोहनको 20 दिनको काम = $\frac{1}{30} \times 20 = \frac{2}{3}$

$$\text{बाँकी काम} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{मोहनले 35 दिनमा बाँकी} = \frac{1}{3} \text{ काम गर्छ ।}$$

$$\text{सोहनले 1 दिनमा बाँकी} = \frac{1}{3 \times 35} \text{ काम गर्छ ।}$$

$$\begin{aligned} \text{सोहनले 1 दिनमा बाँकी} &= \frac{1}{30} - \frac{1}{3 \times 35} \quad [\because \text{सोहन} = (\text{मोहन} + \text{सोहन}) - \text{मोहन}] \\ &= \frac{7-2}{210} \\ &= \frac{5}{210} \\ &= \frac{1}{42} \end{aligned}$$

अतः सोहनलाई 1 काम गर्न लाग्ने समय = 42 दिन ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. प्रमोद र रामचन्द्रले कुनै काम क्रमशः 30 र 20 दिनमा गर्न सक्छन् । दुवै मिली केही दिनसम्म काम गरेपछि रामचन्द्रले छोडे । यदि बाँकी काम प्रमोदले 15 दिनमा पुरा गरे भने रामचन्द्रले कति दिनसम्म सँगै काम गरेर छोडेका थिए ? (उत्तर : 6 दिन)
2. राम र श्यामले कुनै काम क्रमशः 15 र 10 दिनमा गर्न सक्छन् । दुवै मिली केही दिनसम्म गरेपछि रामले छोडे र बाँकी काम श्यामले 5 दिनमा पुरा गरेका थिए भने रामले कति दिनसम्म सँगै काम गरेर छोडेका थिए । (उत्तर : 3 दिन)
3. प्रमोद र रामचन्द्रले कुनै काम क्रमशः 30 र 20 दिनमा गर्न सक्छन् । दुवै मिली केही दिनसम्म काम गरेपछि रामचन्द्रले छोडे । यदि बाँकी काम प्रमोदले 15 दिनमा पुरा गरे भने रामचन्द्रले कति दिनसम्म सँगै काम गरेर छोडेका थिए । (उत्तर : 6 दिन)

नमुना 5 :

सौरभलाई एक दिन लाग्ने काम गौरवलाई दुई दिन लाग्छ । यदि गौरवले एउटा कामको $\frac{2}{5}$ भाग सक्न 24 दिन लगाउँछ भने दुवै मिलेर सो पुरा काम सक्न कति दिन लगाउलान् ?

समाधान :

यहाँ, गौरवले $\frac{2}{5}$ भाग काम 24 दिनमा सक्छ ।

गौरवले $\frac{2}{5 \times 24} = \frac{1}{60}$ काम 1 दिनमा गर्छ ।

अतः (सौरभ + गौरव) ले $\frac{1}{30} + \frac{1}{60} = \frac{1}{20}$ काम 1 दिनमा गर्न सक्छ ।

„ „ 1 काम 20 दिनमा गर्न सक्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. गोपी र कृष्ण मिली कुनै काम 24 दिनमा गर्न सक्छन् । गोपीले 4 दिनमा गरेको काम कृष्णले 6 दिनमा गर्न सक्छ भने प्रत्येकले एक्लाएकलै कति दिनमा पुरा गर्न सक्छन् ? (उत्तर : 40 दिन, 60 दिन)

2. दयालाई 1 दिन लाग्ने काम मायालाई 3 दिन लाग्छ । यदि दयाल भाग $\frac{2}{5}$ काम 30 दिनमा गर्न सक्छ भने दुवै मिली सो पुरा काम सक्न कति दिन लगाउलान् ? (उत्तर : $56\frac{1}{4}$ दिन)

3. करुणालाई 3 दिन लाग्ने काम सागरलाई 5 दिन लाग्छ । यदि करुणाले एउटा कामको $\frac{2}{3}$ भाग काम सक्न 30 दिन लगाउँछ भने दुवै मिलेर सो पुरा गर्न कति दिन लगाउलान् ? (उत्तर : $18\frac{3}{4}$ दिन)

नमुना 6 :

मदनले एउटा कामको $\frac{2}{5}$ भाग 9 दिनमा सिध्याउँछ । बाँकी काम गर्न उसले अमरलाई बोलाउँछ । दुवै मिली सो काम 6 दिनमा सिध्याउँछन् भने अमर एकलैले पुरै काम सिध्याउन कति दिन लाग्ला ?

समाधान :

यहाँ, मदनले $\frac{2}{5}$ भाग काम 9 दिनमा सिध्याउँछ ।

मदनले $\frac{2}{5 \times 9} = \frac{2}{45}$ भाग काम 1 दिनमा सिध्याउँछ ।

मदनले र अमरले मिलेर गरेको काम $= 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

यहाँ, मदन र अमरले $\frac{3}{5}$ भाग काम 6 दिनमा सिध्याउँछ ।

मदन र अमरले $\frac{3}{5 \times 6} = \frac{1}{10}$ भाग काम 1 दिनमा सिध्याउँछ ।

अमर एकलैले $\left(\frac{1}{10} - \frac{2}{45}\right)$ भाग काम 1 दिनमा सिध्याउँछ ।

अमर एकलैले पुरा (1) काम 18 दिनमा सिध्याउँछ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. रामले एउटा कामको $\frac{2}{3}$ भाग 30 दिनमा सिध्याउँछ । बाँकी काम गर्न उसले हरिलाई बोलाउँछ र दुवै मिली सो काम 8 दिनमा सिध्याउँछन् भने हरि एकलैलाई पुरै काम सक्न कति दिन लाग्ला ?

(उत्तर : $53\frac{4}{7}$ दिन)

2. रमाले एउटा कामको $\frac{2}{5}$ भाग 18 दिनमा सिध्याउँछ । बाँकी काम गर्न उसले अस्मितालाई बोलाउँछ र दुवै मिली सो काम 9 दिनमा सिध्याउँछन् भने अस्मिता एकलैलाई पुरै काम सिध्याउन कति दिन लाग्ला ?

(उत्तर : $22\frac{1}{2}$ दिन)

3. A ले एउटा कामको $\frac{3}{5}$ भाग 25 दिनमा सिध्याउँछ । बाँकी काम गर्न उसले B लाई बोलाउँछ र दुवै मिली सो काम 10 दिनमा सिध्याउँछन् भने B एकलैलाई पुरै काम सिध्याउन कति दिन लाग्ला ?

(उत्तर : $62\frac{1}{2}$ दिन)

नमुना 7 :

विकासले कुनै काम 6 दिनमा पुरा गर्न सक्छ । निर्माणले 9 दिनमा सोही काम पुरा गर्न सक्छ । सो काम 3 दिनसम्म दुवै मिलेर गरिसकेपछि विशालले छोडेछ भने :

(क) विकास एकलैले बाँकी काम कति कति दिनमा पुरा गर्ला ?

(ख) पुरा काम कति दिनमा सकिएला ?

समाधान :

यहाँ, विकासले 6 दिनमा 1 काम गर्छ ।

निर्माणले 1 दिनमा $\frac{1}{6}$ काम गर्छन् ।

निर्माणले 9 दिनमा 1 काम गर्छन् ।

निर्माणले 1 दिनमा $\frac{1}{9}$ काम गर्छन् ।

(विकास + निर्माण) ले 1 दिनमा $\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{9}\right) = \frac{5}{18}$

विकास + निर्माणले 3 दिनमा $3 \times \frac{5}{18} = \frac{5}{6}$ काम सिध्याउँछन् ।

$$\text{बाँकी काम} = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

(i) विकासले बाँकी काम $\frac{1}{6}$ काम 1 दिनमा पुरा गर्न सक्छ ।

वा बाँकी काम 6 दिनमा पुरा गर्न सक्छ ।

(ii) पुरै काम सिध्याउन लागेको समय
= 3 दिन + 1 दिन = 4 दिन

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. A ले कुनै काम 18 दिनमा पुरा गर्न सक्छ र B ले 24 दिनमा सोही काम पुरा गर्न सक्छ । सो काम 6 दिनसम्म दुवै मिलेर गरिसकेपछि B ले छोडेछ भने,

(i) A एकलैले बाँकी काम कति दिनमा पुरा गर्ला ? (उत्तर : $7\frac{1}{2}$ दिन)

(ii) पुरा काम कति दिनमा सकिएला ? (उत्तर : $13\frac{1}{2}$ दिन)

2. P ले कुनै काम 20 दिनमा पुरा गर्न सक्छ र Q ले 30 दिनमा सोही काम पुरा गर्न सक्छ । सो काम 10 दिनसम्म दुवै मिलेर गरिसकेपछि Q ले छोडेछ भने,

(i) P एकलैले बाँकी काम कति दिनमा पुरा गर्ला ? (उत्तर : $3\frac{1}{3}$ दिन)

(ii) पुरा काम कति दिनमा सकिएला ? (उत्तर : $3\frac{1}{3}$ दिन)

३.२ लामो उत्तर आउने प्रश्नहरू (तिन जनासँग सम्बन्धित समय र कामका समस्याहरू)

नमुना १ :

A ले कुनै काम 10 दिनमा र B ले 12 दिनमा गर्न सक्छन् । यदि C को सहयोग लिई तिनीहरूले सो काम 4 दिनमा गर्न सक्छन् भने C एकलैले सो काम कति दिनमा सक्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, A को 10 दिनको काम = 1

$$A \text{ को 1 दिनको काम } = \frac{1}{10}$$

$$B \text{ को 12 दिनको काम } = 1$$

$$B \text{ को 1 दिनको काम } = \frac{1}{12}$$

$$A + B + C \text{ को 4 दिनको काम } = 1$$

$$(A + B + C) \text{ को 1 दिनको काम } = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} \therefore C \text{ को 1 दिनको काम } &= \frac{1}{4} - \frac{1}{10} - \frac{1}{12} = \frac{1}{15} \\ &= \frac{1}{4} - \frac{1}{10} - \frac{1}{12} \\ &= (15-6-5)/60 \\ &= 4/60 \\ &= \frac{1}{15} \end{aligned}$$

$$\therefore C \text{ को 15 दिनको काम } = 1$$

अतः C एकलैले सो काम 15 दिनमा सक्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. रामले कुनै काम 10 दिनमा र हरिले 12 दिनमा गर्न सक्छन्, कृष्णको सहयोग लिई तिनीहरूले सो काम 5 दिनमा गर्न सक्छन् भने कृष्ण एकलैले सो काम कति दिनमा सक्छ ?
(उत्तर : 60 दिन)
2. P ले कुनै काम 16 दिनमा र Q ले 24 दिनमा गर्न सक्छन् । R को सहयोग लिई तिनीहरूको सो काम 12 दिनमा गर्न सक्छन् भने R एकलैले सो काम कति दिनमा सक्छ ? (उत्तर : 48 दिन)
3. मीना र रीनाले कुनै एउटा काम क्रमशः 24 र 32 दिनमा गर्न सक्छन् । दिनाको सहयोग लिई तिनीहरूले सो काम 12 दिनमा गर्न सक्छन् भने बीना एकलैले सो काम कति दिनमा सक्छन् ?
(उत्तर : 96 दिन)

नमुना 2 :

A, B र C ले कुनै काम क्रमशः 10 दिन, 20 दिन र 30 दिनमा सक्छन् । तिनै जना मिली काम सुरु गरेको 4 दिनपछि A ले छोड्छ । C ले काम समाप्त हुनुभन्दा 5 दिन पहिले छोडेछ भने काम समाप्त हुन कति दिन लाग्ला ?

समाधान :

यहाँ, मानौं x दिनमा सो काम समाप्त हुन्छ ।

A को 10 दिनको काम = 1

A को 1 दिनको काम = $\frac{1}{10}$

A को 4 दिनको काम = $\frac{4}{10}$

B को 20 दिनको काम = 1

B को 1 दिनको काम = $\frac{1}{20}$

B को x दिनको काम = $\frac{x}{20}$

C को 30 दिनको काम = 1

C को 1 दिनको काम = $\frac{1}{30}$

C को $(x - 5)$ दिनको काम = $\frac{x-5}{30}$

त्यसकारण, $\frac{4}{10} + \frac{x}{20} + \frac{x-5}{30} = 1$

अथवा, $\frac{24 + 3x + 2x - 10}{60} = 1$

अथवा, $5x + 14 = 60$

अथवा, $5x = 46$

$x = 9\frac{1}{5}$ दिन

अतः सो काम समाप्त हुन $9\frac{1}{5}$ दिन लाग्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. A ले कुनै काम 10 दिनमा गर्न सक्छ । B ले 12 दिनमा र C ले 15 दिनमा गर्न सक्छन् । सबै मिली काम सुरु गर्छन् तर A ले 2 दिनपछि काम छाड्छ । B ले काम सकिनुभन्दा 3 दिन अघि काम छोड्छ भने सो काम कति दिनमा समाप्त होला ? (उत्तर : 7 दिन)
2. कुनै काम A ले 10 दिनमा B ले 20 दिनमा र C ले 30 दिनमा सक्छन् । तिनै जना मिली काम सुरु गरेको 4 दिनपछि A ले काम छोड्छ । C ले काम समाप्त हुनुभन्दा 3 दिन पहिले छोडेछ भने काम समाप्त हुन कति दिन लाग्ला ? (उत्तर : $8\frac{2}{5}$ दिन)

3. कुनै काम P ले 20 दिनमा, Q ले 30 दिनमा र R ले 40 दिनमा सोही सकछन् । तिनै जना मिली काम सुरु गरेको 8 दिनपछि P ले काम छोड्छ । R ले काम समाप्त हुनुभन्दा 3 दिन पहिलो छोडेछ भने काम समाप्त हुन कति दिन लाग्ला ? (उत्तर : $11\frac{4}{7}$ दिन)

थप अभ्यासका लागि प्रश्न

- 20 जना मानिसले एउटा काम 30 दिनमा गर्न सकछन् । यदि सो काम 6 दिन अगावै पुरा गर्नुछ भने कति जना मानिस थप्नु पर्ला ? (उत्तर : 5 जना)
- 45 जना मानिसले प्रतिदिन 12 घण्टाको दरले 30 दिनमा गर्न सक्ने काम 60 जना मानिसले 10 घण्टाको दरले कति दिनमा सिध्याउलान् ? (उत्तर : 27 दिन)
- एउटा छात्रावासमा 500 जना विद्यार्थीलाई 40 दिन पुग्ने रसद छ । त्यो रसदले थप 10 दिन पुर्‍याउन कति जनालाई छात्रावासबाट अन्यत्र सार्नु पर्छ ? (उत्तर : 100 जना)
- P ले एउटा कामको $\frac{4}{9}$ भाग 36 दिनमा सिध्याउँछ । बाँकी काम गर्न उसले Q लाई बोलाउँछ र दुवै मिली सो काम 12 दिनमा सिध्याउँछन् भने Q एकलैलाई पुरै काम सिध्याउन कति दिन लाग्ला ? (उत्तर : $29\frac{5}{11}$ दिन)
- एउटा ब्यारेकमा रहेका केही सिपाहीलाई 30 दिन पुग्ने रसद थियो । 10 दिनपछि सो ब्यारेकबाट 60 जना सिपाहीले छोडे । अब सो रसद तोकिएको दिनभन्दा थप 10 दिनलाई पुग्यो भने सो ब्यारेकमा सुरुमा कति सिपाही थिए ? (उत्तर : 180 जना)
- P र Q मिलेर कुनै काम 40 दिनमा गर्न सकछन् । Q ले 5 दिनमा गर्ने काम P ले 4 दिनमा गर्ने भए प्रत्येकलाई एकलाएकलै काम सक्न कति कति समय लाग्ला ? (उत्तर : $66\frac{2}{3}$ दिन, 100 दिन)
- A र B ले कुनै काम क्रमशः 32 र 24 दिनमा सकछन् । दुवैले काम सुरु गरेको केही दिनपछि A ले छोड्छ र बाँकी काम B ले 8 दिनमा पुरा गरेछ भने A ले कति दिन सँगै काम गरेर छाडेको थियो ? (उत्तर : $9\frac{1}{7}$ दिन)
- A लाई एउटा काम पुरा गर्न 40 दिन लाग्छ । ऊ एकलैले 10 दिनसम्म काम गरेर बाँकी काम B सँग मिली गर्छ । यदि सम्पूर्ण काम पुरा हुन 20 दिन लागेछ भने B एकलैलाई त्यो काम पुरा गर्न कति दिन लाग्ला ? (उत्तर : 22 दिन)
- रीतु र नीतु मिलेर कुनै एउटा काम 40 दिनमा सिध्याउन सकछन् । दुवै मिली 25 दिनसम्म काम गरेर नीतुले छाडिछन् । यदि रीतु एकलैले बाँकी काम 45 दिनमा सिध्याउन सकिन्छन् भने नीतु एकलैले पुरै काम कति दिनमा सिध्याउलिन् ? (उत्तर : 60 दिन)
- D ले कुनै काम 40 दिनमा पुरा गर्न सकछ र R ले 50 दिनमा सोही काम पुरा गर्न सकछ । यदि सो काम 20 दिनसम्म दुवै मिलेर गरिसकेपछि R छोडेछ भने,
 - D एकलैले बाँकी काम कति दिनमा पुरा गर्ला ? (उत्तर : 4 दिन)
 - पुरा काम कति दिनमा सकिएला ? (उत्तर : 24 दिन)
- A, B र C ले कुनै एउटा काम क्रमशः 30, 40 र 60 दिनमा पुरा गर्न सकछन् । तिनै जना मिलेर काम सुरु गरेको 10 दिनपछि B ले छोड्यो । B ले छाडेको 4 दिनपछि A ले छोड्छ । बाँकी काम C ले पुरा गर्दछ भने C ले जम्मा कति दिन काम गर्‍यो ? (उत्तर : 3 दिन)

पाठ 2.2 नाफा र नोक्सान, छुट तथा मूल्य अभिवृद्धि कर (Profit and Loss, Discount and Value Added Tax)

यस पाठमा नाफा र नोक्सान सम्बन्धी समस्या (अङ्कित मूल्य, छुट, मूल्य अभिवृद्धि कर समेत) समाधान गर्ने खालका समस्याहरू समावेश गरिएका छन्। परीक्षामा यसका विषयवस्तुबाट एउटा दुई अङ्क भारको छोटो सिप तहको तथा एउटा चार अङ्क भारको समस्या समाधान तहको लामो उत्तर आउने प्रश्न गरी जम्मा छ अङ्क भारका प्रश्नहरू सोधिने व्यवस्था छ।

2. आधारभूत तथ्य तथा सूत्रहरू

(क) आधारभूत धारणाहरू

नाफा र नोक्सान अघिल्ला कक्षाहरूबाट सुरुवात गरिएको छ। निम्न लिखित परिभाषाहरूको अध्ययन गरौं :

(अ) क्रय मूल्य (Cost Price)

सामान खरिद गर्दा तिरिएको मूल्यलाई सो सामानको क्रय मूल्य भनिन्छ र यसलाई सङ्क्षिप्त रूपमा क्र.मू. (C.P.) लेखिन्छ।

(आ) विक्रय मूल्य (Selling Price)

कुनै पनि सामान बिक्री गर्दा प्राप्त हुने रकमलाई सो सामानको विक्रय मूल्य भनिन्छ। यसलाई सङ्क्षिप्त रूपमा वि.मू. (S.P.) द्वारा जनाइन्छ।

(इ) नाफा (Gain or Profit)

यदि कुनै पनि सामानको खरिद मूल्य (C.P.) भन्दा विक्रय मूल्य (S.P.) धेरै भए S.P. र C.P. बिचको अन्तरलाई नाफा (profit or gain) भनिन्छ।

त्यसकारण, नाफा = S.P. – C.P. हुन्छ।

(ई) घाटा वा नोक्सान (Loss)

कुनै पनि वस्तुको विक्रय मूल्य (S.P.) भन्दा क्रय मूल्य (C.P.) धेरै भए C.P. र S.P. बिचको अन्तरलाई उक्त सामानमा हुने घाटा (Loss) भनिन्छ।

त्यसकारण घाटा (Loss) = C.P. – S.P. हुन्छ।

अतः यदि $S.P. > C.P.$ भए नाफा = $SP - CP$ र

यदि $S.P. < CP$ भए घाटा = $CP - SP$ हुन्छ।

अन्त्यमा,

(i) S.P. र नाफा % (G%) दिइएमा, $CP = \frac{SP \times 100}{(100 + G\%)}$

(ii) S.P. र नोक्सान % (L%) दिइएमा, $CP = \frac{SP \times 100}{(100 + L\%)}$

(उ) छुट (Discount)

कुनै पनि वस्तु विक्री गर्दा त्यस वस्तुको विक्रय मूल्यबाट केही रकम वा केही प्रतिशत रकम घटाएर दिइन्छ भने यसरी घटाएको रकमलाई छुट भनिन्छ। बेच्नका लागि तोकिएको अङ्कित मूल्य (marked price) मा केही रकम कम गरेर वा घटाएर बेचिन्छ भने त्यस्तो रकम छुट रकम हो। प्रतिशतमा लेखिएको छुटलाई छुट प्रतिशत भनिन्छ।

तसर्थ, वास्तविक छुट = अङ्कित मूल्य - विक्रय मूल्य

छुट प्रतिशत = वास्तविक छुट / अङ्कित मूल्य $\times 100\%$

- कर लाग्ने रकम = जम्मा आम्दानी – कर नलाग्ने रकम
Taxable Income = Total Income – Exempted Limit
- विक्रय मूल्य (भ्याट रकमसहित) = (अ.म. - छुट) + वि. मू. को भ्याट %
- $SP_1 = (MP - D) + VAT$
- भ्याट रकम = वि.मू.को भ्याट प्रतिशत, ($VAT = VAT\% \text{ of } SP$)

२. विशेष ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू

1. यदि क्रय मूल्य र विक्रय मूल्यका परिमाणहरू फरक भएमा सबभन्दा पहिला बराबर परिमाणका क्रय मूल्य र विक्रय मूल्य निकालेर नाफा वा नोक्सान निकाल्नु पर्छ।
2. सामान्यतया नाफा वा नोक्सान प्रतिशत क्रय मूल्यबाट निकालिन्छ।
3. छुट जहिले पनि मूल्यबाट निकालिन्छ।
4. विभिन्न शिर्षकहरूका खर्चहरू (घरायसी, यातायात, मर्मत संहार, तथा अन्य विविध)
5. मूल्य अभिवृद्धि कर जहिले पनि वस्तुको अन्तिम छुट पछिको विक्रय मूल्यमा लाग्ने गर्छ। यसको दर उल्लेख नभएको अवस्थामा 13 % रहने छ।
6. मू. अ. क. वा VAT जे लेखे पनि मूल्य अभिवृद्धि कर भन्ने बुझ्नुपर्दछ।

३. नमुना प्रश्नोत्तर तथा अभ्यास

३.१ छोटो उत्तर आउने प्रश्न सम्बन्धी अभ्यास

नमुना 1 :

प्रतिभाले एउटा घडी रु. 1800 मा किनेर रु. 2250 मा बिक्री गर्दा कति प्रतिशत फाइदा गरिन् ?

समाधान

यहाँ,

क्रय मूल्य (CP) = रु. 1800

विक्रय मूल्य (S.P.) = रु. 2250

$S.P. > CP$ भएकाले, नाफा (G) = $SP - CP$

$$= \text{रु. } 2250 - \text{रु. } 1800$$

$$= \text{रु. } 450$$

अब, नाफा प्रतिशत (%) = $P/CP \times 100$

$$= \frac{450}{2250} \times 100$$

$$= 25\%$$

अतः नाफा प्रतिशत = 20%

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. नाफा प्रतिशत पत्ता लगाउनुहोस् ।

(क) C.P. = रु. 750 र S.P. = रु. 825 (उत्तर : 10%)

(ख) C.P. = रु. 850 र S.P. = रु. 1120 (उत्तर : 31.76%)

2. घाटा प्रतिशत पत्ता लगाउनुहोस् ।

(क) C.P. = रु. 650 र S.P. = रु. 585 (उत्तर : 10%)

(ख) C.P. = रु. 1875 र S.P. = रु. 1425 (उत्तर : 24%)

नमुना 2 :

रन्जनले एउटा क्याल्कुलेटर रु. 800 मा खरिद गरी 25% घाटा खाई बिक्री गरेछ भने उसले कतिमा सो क्याल्कुलेटर बिक्री गरेछ ?

समाधान :

यहाँ, क्रय मूल्य (C.P.) = रु. 800, घाटा % (L%) = 25%

विक्रय मूल्य (S.P.) = ?

पहिलो तरिका,

$$\begin{aligned} \text{हामीलाई थाहा छ,} \quad \text{विक्रय मूल्य (S.P.)} &= \frac{\text{C.P.} (100 - L\%)}{100} \\ &= \frac{800(100 - 25)}{100} \\ &= \text{रु. 600} \end{aligned}$$

दोस्रो तरिका,

25% नोक्सानको अर्थानुसार,

C.P. रु. 100 भए S.P. = रु. 75 हुन्छ ।

अथवा, C.P. रु. 1 भए S.P. = रु. $\frac{75}{100}$ हुन्छ ।

∴ CP रु. 800 भए S.P. = रु. $\frac{75}{100} \times 800$ हुन्छ ।

∴ बिक्रय मूल्य (S.P.) = रु. 600

तेस्रो तरिका,

25% घाटाको अर्थबाट,

$$\begin{aligned} \text{विक्रय मूल्य (S.P.)} &= \text{CP को } (100\% - L\%) \\ &= \text{रु. } 800 \times (100\% - 25\%) \\ &= \text{रु. } 800 \times 75\% \\ &= \text{रु. } 800 \times \frac{75}{100} \\ &= \text{रु. 600} \end{aligned}$$

चौथो तरिका :

विक्रय मूल्य = C.P. - नोक्सान (I)

$$= \text{रु. } 800 - \text{रु. } 800 \text{ को } 25\%$$

$$= \text{रु. } 800 - \text{रु. } 800 \times \frac{25}{100}$$

$$\therefore \text{विक्रय मूल्य (S.P.)} = \text{रु. } 600$$

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. विक्रय मूल्य (S.P.) पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु. 1767)
 (क) C.P. = रु. 1425, नाफा (G) = 24%
 (ख) C.P. = रु. 1875, नाफा (G) = 20% (उत्तर : रु. 2250)
2. विक्रय मूल्य (S.P.) पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (क) C.P. = ? = 4235, नोक्सान (L) = 20% (उत्तर : रु. 3388)
 (ख) C.P. = रु. 5050, नोक्सान (L) = 10% (उत्तर : रु. 4545)

नमुना 3 :

कुनै सामान रु. 1620 मा बिक्री गर्दा 10% नोक्सान हुन्छ भने सो सामानको क्रय मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान:

यहाँ, सामानको विक्रय मूल्य (S.P.) = रु. 1620

प्रतिशत नोक्सान (L) = 10%

सामानको क्रय मूल्य (C.P.) = ?

अब, 10% नोक्सानको अर्थानुसार,

$$\text{S.P.} = \text{C.P. को } 90\%$$

$$\text{अथवा, } 1620 = \text{C.P.} \times \frac{90}{100}$$

$$\text{अथवा, } 1620 \times \frac{100}{90} = \text{C.P.}$$

$$\therefore \text{C.P.} = 1800$$

अतः सो सामानको क्रय मूल्य (C.P.) = रु. 1800 पर्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. क्रय मूल्य (C.P.) पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (क) वि.मू. (S.P.) = रु. 4545, नाफा (G) = 25% उत्तर : रु. 3636
 (ख) वि.मू. (S.P.) = रु. 3798, नाफा (G) = 10% उत्तर : रु. 3450
2. क्रय मूल्य (C.P.) पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (क) 10% नोक्सान सहेर एउटा रेडियो रु. 5454 मा बिक्री गरियो । उत्तर : रु. 6060
 (ख) 20% नोक्सान सहेर एउटा कम्प्युटर रु. 56560 मा बिक्री गरियो । उत्तर : रु. 70700

नमुना -4 :

कुनै विक्रेताले एउटा रेडियो रु. 225 मा खरिद गरी रु.15 मर्मतमा खर्च गर्दछ । यदि उसले सो रेडियो रु. 300 मा बिक्री गर्छ भने उसको नाफा प्रतिशत कति होला ?

समाधान :

यहाँ, रेडियोको क्रय मूल्य (CP) = रु. 225

थप मर्मत खर्च = रु. 15

रेडियोको विक्रय मूल्य (S.P.) = ? = 300

∴ रेडियोको जम्मा क्रय मूल्य (C.P.) = रु.225 + रु.15 = रु. 240

अर्को तरिका :

यहाँ, रेडियोको क्रय मूल्य (C.P)

= रु. 225 + रु. 15 = रु. 240

रेडियोको विक्रय मूल्य (S.P) = रु. 300

नाफा प्रतिशत (G%) = ?

हामीलाई थाहा छ,

$$\begin{aligned}\text{नाफा प्रतिशत} &= \frac{SP-CP}{CP} \times 100\% \\ &= \frac{300-240}{240} \times 100\% \\ &= 25\%\end{aligned}$$

अब, नाफा = SP - CP रु. 300 - रु. 240 = रु. 60

∴ नाफा प्रतिशत = $\frac{60}{240} \times 100 = 25\%$

अतः आवश्यक नाफा प्रतिशत = 25%

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. खुद्रा पसलेले एउटा क्याल्कुलेटर रु. 1350 मा खरिद गरी मर्मत खर्च रु. 50 लगाई मर्मत गर्‍यो । यदि सो क्याल्कुलेटरको विक्रय मूल्य रु. 1540 भए नाफा प्रतिशत पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : 10%)
2. रामले एक घारी केरा रु. 225 मा खरिद गरी रिक्सा भाडा रु. 15 खर्च गरेर आफ्नो पसलमा ल्यायो । यदि उसले उक्त केराधारी रु. 300 मा बिक्री गर्‍यो भने उसको नाफा प्रतिशत पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : 25%)
3. सबिनले 1 दर्जन कापी रु. 240 मा खरिद गरी प्रति गोटा रु. 18 का दरले बेचेछ भने जम्मा नोक्सान प्रतिशत पत्ता लगाऊ ।
(उत्तर : 10%)

नमुना 5 :

एउटा कोटको अङ्कित मूल्य रु. 3500 पर्छ । पसलेले 15% छुट दियो भने,

- (i) छुट रकम कति होला ? (ii) विक्रय मूल्य कति होला ?

समाधान :

यहाँ, कोटको अङ्कित मूल्य (M.P.) = रु. 3500

छुट (d) = 15%

(i) छुट रकम = M.P. को d%

$$= \text{रु. } 3500 \text{ को } 15\% = 3500 \times \frac{15}{100} = \text{रु. } 525$$

$$\therefore \text{छुट रकम} = \text{रु. } 525$$

(ii) S.P. = ?

हामीलाई थाहा छ,

$$SP = MP - \text{discount} = \text{रु. } 3500 - \text{रु. } 525$$

$$\therefore \text{विक्रयमूल्य (S.P.)} = \text{रु. } 2975$$

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. एउटा मोटरसाइकलको अङ्कित मूल्य रु. 120000 पर्छ । दसैको उपलक्ष्यमा 15% छुट दिइएको भए सोको मूल्य कति होला ?
(उत्तर : रु. 102000)
2. एउटा वस्तुको वास्तविक मूल्यमा 15% बढाइ अङ्कित मूल्यमा रु. 1380 कायम गरियो सो वस्तुको वास्तविक मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : रु. 1200)
3. एउटा क्याल्कुलेटरको अङ्कित मूल्य रु. 260 छ । 5% छुट दिँदा विक्रय मूल्य कति होला ?
(उत्तर : रु. 247)
4. रजतले एउटा वस्तु 25% छुट दिई रु. 2250 मा बेच्यो भने यसको अङ्कित मूल्य कति होला ?
(उत्तर : 3000)

नमुना 6 :

रु. 7500 मूल्य लेखिएको एउटा टेलिभिजन रु. 5700 मा बिक्री गरियो भने छुट प्रतिशत पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, रेडियोको अङ्कित मूल्य (M.P.) = रु. 7500

रेडियोको विक्रय मूल्य (S.P.) = रु. 5700

$$\text{छुट रकम (d)} = MP - SP = \text{रु. } 7500 - \text{रु. } 5700 = \text{रु. } 1800$$

$$\therefore \text{छुट प्रतिशत (d \%)} = \frac{d}{M.P.} \times 100 = \frac{1800}{7500} \times 100 = 24$$

$$\therefore \text{छुट प्रतिशत (d \%)} = 24\%$$

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

१. रु. 15,000 मूल्य लेखिएको एउटा एल सि डी लाई रु. 12,000 मा बिक्री गरियो भने छुट प्रतिशत पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : 20%)
२. कति प्रतिशत छुट दिएर बिक्री गर्दा रु. 38,000 अङ्कित मूल्य भएको स्मार्ट फोनलाई रु. 32,300 मा बिक्री गर्न सकिन्छ ? (उत्तर : 15%)

नमूना 7 :

एउटा दराजमा मा 15% छुट पाएर रु 7650 मा किनियो भने दराजको अङ्कित मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ,

दराजमा छुट (D) = 15%

दराजको विक्रय मूल्य (SP) = रु 7650

हामीलाई थाहा छ,

S.P = M.P - छुट

अथवा, रु. 7650 = M.P - M.P को 15%

अथवा, रु. 7650 = M.P - M.P $\times \frac{15}{100}$

अथवा, रु. 7650 = $\frac{85M.P}{100}$

अथवा, M.P = रु. 9000

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका सूत्रहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. सुजनले एउटा क्याल्कुलेटर 8 % छुट पाई रु. 888 मा किन्यो भने उक्त क्याल्कुलेटरको अङ्कित मूल्य कति थियो ? (उत्तर : रु. 965.21)
2. एउटा सामानको विक्रय मूल्य रु. 9680 छ । यदि अङ्कित मूल्यमा 12% छुट दिएर बिक्री गरिन्छ भने त्यस सामानको अङ्कित मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु. 11,000)
3. कुनै वस्तुको विक्रय मूल्य रु. 320 छ । यदि त्यसको अङ्कित मूल्यमा 29 % छुट दिएर बिक्री गरिएको भए अङ्कित मूल्य कति थियो होला ? (उत्तर : रु. 450.70)
4. केशवले एउटा कोट 245 % छुट पाएर रु. 5625 मा किने भने कोटको अङ्कित मूल्य निकाल्नुहोस् । (उत्तर : रु. 7500)

नमूना 8 :

एउटा मूर्तिको अङ्कित मूल्य रु. 8,500 छ । 10 % VAT सहित सो मूर्तिको विक्रय मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ

मूर्तिको अङ्कित मूल्य (M.P) रु. 8,500

VAT = 10%

विक्रय मूल्य (S.P) = ?

हामीलाई थाहा छ,

SP = M.P + M.P को 10%

= रु. 8500 + रु. 8500 $\times \frac{10}{100}$

= रु. 9350

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका सूत्रहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. एउटा आइरनको अङ्कित मूल्य रु 4200 छ । यदि 13% VAT जोडेर बिक्री गर्दा सो आइरनको मूल्य कति पर्छ ? (उत्तर : रु. 4746)
2. 15% VAT सहित अङ्कित मूल्य रु. 17,500 भएको कुनै रेफ्रिजरेटरको विक्रय मूल्य कति पर्छ ? (उत्तर : रु. 20,125)
3. एउटा हिटर ग्यासको अङ्कित मूल्य रु 7,800 अङ्कित गरिएको छ र 10% VAT तोकिएको छ भने क्रेताले उक्त ग्यासको मूल्य कति तिर्नुपर्छ ? (उत्तर : रु. 8,580)

नमूना 9 :

यदि दिपकले एउटा मोबाइल फोन 13 % VAT तिरी रु. 4,800 मा किन्यो भने मोबाइल फोनको अङ्कित मूल्य कति थियो ?

समाधान :

यहाँ ,

मोबाइल फोनको विक्रय मूल्य (S.P) = रु. 4,800

VAT = 13%

अङ्कित मूल्य (M.P) = ?

अङ्कित मूल्य (M.P) = रु. x (मानौं)

प्रश्ननुसार,

$S.P = M.P + VAT$

अथवा, रु. $4800 = x + x$ को 13%

अथवा, रु. $4800 = x + x \times \frac{13}{100}$

अथवा, रु. $4800 = \frac{113x}{100}$

अथवा, $x =$ रु. 4247.79

अतः उक्त मोबाइल फोनको अङ्कित मूल्य रु. 4247.78 रहेछ ।

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका सूत्रहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. यदि रविनले टेलिभिजन 10% VAT सहित रु. 9625 मा किनेर ल्याए भने टेलिभिजनको अङ्कित मूल्य कति होला ? (उत्तर : रु. 8,750)
2. कुनै वस्तुको विक्रय मूल्य रु. 15255 छ । यदि सो वस्तुमा 13% VAT लाग्छ भने वस्तुको अङ्कित मूल्य निकाल्नुहोस् । (उत्तर : रु. 13,500)
3. कुनै वस्तुको मूल्यमा 15 % VAT तिरी रु. 172.50 मा बिक्री गरियो भने VAT बाहेकको मूल्य निकाल्नुहोस् । (उत्तर : रु. 150)

२ लामो उत्तर आउने प्रश्नहरू सम्बन्धी अभ्यास

नमुना 1 :

कुनै सामान रु. 1620 मा बिक्री गर्दा 10% नोक्सान हुन्छ भने 5% नाफा गर्न उक्त सामान कुन मूल्यमा बेच्नुपर्ला ?

समाधान :

यहाँ, पहिलो अवस्था S.P. = रु. 1620 , नोक्सान = 10%

दोस्रो अवस्था S.P. = ?, नाफा = 5%

पहिलो अवस्थाबाट

CP को $(100\% - 10\%) = \text{रु. } 1620$

अथवा, $CP \times 90\% = \text{रु. } 1620$

अथवा, $CP \times \frac{90}{100} = \text{रु. } 1620$

अथवा, $CP = \text{रु. } 1620 \times \frac{100}{90}$

\therefore C.P. = रु. 1800

दोस्रो अवस्थाबाट,

CP को $(100\% + 5\%) = \text{S.P.}$

अथवा, $1800 \times 105\% = \text{SP}$

अथवा, $1800 \times \frac{105}{100} = \text{S.P.}$

\therefore SP = रु. 1890

अतः 10% नाफा गर्न सो सामान रु. 1890 मा बेच्नुपर्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. यदि एउटा सामानलाई रु. 23 मा बिक्री गरिन्छ भने, 15% नाफा हुन्छ । 10% को नाफा बनाउन उक्त सामान कतिमा बिक्री गर्नुपर्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु. 22)
2. एउटा घडी रु. 2700 मा बेच्दा 10% नोक्सान हुन्छ । उक्त घडीको
(क) क्रय मूल्य कति होला ? (उत्तर : रु. 3000)
(ख) 20% नाफा गर्न कतिमा बेच्नुपर्ला ? (उत्तर : रु. 3600)
3. एउटा सिलाइ मेसिन रु. 12690 मा बिक्री गर्दा 6% नाफा हुन्छ । 4% नाफा लिन सो मेसिन कतिमा बेच्नुपर्ला ? (उत्तर : रु. 12450.57)

नमुना 2 :

A ले एउटा रेडियो B लाई बेचेछ । B ले सो रेडियो C लाई 10% नाफा लिएर बेचेछ । यदि C ले B लाई रु. 726 तिरेको भए B ले A लाई कति तिरेछ ?

समाधान :

यहाँ, B ले A सँग किनेको घडीको मूल्य = x मानौं

प्रश्नबाट,

$x + x$ को 10% = रु. 726

अथवा, $x + x \times \frac{10}{100} = \text{रु. } 726$

अथवा, $\frac{11x}{10} = \text{रु. } 726 \times \frac{10}{11}$

अथवा, $x = \text{रु. } 660$

अतः B ले A लाई तिरेको मूल्य = रु. 660.

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. एउटा कम्पनीले रु. 12000 मा कार्पेट तयार गर्छ । सो कम्पनीले डिलरलाई 15% नाफामा बिक्री गर्छ । डिलरले खुद्रा व्यापारीलाई 10% फाइदा र खुद्रा व्यापारीले ग्राहकलाई 5% घाटामा बिक्री गर्दछ भने ग्राहकले सो कार्पेटलाई कति तिर्छ होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(उत्तर : रु.14421)

2. A ले एउटा टेलिभिजनमा B लाई 10% फाइदामा बिक्री गर्‍यो । B ले सो टेलिभिजन C लाई 20% फाइदामा बिक्री गर्‍यो । यदि C ले उक्त टेलिभिजन रु. 1650 मा खरिद गरेको थियो भने A ले कतिमा खरिद गरेको थियो होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(उत्तर : रु.1250)

3. राजनले एउटा किताब रु. 180 मा किनेर 20% नाफामा साजनलाई बेच्यो । साजनले सो किताब 20 % नोक्सानमा निराजनलाई बेच्यो भने निराजनले 5% नाफा लिन सो किताब कतिमा बिक्री गर्नुपर्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(उत्तर : रु. 181.44)

नमुना 3 :

एउटा व्यापारीले दुई ओटा घडी रु. 400 मा किनेछ । एउटामा 5% नाफा र अर्कोमा 5% घाटा हुने गरी बेचेछ । यदि दुवै घडीको विक्रय मूल्य बराबर भए घडीको व्यापारमा उसलाई प्राप्त भएको नाफा वा नोक्सान कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, दुई ओटा घडीको क्र.मू. (C.P.) = रु. 400

पहिलो घडीको क्र.मू. (C.P) = x

दोस्रो घडीको क्र.मू. (C.P) = रु. $(400 - x)$

पहिलो घडीको वि.मू. (S.P) = $x + x$ को 5%

$$= x \text{ को } 105\%$$

$$= x \times \frac{105}{100}$$

$$= \frac{21x}{20}$$

दोस्रो घडीको वि.मू. (S.P) = $(400 - x)$ को 95%

$$= (400 - x) \times \frac{95}{100}$$

$$= \frac{19}{20} (400 - x)$$

प्रश्नानुसार, दुवै घडीको S.P. बराबर भएकाले,

$$\frac{21x}{20} = \frac{19(400 - x)}{20}$$

अथवा, $21x = 7600 - 19x$

अथवा, $40x = 7600$

अथवा, $x = \frac{7600}{40} = \text{रु. } 190$

जम्मा S.P. $= \frac{21x}{20} \times 2$

$$= \frac{21 \times 190 \times 2}{20}$$

$$= \text{रु. } 399$$

जम्मा क्र.मू. (C.P.) = रु. 400 \therefore C.P. > S.P. भएकाले

नोक्सान = CP - S.P. = रु. 400 - रु. 399 = रु. 1

नोक्सान प्रतिशत $= \frac{\text{नोक्सान}}{\text{C.P.}} \times 100$

$$= \frac{1}{400} \times 100$$

अतः कूल नोक्सान प्रतिशत = 0.25%

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. एउटा व्यापारीले दुई ओटा घडीहरू रु. 1000 मा किनेछन् । उसले एउटामा 20% नाफा र अर्कोमा 20% घाटा हुने गरी बेचेछ । यदि दुवै घडीको विक्रय मूल्य एउटै भए उसलाई प्राप्त भएको नाफा वा नोक्सान प्रतिशत कति हो ? निकाल्नुहोस् । (उत्तर : 4% नोक्सान)
2. प्रकाशले दुई ओटा साइकलहरू रु. 3000 मा किनेछन् । उनले एउटामा 15% नोक्सान र अर्कोमा 19% नाफा हुने गरी ती साइकलहरू बिक्री गरेछन् । पछि उनले प्रत्येक साइकलको बिक्रय मूल्य एउटै भएको थाहा पाएछन् । प्रत्येक साइकलको क्रय मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु. 1750, रु. 1250)
3. प्रतीकले दुई ओटा कम्प्युटरहरू जम्मा रु. 130000 मा किनेछन् । एउटालाई 20% नाफा र अर्कोलाई 12% घाटामा बिक्री गर्दा यो थाहा भयो कि दुवै कम्प्युटरको विक्रय मूल्य एउटै रहेछ । प्रत्येक कम्प्युटरको क्रय मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु. 55000, रु. 75000)

नमुना 4 :

एक जना व्यापारीले 2 ओटा साइकल प्रत्येकको रु. 10000 मा बेच्दा एउटामा 20% नाफा र अर्कोमा 20% नोक्सान भयो भने उसलाई कति प्रतिशत नाफा वा नोक्सान भयो होला ?

समाधान :

यहाँ, 2 ओटा साइकलको S. P. = $2 \times 10000 = \text{रु. } 20000$

$$\begin{aligned}\text{पहिलो साइकलको C.P.} &= \text{रु. } 10000 \text{ को } \frac{100}{(100 + 20)} \\ &= \text{रु. } \frac{25000}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{दोस्रो साइकलको C.P.} &= \text{रु. } 10000 \times \frac{100}{(100 - 20)} \\ &= \text{रु. } 12500\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{जम्मा C.P.} &= \text{रु. } 12500 + \text{रु. } \frac{25000}{3} \\ &= \text{रु. } \frac{62500}{3} = \text{रु. } 20833 \frac{1}{3}\end{aligned}$$

C.P. > S.P. भएकाले,

$$\begin{aligned}\text{नोक्सान प्रतिशत} &= \frac{\text{C.P.} - \text{S.P.}}{\text{C.P.}} \times 100\% \\ &= \frac{\text{रु. } 20833 \frac{1}{3} - \text{रु. } 20000}{\text{रु. } 20833 \frac{1}{3}} \times 100\% \\ &= 4\%\end{aligned}$$

अतः नोक्सान प्रतिशत = 4%

अर्को तरिका

पहिलो साइकल

वि.मू (S.P) = क्र.मू (C.P) + नाफा

$$\text{अथवा, } 1000 = \text{CP} + \frac{20}{100} \times \text{CP}$$

$$\text{अथवा, } 1000 = \frac{120 \text{ CP}}{100}$$

$$\text{अथवा, } \frac{10000 \times 100}{120} = \text{CP}$$

$$\text{अथवा, रु. } \frac{25000}{3} = \text{CP}$$

दोस्रो साइकल

वि.मू. (S.P) = क्र.मू. (CP) - नोक्सान

$$\text{अथवा, } 10000 = \text{CP} - \frac{20 \text{ CP}}{100}$$

$$\text{अथवा, } 10000 = \frac{80 \text{ CP}}{100}$$

$$\text{अथवा, } \frac{10000 \times 100}{80} = \text{CP}$$

$$\text{अथवा रु. } 12500 - \text{CP}$$

$$\begin{aligned} \text{जम्मा (CP)} &= \text{रु. } \left(\frac{25000}{3} + 12500 \right) \\ &= \text{रु. } \frac{62500}{3} \end{aligned}$$

यहाँ $\text{CP} > \text{SP}$ भएकाले

नोक्सान प्रतिशत

$$= \frac{\text{CP} - \text{SP}}{\text{CP}} \times 100\%$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{62500}{3} - 20000}{\frac{62500}{3}} \times 100\% \\ &= 4\% \end{aligned}$$

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

- एउटा मानिसले दुई ओटा सिलाई मेसिनहरू प्रत्येकको रु. 2970 को दरमा बेच्दा एउटामा 10% नाफा र अर्कोमा 10% नोक्सान हुन्छ भने त्यस कारोबारमा उसलाई कति प्रतिशत नाफा वा नोक्सान भयो होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : 1% नोक्सान)
- एउटा पसलेले 2 ओटा रेडियोहरू प्रत्येकको रु. 1500 मा बेच्दा एउटामा 30% नाफा र अर्कोमा 30% नोक्सान भयो भने उसलाई कति प्रतिशत नाफा वा नोक्सान भयो होला ?
(उत्तर : 9% नोक्सान)
- केशवले 2 ओटा किताबहरू प्रत्येकको रु. 800 मा बेच्दा एउटामा 40% नाफा र अर्कोमा 40% नोक्सान भयो भने उसलाई कति प्रतिशत नाफा वा नोक्सान भयो होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : 16% नोक्सान)

नमुना 5 :

एउटा क्यामेराको अङ्कित मूल्य रु. 3200 छ । यसलाई पसलेले 8% छुट दिएपछिको मूल्यमा 10% भ्याट लगाई दिन्छ भने उक्त क्यामेरालाई ग्राहकले किन्न कति तिर्नुपर्ला ?

समाधान :

$$\text{यहाँ, अङ्कित मूल्य (M. P.)} = \text{रु. } 3200$$

$$\text{छुट (d)} = 8\% \text{ र भ्याट} = 10\%$$

$$\text{छुटपछिको मूल्य} = \text{रु. } 3200 - \text{रु. } 3200 \text{ को } 8\%$$

$$= \text{रु. } 3200 \text{ को } 92\%$$

$$= \text{रु. } 3200 \times \frac{92}{100}$$

$$= \text{रु. } 2944$$

$$\text{भ्याटसहितको मूल्य}$$

$$= \text{रु. } 2944 + \text{रु. } 2944 \text{ को } 10\%$$

$$= \text{रु. } 2944 \text{ को } 110\%$$

$$= \text{रु. } 2994 \times \frac{110}{100}$$

$$= \text{रु. } 3238.40$$

अतः सो क्यामेराको भ्याटसहितको मूल्य = रु. 3238.40

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. एउटा साइकलको अङ्कित मूल्य रु. 5550 राखिएको थियो । सो साइकलमा 10% छुट दिई 15% मूल्य अभिवृद्धि कर लगाउँदा सोको मूल्य कति पर्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(उत्तर : रु. 5744.25)

2. एक सेट कम्प्युटरको अङ्कित मूल्य रु. 65500 राखिएको थियो । सो कम्प्युटरमा 12% छुट दिई 15% मूल्य अभिवृद्धि कर (VAT) लगाउँदा सोको मूल्य कति पर्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(उत्तर : रु. 66286)

नमुना 6 :

एउटा साइकलको अङ्कित मूल्यमा 25% छुट दिई 15% भ्याट (VAT) लगाइएको थियो । यदि सो साइकल रु. 3450 मा बेचिएको थियो भने सो साइकलको अङ्कित मूल्य कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

मानौं, साइकलको अङ्कित मूल्य = रु. x

भ्याट = 15%

छुट = 25%

भ्याटसहितको मूल्य = रु. 3450

अब, छुटपछिको मूल्य = रु. x - रु. x को 25%

= रु. x को 75%

$$= \text{रु. } x \times \frac{75}{100}$$

$$= \text{रु. } \frac{3x}{4}$$

भ्याटसहितको मूल्य = रु. $\frac{3x}{4}$ + रु. $\frac{3x}{4}$ को 15%

$$= \text{रु. } \frac{3x}{4} + \frac{3x}{4} \times \frac{15}{100}$$

$$= \text{रु. } \frac{3x}{4} \left(1 + \frac{15}{100} \right)$$

$$= \text{रु. } \frac{3x}{4} \times \frac{115}{100}$$

अथवा

$$3450 = \frac{3x \times 115}{400}$$

$$\text{अथवा, } \frac{3450 \times 400}{3 \times 115} = x$$

$$\text{अथवा, } x = 4000$$

अतः सो साइकलको अङ्कित मूल्य = रु. 4000.

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. एउटा घडीको अङ्कित मूल्यमा 25% छुट दिई 15% भ्याट (VAT) लगाउँदा रु. 1725 भयो भने सो घडीको अङ्कित मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु 2000)
2. एउटा दराजको अङ्कित मूल्यमा 25% छुट दिई 15% भ्याट (VAT) लगाउँदा रु. 5085 भयो भने सो दराजको अङ्कित मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु. 5895.65)
3. एउटा मोबाइल सेटको अङ्कित मूल्यमा 15% छुट दिई 13% भ्याट (VAT) लगाउँदा रु. 7684 भयो भने सो मोबाइलको अङ्कित मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु. 8000)

नमुना 7 :

एउटा घडीको अङ्कित मूल्य क्रय मूल्यभन्दा 30% बढी राखिएको थियो । यदि सो घडीलाई 20% छुट गरी बेच्दा रु. 150 नाफा हुने भएछ भने घडीको अङ्कित मूल्य र क्रय मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

$$\text{मानौं, घडीको क्रय मूल्य} = \text{रु. } 100x$$

$$\text{घडीको अङ्कित मूल्य} = \text{रु. } \left(100x + \frac{30}{100} \times 100x\right) = \text{रु. } 130x$$

$$\text{छुट} = 20\%$$

$$\text{नाफा} = \text{रु. } 150$$

$$\text{छुटपछिको मूल्य} = \text{रु. } 130x \text{ को } (100 - 20)\%$$

$$= \text{रु. } 130x \frac{80}{100}$$

$$\therefore \text{S.P.} = \text{रु. } 104x$$

$$\text{नाफा} = \text{रु. } 150$$

$$\text{अथवा, SP - CP} = \text{रु. } 150$$

$$\text{अथवा, } 104x - 100x = ? = 150$$

$$\text{अथवा, } 4x = \text{रु. } 150$$

$$\text{अथवा } x = \text{रु. } \frac{150}{4}$$

$$= \text{रु. } 37.50$$

$$\begin{aligned} \text{अतः घडीको क्रय मूल्य} &= \text{रु. } 100 \times 37.50 \\ &= \text{रु. } 3750 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{घडीको अङ्कित मूल्य} &= \text{रु. } 130 \times 37.50 \\ &= \text{रु. } 4875\end{aligned}$$

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. कुनै सामानको क्रय मूल्य भन्दा 25% ले बढी अङ्कित मूल्य कायम गरिएको छ । यदि 15% छुट दिई बेच्दा रु. 125 नाफा हुन्छ भने सो सामानको विक्रय मूल्य कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : रु. 2125)
2. एउटा रेडियोको अङ्कित मूल्य क्रय मूल्य भन्दा 40% बढी राखिएको थियो । सो रेडियोमा 30% छुट गरी बेच्दा रु. 100 नोक्सान भएछ भने सो रेडियोको अङ्कित मूल्य कति कायम गरिएको थियो ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : रु. 7000)
3. एउटा क्यामेराको अङ्कित मूल्य क्रय मूल्यभन्दा 20% बढी राखिएको थियो । सो रेडियोमा 10% छुट गरी बेच्दा रु. 208 नाफा भएछ भने सो रेडियोको अङ्कित मूल्य कति कायम गरिएको थियो ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : रु. 3120)

नमुना 8 :

एउटा व्यापारीले कुनै वस्तुको मूल्य रु. 550 अङ्कित गरेछ र 10% ग्राहकलाई छुट दिएछ । यसरी व्यापारीले रु. 75 नाफा गर्दछ भने अङ्कित मूल्य क्रय मूल्य भन्दा कति प्रतिशत बढी होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, अङ्कित मूल्य = रु. 550

छुट = 10%

नाफा = रु. 7.5

विक्रय मूल्य (S.P.) = रु. 550 - रु. 550 को 10%

$$= \text{रु. } 550 - \text{रु. } \frac{550}{100} \times 10$$

$$= \text{रु. } 550 - \text{रु. } 55$$

क्रय मूल्य (C.P.) = S.P. - नाफा

$$= \text{रु. } 495 - \text{रु. } 75$$

$$= \text{रु. } 420$$

अङ्कित मूल्य - क्रय मूल्य = रु. 550 - रु. 420

$$= \text{रु. } 130$$

$$\text{अब, } \frac{130}{420} \times 100\% = 30.95\%$$

अतः सो सामानको अङ्कित मूल्य क्रय मूल्य भन्दा 30.95% धेरैले बढी छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. पसलेले कुनै वस्तुको मूल्य रु. 4000 अङ्कित गरेछ र 10% ग्राहकलाई छुट दिएछ । यसरी व्यापारीले रु. 600 नाफा गर्दछ भने कति प्रतिशत सो वस्तुको अङ्कित मूल्य क्रय मूल्यभन्दा बढी होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : $33\frac{1}{3}\%$)
2. श्यामले कुनै वस्तुको मूल्य रु. 5000 अङ्कित गरेछ र 15% ग्राहकलाई छुट दिएछ । यसरी व्यापारीले रु. 250 नाफा गर्दछ भने कति प्रतिशत सो वस्तुको अङ्कित मूल्य क्रय मूल्यभन्दा बढी होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : 25%)
3. नारायणले कुनै वस्तुको मूल्य रु. 3000 अङ्कित गरेछ र 12% ग्राहकलाई छुट दिएछ । यसरी व्यापारीले रु. 140 नाफा गर्दछ भने कति प्रतिशत सो वस्तुको अङ्कित मूल्य क्रय मूल्यभन्दा बढी होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : 20%)

नमुना 9 :

यदि एउटा घडी अङ्कित मूल्यमा बिक्री गर्दा विक्रेतालाई 20% नाफा हुन्छ तर 5% छुट दिँदा रु. 140 मात्र नाफा हुन्छ भने विक्रेताले उक्त घडी कतिमा किनेको हुनुपर्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान:

यहाँ, घडीको अङ्कित मूल्य = रु. x र

घडीको क्रय मूल्य (C. P.) = रु. y (मानौं)

अब, विक्रय मूल्य (S.P.) = C.P + नाफा

$$= y + y \text{ को } 20\%$$

$$= \frac{6y}{5}$$

अङ्कित मूल्यमा घडी बिक्री गरिएको छ । त्यसैले S.P. = x

$$\therefore x = \frac{6y}{5}$$

$$\therefore \text{अथवा, } \frac{6y}{5} \times 95\% - y = 140$$

$$\text{अथवा, } \frac{6y}{5} \times \frac{95}{100} - y = 140$$

$$\text{अथवा, } \frac{114y}{100} - y = 140$$

$$\text{अथवा, } = \frac{114y - 100y}{100} = 140$$

$$\text{अथवा, } \frac{14y}{100} = 140$$

$$\text{अथवा, } y = 1000$$

अतः घडीको क्रय मूल्य (C.P.) = रु. 1000

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. कुनै व्यापारीले एउटा वस्तुको अङ्कित मूल्यमा बिक्री गर्दा 50 % नाफा गर्दछ । यदि ग्राहकलाई 12 % छुट दिँदा सो वस्तुको बिक्रीमा रु 16 फाइदा गर्छ भने वस्तुको क्रय मूल्य निकाल्नुहोस् ।
(उत्तर : रु. 50)
2. एउटा व्यापारीले कुनै वस्तुलाई अङ्कित मूल्यमा बिक्री गर्दा 40 % नाफा गर्छ । यदि उसले ग्राहकलाई 15% छुट दिँदा रु. 76 नाफा गर्दछ भने सो वस्तुको अङ्कित मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : रु. 560)
3. एउटा व्यापारीले एउटा साइकलको अङ्कित मूल्यमा बिक्री गर्दा (छुट नदिँदा) 20 % नाफा हुन्छ तर 5% छुट दिँदा रु. 180 नाफा हुन्छ भने बिक्रीताले उक्त साइकल कतिमा किनेको हुनुपर्दछ ? (उत्तर : रु. 545.45)

नमुना 10 :

एक पसलेले कुनै सामानमा आफूले किनेको मूल्यमा 20% थप गरी अङ्कित मूल्य निर्धारण गर्दछ । यदि ग्राहकहरूलाई 10% छुट दिँदा उसलाई रु. 120 नाफा हुन्छ भने उसले सो सामान उसले कतिमा किनेको थियो ?

समाधान :

मानौं, क्रय मूल्य (C.P.) = $100x$

प्रश्नानुसार, अङ्कित मूल्य (M.P.) = $120x$

$$\begin{aligned}\text{विक्रय मूल्य (S.P.)} &= \text{M. P} - \text{छुट रकम} \\ &= 120x - 120x \text{ को } 10\% \\ &= 120x \times 120x \times \frac{10}{100} \\ &= 120x - 12x \\ &= 108x\end{aligned}$$

अब, $SP - CP = \text{नाफा}$

अथवा, $108x - 100x = 120$

अथवा, $8x = 120$

अथवा, $x = \frac{120}{8}$

$\therefore x = 15$

अतः घडीको क्रय मूल्य = $100x$
 $= 100 \times 15$
 $= \text{रु. } 1500$

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. एक जना फर्निचर पसलेले एटा टेबुलको किनेको मूल्यमा 25% थप गरी अङ्कित मूल्य निर्धारण गर्दछ । ग्राहकलाई 10% छुट दिन्छ यसो गर्दा उसलाई रु. 500 नाफा हुन्छ भने उसले सो सामान कतिमा किनेको थियो ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : रु. 4000)

2. एक जना कम्प्युटर पसलेले एउटा कम्प्युटरको किनेको मूल्यमा 30% थप गरी अङ्कित मूल्य निर्धारण गर्दछ। ग्राहकलाई 20 % छुट दिन्छ। यसो गर्दा उसलाई रु. 1800 नाफा हुन्छ भने उसले सो कम्प्युटर कतिमा किनेको थियो ? पत्ता लगाउनुहोस्।
(उत्तर : रु. 45000)
3. एउटा स्टेसनरी पसलेले एउटा क्याल्कुलेटरको किनेको मूल्यमा 20% थप गरी अङ्कित मूल्य राखेछ। यदि 25 % छुट दियो भने उसलाई रु.100 नोक्सान हुन्छ। सो क्याल्कुलेटरको क्रयमूल्य कति थियो होला ? पत्ता लगाउनुहोस्।
(उत्तर : रु. 1000)

नमुना 11 :

एउटा रेडियोको अङ्कित मूल्यमा 20 % छुट दिई सो रकममा 10% मूल्य अभिवृद्धि कर (VAT) जोडेर बेचियो। यदि किन्ने मानिसले रु. 320 भ्याट तिरेको थियो भने कति रकम उसले छुट पाएको थियो ?

समाधान :

मानौं, अङ्कित मूल्य = x

SP = $x - x$ को 20%

$$\begin{aligned} &= x - x \times \frac{20}{100} \\ &= \frac{100x - 20x}{100} \\ &= \frac{80x}{100} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{भ्याट रकम} &= \frac{80x}{100} \text{ को } 10\% \\ &= \frac{80x}{100} \times \frac{10}{100} \\ &= \frac{8x}{100} \end{aligned}$$

$$\text{तर, } \frac{8x}{100} = 320$$

$$\text{अथवा, } 8x = 32000$$

$$\text{अथवा, } x = 4000$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{छुट} &= \frac{20x}{100} \\ &= \frac{20 \times 4000}{100} \\ &= \text{रु. } 800 \end{aligned}$$

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. एउटा सुटकेसको अङ्कित मूल्यमा 10 % छुट दिई 13 % भ्याट जोडेर बेचियो। यदि किन्ने मानिसले रु. 468 भ्याट तिरेको थियो भने उसले कति रकम छुट पाएको थियो ?

(उत्तर : रु. 400)

2. एउटा पलङ्को अङ्कित मूल्यमा 15% छुट दिई 13% भ्याट जोडेर बेचियो । यदि किन्ने मानिसले रु. 636 भ्याट तिरेको थियो भने कति रकम छुट पाएको थियो ?

(उत्तर : रु. 863.34)

3. एउटा साइकलको अङ्कित मूल्यमा 25% छुट दिई सो रकममा 10% भ्याट जोडेर बेचियो । यदि छुट रकम रु. 750 थियो भने सो साइकलमा कति रकम भ्याट लगाइएको थियो ?

(उत्तर : रु. 225)

नमुना 12 :

कुनै वस्तुको अङ्कित मूल्य यसको विक्रय मूल्य भन्दा 25% बढी छ । साथै यसको क्रय मूल्य यसैको अङ्कित मूल्य भन्दा 30% कम छ भने छुट प्रतिशत र नाफा प्रतिशत निकाल्नुहोस् ।

समाधान :

मानौं, विक्रय मूल्य (S.P.) = रु. x

MP = x को 25%

$$= x + x + \frac{25}{100}$$

$$= x + \frac{x}{4}$$

$$= \frac{5x}{4}$$

CP = $\frac{5x}{4} - \frac{5x}{4}$ को 30%

$$= \frac{5x}{4} - \frac{5x}{4} \times \frac{30}{100}$$

$$= \frac{5x}{4} - \frac{150x}{400}$$

$$= \frac{500x - 150x}{400}$$

$$= \frac{350x}{400}$$

छुट प्रतिशत $\frac{MP - SP}{MP} \times 100\%$

$$\text{छुट \%} = \frac{\text{छुट}}{\text{M.P.}} \times 100$$

$$= \frac{20x}{100x} \times 100$$

\therefore छुट = 20%

नाफा रकम = S.P. C.P = $80x - 70x = 10x$

नाफा प्रतिशत = $\frac{\text{नाफा}}{\text{CP}} \times 100$

$$= \frac{10x}{70x} \times 100$$

\therefore नाफा = 14.28%

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. कुनै वस्तुको अङ्कित मूल्य यसको विक्रय मूल्यभन्दा 25% ले बढी छ। साथै यसको क्रय मूल्य यसैको अङ्कित मूल्यभन्दा 30 % कम छ भने छुट प्रतिशत र नाफा प्रतिशत पत्ता लगाउनुहोस्।
(उत्तर : 20% र $14\frac{2}{7}\%$)
2. कुनै वस्तुको अङ्कित मूल्य यसको विक्रय मूल्यभन्दा 25 % बढी छ। साथै यसको क्रय मूल्य यसैको अङ्कित मूल्यभन्दा $33\frac{1}{3}\%$ कम छ भने छुट प्रतिशत र नाफा प्रतिशत पत्ता लगाउनुहोस्। उत्तर : 2%, 20 %
3. कुनै वस्तुको अङ्कित मूल्य यसको विक्रय मूल्यभन्दा 60 % ले बढी छ। साथै यसको क्रय मूल्य यसैको अङ्कित मूल्यभन्दा 50 % ले कम छ भने छुट प्रतिशत र नाफा प्रतिशत पत्ता लगाउनुहोस्।
(उत्तर : 37.5% र 25 %)
4. कुनै वस्तुको अङ्कित मूल्य यसको विक्रय मूल्यभन्दा $11\frac{1}{9}\%$ ले बढी छ। साथै यसको क्रय मूल्य यसैको अङ्कित मूल्यभन्दा 20% ले कम छ भने छुट प्रतिशत र नाफा प्रतिशत पत्ता लगाउनुहोस्।
(उत्तर : 10% र 12.5 %)

नमुना 13 :

एउटा घडी अङ्कित मूल्यमा रु. 255 छुट दिई 15 % VAT जोडेर बेचियो। यदि VAT रकम रु. 450 थियो भने घडीको अङ्कित मूल्य र छुट रकम पत्ता लगाउनुहोस्।

समाधान :

यहाँ,

घडीमा छुट = 25%

घडीमा VAT = 15%

VAT रकम = रु. 450

अङ्कित मूल्य (M.P) = ?

छुट रकम = ?

अङ्कित मूल्य (M.P) = x (मानौं)

छुप = MP को छुट %

$$= x \text{ को } 25 \%$$

$$= x \times \frac{25}{100}$$

$$= \frac{x}{4}$$

छुटपछिको वि.मू = M.P - छुट

$$= x - \frac{x}{4}$$

$$= \frac{3x}{4}$$

$$\text{VAT रकम} = \frac{3x}{4} \text{ को } 15\%$$

$$\text{अथवा, रु. 450} = \frac{3x}{4} \times \frac{15}{100}$$

$$\text{अथवा, } x = \text{रु. 4000}$$

$$\text{छुट रकम} = \frac{x}{4} = \frac{4000}{4} = 1000$$

अतः सो घडीको अङ्कित मूल्य रु. 4000 र छुट रकम रु. 1000 रहेछ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. एउटा पङ्खाको अङ्कित मूल्यमा 20 % छुट दिई 10 % VAT जोडेर बेचियो । यदि VAT रकम रु. 200 थियो भने पङ्खाको अङ्कित मूल्य र छुट रकम पत्ता लगाउनुहोस् ।

(उत्तर : रु. 2500, रु. 500)

2. एउटा फ्रिजको अङ्कित मूल्यमा 25% छुट दिई 13% मूल्य अभिवृद्धि कर जोडेर किनियो । यदि मूल्य अभिवृद्धि कर रकम रु. 780 भए अङ्कित मूल्य र छुट रकम निकाल्नुहोस् ।

(उत्तर : रु. 8000, रु. 2000)

थप अभ्यासका लागि प्रश्न

1. प्रवीणले रु. 800 मा एउटा क्याल्कुलेटर खरिद गरी C.P को $\frac{9}{8}$ मा बिक्री गर्‍यो भने उसले कति प्रतिशत नाफा प्राप्त गर्‍यो ?

(उत्तर : 12.5%)

2. एउटा क्यामरा रु. 8100 मा बेच्दा 10% नोक्सान हुन्छ भने 5% नाफा लिन कुन मूल्यमा बेच्नुपर्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् । पत्ता लगाउनुहोस् ।

(उत्तर : रु. 9450)

3. A ले एउटा टेपरेकर्डर 20% नाफा हुनेगरी B लाई बेचेछ । B ले सो टेपरेकर्डर 10% नाफा लिएर C लाई बेचेछ । यदि C ले B लाई रु. 1320 तिरेको भए A को क्रय मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

(उत्तर : रु. 1000)

4. एउटा व्यापारीले दुई ओटा घडीहरू रु. 1200 मा किनेछन् । उसले एउटामा 20% नाफा र अर्कोमा 20% घाटा हुने गरी बेचेछन् । दुवै घडीको विक्रय मूल्य एउटै भए उसलाई प्राप्त भएको नाफा वा नोक्सान प्रतिशत कति हो ? निकाल्नुहोस् ।

(उत्तर : नोक्सान = 4%)

5. दुई ओटा कम्प्युटरहरू प्रत्येकको रु. 2000 मा बेच्दा एउटामा 50% नाफा र अर्कोमा 50% नोक्सान भयो भने उसलाई कति प्रतिशत नाफा वा नोक्सान भयो होला ?

(उत्तर : 25% नोक्सान)

6. एउटा कम्प्युटरको अङ्कित मूल्य रु. 4000 छ । यसलाई पसलेले 10% छुट दिएपछि 13% मूल्य अभिवृद्धि कर (VAT) लगाइदिन्छ भने उक्त कम्प्युटरलाई ग्राहकले किन्न कति तिर्नुपर्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(उत्तर : रु. 4068)

7. एउटा सामानमा रु. 200 छुट लिएर रु. 1300 मा किनियो भने छुटको दर निकाल्नुहोस् ।

(उत्तर : $13\frac{1}{3}\%$)

8. एउटा घडीको अङ्कित मूल्य क्रय मूल्य भन्दा 30% बढी राखिएको थियो । सो रेडियोमा 15% छुट गरी बेच्दा रु. 210 नाफा भएछ भने सो रेडियोको अङ्कित मूल्य कति कायम गरिएको थियो ?

(उत्तर : रु. 2600)

9. वरुणले कुनै वस्तुको मूल्य रु. 5000 अङ्कित गरेछ र 20% ग्राहकलाई छुट दिएछ । यसरी व्यापारीले रु. 1000 नाफा गर्दछ भने कति प्रतिशतले सो वस्तुको अङ्कित मूल्य क्रय मूल्यभन्दा बढी होला ? पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : $66\frac{2}{3}\%$)
10. यदि घडी अङ्कित मूल्यमा बिक्री गर्दा बिक्रेतालाई 20 % नाफा हुन्छ तर 5% छुट दिँदा रु. 280 मात्र नाफा हुन्छ भने बिक्रेताले उक्त घडी कतिमा किनेको हुनुपर्दछ ? (उत्तर : रु. 848.48)
11. एउटा स्टेसनरी पसलेले एउटा पुस्तकको किनेको मूल्यमा 20% थप गरी अङ्कित मूल्य राखेछ । यदि 30 % छुट दियो भने उसलाई रु. 64 नोक्सान हुन्छ । सो पुस्तकको क्रय मूल्य कति थियो होला ? (उत्तर : रु. 400)
12. एउटा फ्रिजको अङ्कित मूल्यमा 20 % छुट दिई सो रकममा 13 % भ्याट जोडेर बेचियो । यदि छुट रकम रु. 2400 भए सो फ्रिजमा कति रकम भ्याट लगाइएको थियो ? (उत्तर : रु. 1248)
13. एउटा सामानको अङ्कित मूल्यमा 15 % छुट दिई 10 % VAT जोडेर बेचियो । यदि छुट रकम रु. 2025 भए अङ्कित मूल्य र VAT रकम निकाल्नुहोस् । (उत्तर : रु. 13500, रु. 1147.50)

पाठ : 3. चक्रीय ब्याज, जनसङ्ख्या वृद्धि र मिश्र ह्रास (Compound Interest, Population Growth and Compound Depreciation)

यस पाठमा पाठ्यक्रम र विशिष्टीकरण तालिकाले व्यवस्था गरे बमोजिम चक्रीय ब्याज अर्ध वार्षिक प्रणालीमा बढीमा दुई वर्षसम्म र वार्षिक प्रणालीमा बढीमा दुई वर्षसम्ममा समस्याहरू जनसङ्ख्या वृद्धि र मिश्रह्रास सम्बन्धित समस्याहरू समावेश गरिएका छन् । त्यसै गरी जनसङ्ख्या वृद्धि र मिश्र ह्रासका बार्षिकका मात्र समस्याहरू समावेश गरिएका छन् । एस. एल. सी. परीक्षामा यस पाठसँग सम्बन्धित विषय वस्तुहरूबाट एउटा दुई अङ्क भारको छोटो प्रश्न ज्ञान तथा बोध तहको र एउटा समस्या समाधान तहको गरी जम्मा दुई ओटा जम्मा 6 अङ्कभारका प्रश्नहरू सोधने व्यवस्था रहेको छ ।

3.1 चक्रीय ब्याज (Compound Interest)

1. आधारभूत तथ्य तथा तथा सूत्रहरू

(क) आधारभूत धारणाहरू

चक्रिय ब्याज

कुनै धनराशि निश्चित समयावधि जस्तै : चौमासिक, अर्ध वार्षिक, मासिक आउने मिश्र धनले दोस्रो समयावधिको लागि मूल धनका रूपमा रही फरक ब्याज दिन्छ भने यसरी आएको ब्याज नै चक्रीय ब्याज (Compound Interest) हो ।

अर्को अर्थमा

चक्रीय मिश्र धन र वास्तविक मूल धनबिचको भिन्नता (difference) लाई चक्रीय ब्याज भनिन्छ । साधारण ब्याजको ब्याज लाग्दैन । तर चक्रीय ब्याजको पनि ब्याज लाग्ने प्रचलन छ ।

(ख) महत्त्वपूर्ण सूत्रहरू

$$1. \text{ चक्रीय मिश्र धन (A) = } P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T$$

$$2. \text{ चक्रीय ब्याज (C.I) = } P \left\{ \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T - 1 \right\}$$

यहाँ, P = सावाँ (मूल धन) R = ब्याजदर प्रति वर्ष, T = समय वर्षमा हुन्छ ।

चक्रीय ब्याजलाई वार्षिक, अर्ध वार्षिक चौमासिक अथवा मासिक दरले निकाल्न सकिन्छ ।

3. यदि चक्रीय ब्याज प्रत्येक आधा आधा वर्षमा वा अर्ध वार्षिक लिइन्छ भने हामीले समयलाई दोब्बर बनाउनुपर्छ र ब्याज दरलाई आधा बनाउनुपर्छ ।

$$\text{यहाँ, C.I} = P \left[\left(1 + \frac{R}{100}\right)^T - 1 \right] \text{ वार्षिक}$$

$$\text{C.I} = \left[\left(1 + \frac{R_1}{100}\right)^{T_1} - 1 \right] \text{ अर्ध वार्षिक}$$

$$\therefore \text{C.I} = P \left[\left(1 + \frac{R}{100}\right)^{2T} - 1 \right] \text{ जहाँ, } R_1 = \frac{R}{2} \text{ र } T_1 = 2T$$

4. वर्ष र महिना को चक्रीय मिश्रधन

$$CA = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n \times \left(1 + \frac{MR}{100}\right) \text{ र चक्रीय ब्याज (CI) = CA - P}$$

2. उत्तर लेख्दा ध्यानदिनुपर्ने कुराहरू

1. चक्रीय ब्याज सम्बन्धी सूत्रहरू केही कठिन छन् । होसियारीपूर्वक याद गर्नुपर्दछ ।
2. एकाइहरू साधारण ब्याजमा जस्तै गरी प्रयोग गर्नुपर्छ ।
3. वार्षिकलाई अर्ध वार्षिकमा लैजाँदा समयलाई 2 ले गुणन र ब्याज दरलाई आधा गर्नुपर्दछ ।
4. समानान्तर सूत्र बनाउँदा विशेष ध्यान दिनुपर्छ ।
5. उत्तर लेख्दा एकाइ लेख्न बिर्सनु हुँदैन ।

3. नमुना प्रश्न र अभ्यास

3.1 छोटो उत्तर आउने प्रश्न सम्बन्धी अभ्यास

नमुना 1 :

रु. 8000 को वार्षिक 15% को दरले 2 वर्षको चक्रीय मिश्रधन पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, मूल धन (P) = रु. 8000

ब्याज दर (R) = 15%

समय (T) = 2 वर्ष

सूत्रअनुसार,

$$\begin{aligned}
 \text{चक्रीय मिश्र धन (C.A.)} &= P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^T \\
 &= \text{रु. } 8000 \left(1 + \frac{15}{100} \right)^2 \\
 &= \text{रु. } 8000 \times 13.225 \\
 &= \text{रु. } 10580
 \end{aligned}$$

अतः चक्रीय मिश्र धन (C.A.) = रु. 10580

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. मूल धन (P) = रु. 8000, समय (T) = 2 वर्ष र ब्याज दर (R) = 10% प्रति वर्ष
(उत्तर : रु. 9680)
2. मूल धन (P) = रु 10000, समय (T) = 2 वर्ष र ब्याज दर (R) = 12% प्रति वर्ष
(उत्तर : रु. 12544)
3. मूलधन (P) = रु 15000, समय (T) = 3 वर्ष र ब्याज दर (R) = 15% प्रति वर्ष (उत्तर : रु. 22813.13)
4. सावौं (P) = रु. 9000, समय (T) = 3 वर्ष र ब्याज दर (R) = 8% प्रति वर्ष
(उत्तर : रु. 11337.41)

नमुना 2 :

रु. 5000 को वार्षिक 10% को दरले 2 वर्षको चक्रीय ब्याज पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, मूल धन (P) = रु. 5000

समय (T) = 2 वर्ष

ब्याज दर (R) = 10%

सूत्रअनुसार,

$$\begin{aligned}
 \text{चक्रीय ब्याज (C.I.)} &= P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^T - 1 \right] \\
 &= 5000 \left[\left(1 + \frac{10}{100} \right)^2 - 1 \right] = 1050
 \end{aligned}$$

अतः चक्रीय ब्याज (C.I.) = रु. 1050

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. रु. 8000 को वार्षिक 10% प्रति वर्षको ब्याज दरले 3 वर्षको चक्रीय ब्याज पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : रु. 2648)
2. रु. 10000 को वार्षिक 8 % प्रति वर्षको ब्याज दरले 2 वर्षको चक्रीय ब्याज पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : रु. 1664)
3. रु. 6000 को वार्षिक 15 % प्रति वर्षको ब्याज दरले 2 वर्षको चक्रीय ब्याज पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : रु. 1935)

4. कृष्णले नेपाल बैङ्क लिमिटेड टाँडी बजारबाट चक्रीय वार्षिक ब्याज 10% का दरले रु.9000 ऋण लियो । अब 2 वर्षपछि उसले बैङ्कलाई कति ब्याज बुझाउनुपर्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : रु. 1890)

नमुना 3 :

रु. 2000 को वार्षिक 10% ब्याज दरले 2 वर्षको अर्ध वार्षिक चक्रीय ब्याज पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, मूल धन (P) = रु. 2000

ब्याज दर (R) = 10% प्रति वर्षको

समय (T) = 2 वर्ष

सूत्रानुसार,

$$\begin{aligned}\text{अर्ध वार्षिक चक्रीय ब्याज (C.I.)} &= P \left[\left(1 + \frac{R}{200} \right)^{2T} - 1 \right] \\ &= 2000 \left[\left(1 + \frac{10}{200} \right)^{2 \times 2} - 1 \right] \\ &= 200 \times 0.21550625 \\ &= 431.0125\end{aligned}$$

अतः अर्ध वार्षिक चक्रीय ब्याज (C.I.) = रु. 431.01

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

अर्ध वार्षिक चक्रीय ब्याज पत्ता लगाउनुहोस् ।

1. मूल धन (P) = रु. 12000, वार्षिक ब्याज दर (R) = 8% र समय (T) = $1\frac{1}{2}$ वर्ष
(उत्तर : रु. 1498.37)
2. मूल धन (P) = रु. 2000, वार्षिक ब्याज दर (R) = 10% र समय (T) = 2 वर्ष
(उत्तर : रु. 431.01)
3. मूलधन (P) = रु. 1000, वार्षिक ब्याज दर (R) = 10% र समय (T) = $1\frac{1}{2}$ वर्ष
(उत्तर : रु. 157.63)

3.2 लामो उत्तर आउने प्रश्नोत्तर र अभ्यास

नमुना 1 :

रु.15000 को 1 वर्ष 6 महिनाको वार्षिक 10% को दरले साधारण ब्याज र चक्रीय ब्याज पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान:

यहाँ मूल धन (P) = रु. 15000 समय (T) = 1 वर्ष 6 महिना = $\left(1 + \frac{6}{12} \right) = \frac{3}{2}$ वर्ष

ब्याज दर (R) = 10% अ प्रति वर्ष

$$(i) \text{ साधारण ब्याज (S.I.) } = \frac{PTR}{100} = \frac{15000 \times 3 \times 10}{100 \times 2} \\ = \text{रु. 2250}$$

$$(ii) \text{ 1 वर्षको चक्रीय ब्याज (C.I.) } = P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^1 - 1 \right] \\ = 15000 \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^1 - 1 \right] \\ = 1500 \times \frac{1}{10} \\ = \text{रु. 1500}$$

बाँकी 6 महिनाका लागि

$$\text{सावौं (P) = रु. 15000 + रु. 1500 = रु. 16500}$$

$$\text{ब्याजदर (R) = 10\% \quad समय (T) = 6 महिना } = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \text{ वर्ष}$$

$$\therefore \text{ ब्याज } = \frac{P \times T \times R}{100} = \frac{16500 \times 10}{100 \times 2} = \text{रु. 825}$$

$$\text{अतः जम्मा चक्रीय ब्याज } = \text{रु. 1500 + रु. 825} \\ = \text{रु. 2325}$$

$$\text{अतः 1 वर्ष 6 महिनाको चक्रीय ब्याज = रु. 2325}$$

अर्को तरिका

$$CA = P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^n \left(1 + \frac{MR}{100} \right) \right]$$

n = वर्षको सङ्ख्या, m = महिनाको सङ्ख्या

$$= 1500 \left[\left(1 + \frac{10}{100} \right)^1 \times \left(1 + \frac{6 \times 10}{100} \right) \right] \\ = \text{रु. 17325}$$

$$\therefore CI = CA - P$$

$$= \text{रु. 17325 - रु. 15000 = रु. 2325}$$

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

- एकजना मानिसले रु. 5000 वार्षिक 12 % का दरले 3 वर्षलाई लगानी गरेछ भने,
 - उसले 3 वर्षको अन्तमा कति साधारण ब्याज पाउला ? (उत्तर : रु. 1800)
 - 3 वर्षको अन्तमा कति चक्रीय ब्याज पाउला ? (उत्तर : रु. 2024.64)
- वार्षिक 20 % ब्याजदरमा सीताले निशासँग रु. 5500 सापटी लिइछिन् भने 2 वर्षको अन्त्यमा साधारण ब्याज र चक्रीय ब्याज निकाल्नुहोस् । (उत्तर : रु. 2200, रु. 2420)

3. वार्षिक 21 प्रतिशत ब्याजदरमा सन्तोषले सुरेशसँग रु. 1,30,000 सापटी लिएछ भने 3 वर्षको अन्त्यमा हुने साधारण ब्याज र वार्षिक चक्रीय ब्याज निकाल्नुहोस् ।

(उत्तर : रु. 81900, रु. 100302.93)

4. वार्षिक 21 प्रतिशत ब्याज दरमा सन्तोषले सुरेशसँग रु. 1,50,000 सापटी लिएछ भने 2 वर्षको अन्त्यमा हुने साधारण ब्याज र वार्षिक चक्रीय ब्याज निकाल्नुहोस् । उत्तर : रु. 63000, रु. 69615

नमुना 2 :

रु. 4000 को वार्षिक 10 % ब्याज दरले 1 वर्षको अन्त्यमा साधारण ब्याज र अर्ध वार्षिक चक्रीय ब्याज कति कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, मूल धन (P) = रु. 40000

ब्याज दर (R) = 10% प्रति वर्ष

समय (T) = 1 वर्ष

$$\begin{aligned} \text{(i) साधारण ब्याज (S.I.)} &= \frac{P \times T \times R}{100} \\ &= \frac{4000 \times 1 \times 10}{100} \\ &= \text{रु. 400} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii) सूत्रबाट, अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज (C.I.)} &= P \left[\left(1 + \frac{R}{200} \right)^{2T} - 1 \right] \\ &= 4000 \left[\left(1 + \frac{10}{200} \right)^{2+1} - 1 \right] \\ &= 4000 \times \frac{41}{400} = \text{रु. 410} \end{aligned}$$

अतः साधारण ब्याज = रु. 400 र अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज = रु. 410

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. रु. 5000 को वार्षिक 10% ब्याज दरले 1 वर्षको अन्त्यमा साधारण ब्याज र अर्ध वार्षिक चक्रीय ब्याज पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु. 500, रु. 512.5)

2. रु. 8000 को वार्षिक 8% ब्याजदरले $1\frac{1}{2}$ वर्षको अन्त्यमा साधारण ब्याज र अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु. 960, रु. 998.91)

3. वार्षिक 10 % ब्याज दरमा रामले सीतासँग रु. 4800 सापटी लिएछ भने 1 वर्षको अन्त्यमा

(i) उनले साधारण ब्याज कति तिर्नुपर्ला ? (उत्तर : रु. 480)

(ii) अर्ध वार्षिक चक्रीय ब्याज कति तिर्नुपर्ला ? (उत्तर : रु. 492)

4. वार्षिक 12 % ब्याजका दरले रामले श्यामसँग रु.4250 सापटी लिएछ भने एक वर्षको अन्त्यमा
 (i) रामले कति साधारण ब्याज तिर्नुपर्ला ? (उत्तर : रु. 510)
 (ii) अर्ध वार्षिक चक्रीय ब्याज कति तिर्नुपर्ला ? (उत्तर : रु. 525.30)

नमुना 3 :

रु. 5000 को 3 वर्षको 10% वार्षिक ब्याज दरले साधारण ब्याज र चक्रीय ब्याजमा कति फरक पर्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, मूल धन (P) = रु. 5000

समय (T) = 3 वर्ष

ब्याजदर (R) = 10% प्रति वर्ष

$$\begin{aligned} \text{(i) साधारण ब्याज (S.I.)} &= \frac{\text{PTR}}{100} \\ &= \frac{5000 \times 3 \times 10}{100} \\ &= \text{रु. 1500} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii) चक्रीय ब्याज (C.I.)} &= \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^T - 1 \right] \\ &= \left[\left(1 + \frac{10}{100} \right)^3 - 1 \right] \\ &= 5000 \times \frac{331}{1000} \\ &= \text{रु. 1655} \end{aligned}$$

अतः साधारण ब्याज र चक्रीय ब्याजमा फरक रु. 1655 - रु. 1500 = रु. 155

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

- रु. 7500 को वार्षिक 10% ब्याज दरले 2 वर्षमा हुने चक्रीय ब्याज र साधारण ब्याजको फरक पत्ता लगाउनुहोस् ? (उत्तर:- रु. 75)
- रु. 5120 को 3 वर्षको 12.5% वार्षिक ब्याज दरले हुने चक्रीय ब्याज र साधारण ब्याजमा कति फरक पर्ला ? (उत्तर : रु. 250)
- रु. 18000 को वार्षिक 15 % ब्याजदरमा 2 वर्षमा हुने साधारण ब्याज र वार्षिक चक्रीय ब्याजमा हुने फरक पत्ता लगाउनुहोस् ? (उत्तर : रु. 405)

नमुना 4 :

कुनै रकमको प्रतिवर्ष 5% ब्याजको दरले 2 वर्षमा मिश्रित ब्याज र साधारण ब्याजको फरक 120 भए सो रकम कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, ब्याज दर (R) = 5% प्रति वर्ष, समय (T) = 2 वर्ष, सावँ (P) = ?

$$\text{सूत्रानुसार, साधारण ब्याज} = \frac{\text{PTR}}{100} = \frac{P \times 2 \times 5}{100} = \frac{P}{10}$$

$$\begin{aligned}\text{चक्रीय ब्याज CI} &= P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^T - 1 \right] = P \left[\left(1 + \frac{5}{100} \right)^2 - 1 \right] \\ &= P \times \frac{41}{400} = \frac{41P}{400}\end{aligned}$$

प्रश्नानुसार, C. I. – S. I. = रु. 120

$$\text{अथवा, } \frac{41P}{400} - \frac{P}{10} = \text{रु. 120}$$

$$\text{अथवा, } \frac{41P - 40P}{400} = \text{रु. 120}$$

$$\text{अथवा, } \frac{P}{400} = \text{रु. 120}$$

$$\therefore P = \text{रु. 48000.}$$

अतः सो रकम रु. 48000 रहेछ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. वार्षिक 20 % ब्याज दरले 2 वर्षमा हुने कुनै धनको मिश्रित ब्याज र साधारण ब्याजको फरक रु. 400 हुन्छ भने सो धन पत्ता लगाउनुहोस् ? (उत्तर : रु. 10,000)
2. कुनै रुपियाँको वार्षिक 15%का दरले 3 वर्षमा चक्रीय ब्याज दर र साधारण ब्याजमा फरक रु. 283.5 हुन्छ भने सावाँ पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु. 4000)
3. कुनै रुपियाँको वार्षिक 8% दरले 2 वर्षमा चक्रीय ब्याज र साधारण ब्याजमा फरक रु. 32 हुन्छ भने सावाँ पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु. 5000)

नमुना 5 :

कुनै रकमको 2 वर्षमा हुने साधारण ब्याज चक्रस्य ब्याजभन्दा रु. 90 ले कम छ । यदि वार्षिक ब्याजदर 15% कायम गरिएको थियो भने मूल धन कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान:

यहाँ,

समय (T) = 2 वर्ष

ब्याजदर (R) = 15%

मूलधन (P) = ?

प्रश्नानुसार,

$$\text{CI} - \text{SI} = 90$$

$$\text{अथवा, } P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^T - 1 \right] - \frac{P \times T \times R}{100} = 90$$

$$\text{अथवा, } P \left[\left(1 + \frac{15}{100} \right)^2 - 1 \right] - \frac{P \times 2 \times 15}{100} = 90$$

$$\text{अथवा, } P \times \frac{129}{400} - P \times \frac{3}{10} = 90$$

$$\text{अथवा, } \frac{129P - 120P}{400} = 90$$

$$\text{अथवा, } \frac{9P}{400} = 90$$

$$\text{अथवा, } P = 90 \times \frac{400}{9} = 4000$$

अतः मूलधन = रु. 4000.

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. प्रतिवर्ष 10% ब्याजको दरले 2 वर्षमा कुनै रकमको सरलसाधारण ब्याज चक्रीय ब्याजभन्दा रु.360 कम हुन आउँछ भने मूल धन पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु. 36000)
2. प्रतिवर्ष 15% ब्याजका दरले 2 वर्षमा कुनै रकमको साधारण ब्याज चक्रीय ब्याजभन्दा रु. 180 कम हुन आउँछ भने मूल धन पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु. 8000)
3. प्रतिवर्ष 10% ब्याजका दरले 2 वर्षमा कुनै रकमको साधारण ब्याज चक्रीय ब्याजभन्दा रु. 420 कम हुन आउँछ भने मूल धन पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु. 42000)

नमुना 6 :

कुनै धनराशिको 10% वार्षिक ब्याजको दरले दुई वर्षमा चक्रीय ब्याज रु. 420 हुन्छ भने त्यत्तिकै समयका लागि उही नै वार्षिक ब्याजदरले सोही सावामा लाग्ने साधारण ब्याज कति हुन्छ ? निकाल्नुहोस् ।

समाधान:

यहाँ, ब्याजदर (R) = 10% प्रति वर्ष

समय (T) = 2 वर्ष

सावाँ (P) = ?

सूत्रअनुसार,

$$\text{चक्रीय ब्याज} = P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^T - 1 \right]$$

$$\text{अथवा, } 420 = P \left[\left(1 + \frac{10}{100} \right)^2 - 1 \right]$$

$$\text{अथवा, } 420 = P \left[\left(\frac{11}{10} \right)^2 - 1 \right]$$

$$\text{अथवा, } 420 = P \left[\frac{121-100}{100} \right]$$

$$\text{अथवा, } 420 = P \times \frac{21}{100}$$

$$\text{अथवा, } \frac{420 \times 100}{21} = P$$

$$\therefore P = \text{रु. } 2000$$

फेरि, सूत्रअनुसार

$$\begin{aligned} \text{साधारण ब्याज (SI)} &= \frac{\text{PTR}}{100} \\ &= \frac{\text{रु. } 2000 \times 2 \times 20}{100} \\ &= \text{रु. } 200 \end{aligned}$$

$$\text{अतः साधारण ब्याज (C.P.)} = \text{रु. } 200$$

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. रु. 5000 को 2 वर्षमा वार्षिक 20% का दरले हुने चक्रिय ब्याज कति होला ? सोही दरमा सो रकमको साधारण ब्याजअनुरूप त्यत्ति नै ब्याज पाउन कति समय लाग्ला ? (उत्तर : रु. 2200, 2.2 वर्ष)
2. वार्षिक 10% ब्याजदरमा 2000 को 2 वर्षमा मिश्रित ब्याज कति होला । सोही रकमको त्यति नै ब्याज सोही अवधिमा पाउन साधारण ब्याज दर कति कायम गर्नुपर्ला ? (उत्तर : रु. 420, 10.5% प्रति वर्ष)
3. कुनै धनराशीको 10% वार्षिक ब्याजको दरले 2 वर्षमा चक्रिय ब्याज रु. 840 हुन्छ भने त्यत्तिकै समयका लागि उही नै ब्याज दरले सोही सावामा लाग्ने साधारण ब्याज निकाल्नुहोस् ।

(उत्तर : रु. 800)

नमुना 7 :

वार्षिक चक्रिय ब्याज प्रणालीअनुसार कुनै रकमको मिश्र धन 2 वर्षमा रु. 7260 र 3 वर्षमा रु. 7986 पुग्छ भने सावार् र ब्याजको दर पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान:

यहाँ, 2 वर्षको मिश्र धन (A_1) = रु. 7260 र 3 वर्षको मिश्र धन (A_2) = रु. 7986

मानौं, सूत्रअनुसार,

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^T$$

$$T = 2 \text{ वर्ष हुँदा, } A_1 = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^2$$

$$\therefore 7260 = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^2 \dots\dots\dots (i)$$

$$T = 3 \text{ वर्ष हुँदा, } A_2 = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^3$$

$$\therefore 7986 = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^3 \dots\dots\dots (ii)$$

अब समीकरण (ii) लाई स. (i) ले भाग गर्दा-

$$\frac{7986}{7260} = \frac{P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^3}{P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^2}$$

$$\text{अथवा, } 1 + \frac{R}{100} = \frac{11}{10}$$

$$\text{अथवा, } \frac{R}{100} = \frac{11}{10} - 1$$

$$\text{अथवा, } \frac{R}{100} = \frac{1}{10}$$

$$\therefore R = 10\% \text{ प्रति वर्ष}$$

R को मान स. (i) मा राख्दा

$$7260 = P \left(1 + \frac{10}{100} \right)^2$$

$$\text{अथवा, } 7260 = P \times \frac{121}{100}$$

$$\text{अथवा, } P = 7260 \times \frac{100}{121}$$

$$\therefore P = \text{रु. } 6000$$

अतः सावाँ = रु 6000 र ब्याजदर 10% प्रति वर्ष

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. वार्षिक चक्रीय ब्याज दरमा कुनै धनराशीको 2 वर्ष र 3 वर्षको अन्त्यमा क्रमशः मिश्र धनहरू रु. 26460 र रु. 27783 हुन्छ भने चक्रीय ब्याजदर र उक्त धनराशी पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : 5%, रु. 240900)
2. प्रतिवर्ष 20% ब्याजका दरले कुनै रकमको चक्रीय वार्षिक ब्याज 3 वर्षमा साधारण ब्याजभन्दा रु. 384 ले बढी हुन आउँछ भने मूलधन निकाल्नुहोस् ।
(उत्तर : रु. 3000)
3. वार्षिक मिश्रित ब्याजअनुसार 2 वर्ष र 3 वर्षमा कुनै रकमको मिश्रधनहरू क्रमशः रु. 12100 र 13310 पुग्दछ भने मूलधन र ब्याजदर पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : रु. 10,000, 10%)

नमुना 8 रु

रु. 10000 को 2 वर्षमा अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याजदरमा चक्रीय ब्याज रु. 4641 हुन्छ भने ब्याजको दर पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, मूलधन (P) = रु. 10000

समय (T) = 2 वर्ष

ब्याजदर (R) = ?

अर्धवार्षिक मिश्रब्याज (C. I.) = रु. 4641

सूत्रानुसार, C. I. = $P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^{2T} - 1 \right]$

$$4641 = 10000 \left[\left(1 + \frac{R}{200} \right)^4 - 1 \right]$$

$$\text{अथवा, } \frac{4641}{10000} = \left(1 + \frac{R}{200} \right)^4 - 1$$

$$\text{अथवा, } 1 + \frac{4641}{10000} = \left(1 + \frac{R}{200} \right)^4$$

$$\text{अथवा, } \frac{4641}{10000} = \left(1 + \frac{R}{200} \right)^4 - 1$$

$$\text{अथवा, } \left(\frac{11}{10} \right)^4 = \left(1 + \frac{R}{200} \right)^4$$

$$\text{अथवा, } 1 + \frac{R}{200} = \frac{11}{10}$$

$$\text{अथवा, } \frac{R}{200} = \frac{1}{10}$$

$$\therefore R = 20\%$$

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. रु. 5000 को $1\frac{1}{2}$ वर्षमा अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज रु. 624.32 हुन्छ भने ब्याजको दर पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : 8% प्रति वर्ष)
2. रु. 8000 को $1\frac{1}{2}$ वर्षमा अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज रु. 998.912 हुन्छ भने ब्याजको दर पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : 8% प्रति वर्ष)
3. रु. 12000 को 2 वर्षमा अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज दरमा चक्रीय ब्याज रु. 2586.075 भए ब्याजको दर पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : 10%)
4. रु. 15000 को 2 वर्षमा अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज दरमा चक्रीय ब्याज रु. 3232.59375 भए ब्याजको दर पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : 10% प्रति वर्ष)

थप अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. रु. 12000 को वार्षिक 20% ब्याज दरमा 2 वर्षमा हुने साधारण ब्याज र वार्षिक चक्रीय ब्याजमा हुने फरक पत्ता लगाउनुहोस् ? (उत्तर : रु. 480)
2. वार्षिक 10% ब्याजका दरले 2 वर्षमा हुने कुनै धन राशीको चक्रीय ब्याज र साधारण ब्याजको फरक रु. 20 हुन्छ भने सो धन पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु. 2000)
3. प्रतिवर्ष 5% ब्याजका दरले 2 वर्षमा कुनै रकमको साधारण ब्याज चक्रीय ब्याजभन्दा रु. 120 कम छ भने मूल धन पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु. 48000)
4. कुनै धनराशिको 15% वार्षिक ब्याजको दरले 2 वर्षमा चक्रीय ब्याज रु. 1935 हुन्छ भने त्यत्तिकै समयका लागि उही नै ब्याजदरले सोही सावामा लाग्ने साधारण ब्याज निकाल्नुहोस् । (उत्तर : रु. 1800)
5. वार्षिक चक्रीय ब्याज प्रणालीअनुसार कुनै रकमको मिश्र धन 2 वर्षमा रु. 6050 पुग्दछ र 3 वर्षमा रु. 6655 पुग्दछ भने सो रकम कति थियो । (उत्तर : रु. 5000)

पाठ : 3.1.2 जनसङ्ख्या वृद्धि र मिश्र ह्रास

(Population Growth and Compound Depreciation)

1. आधारभूत तथ्य तथा सूत्रहरू

(क) आधारभूत धारणाहरू

(अ) जनसङ्ख्या वृद्धि

एउटा निश्चित समयावधिमा जनसङ्ख्यामा भएको सापेक्षित वृद्धिलाई जनसङ्ख्या वृद्धि भनिन्छ ।

(आ) साधारण ह्रास (Simple Depreciation)

कुनै वस्तुको मूल्यमा प्रत्येक वर्ष वा निश्चित समयको अन्तरालमा एउटै दर (same rate) मा ह्रास आउँछ भने त्यस्तो ह्रासलाई साधारण ह्रास भनिन्छ ।

(इ) मिश्र ह्रास (Compound depreciation)

कुनै वस्तुको मूल्यमा प्रत्येक वर्षमा निश्चित समयमा हुने सापेक्षिक ह्रासलाई मिश्र ह्रास भनिन्छ ।

(ख) महत्त्वपूर्ण बुँदा तथा सूत्रहरू

1. मानौं, $R\%$ ले प्रतिवर्ष जनसङ्ख्यामा हुने वृद्धिका दरले सुरुको जनसङ्ख्यालाई जनाउँछ भने T वर्षपछिको जनसङ्ख्या

$$P_1 = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^T$$

जहाँ P र P_T ले क्रमशः शुरुको र T वर्ष पछिको जनसङ्ख्यालाई जनाउँछन् ।

2. यदि $R\%$ प्रतिवर्षमा हुने जनसङ्ख्या ह्रासको दर भए T वर्षपछिको जनसङ्ख्या

$$P_T = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^T$$

3. यदि $R_1\%$ ले एउटा निश्चित समयको वृद्धि दर र $R\%$ ले अर्को निश्चित समयको वृद्धि दरलाई जनाउँछ भने T वर्षको जनसङ्ख्या

$$P_T = P \left(1 + \frac{R_1}{100} \right)^{T_1} \times P_1 = P \left(1 + \frac{R_2}{100} \right)^{T_2} \text{ हुन्छ ।}$$

4. यदि 'P' सुरुको मूल्य र 'F' अन्तिम मूल्य हो भने वार्षिक साधारण ह्रासलाई यसरी निकालिन्छ
साधारण ह्रास (D) = $\frac{P-F}{n}$

जहाँ, n = सामानको अनुमानित टिकाउ वर्ष सङ्ख्या

यसलाई ह्रासको बराबर किस्ता (equal installment) तरिका पनि भनिन्छ ।

P, P_T , R र T ले क्रमः सुरुको मूल्य, T वर्ष पछिको मूल्य, ह्रास दर र समय वर्षमा लाई जनाउँछ भने

$$P_T = P \left(1 - \frac{R}{100} \right)^T \text{ हुन्छ ।}$$

(ग) उत्तर लेख्दा ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू

1. समानान्तर सूत्र बनाउँदा सम्भनुपर्दछ ।
2. उत्तर लेख्दा एकाइ लेख्न बिर्सनु हुँदैन ।

3. नमुना प्रश्नोत्तर र अभ्यास

3.1. छोटो उत्तर आउने प्रश्न सम्बन्धी अभ्यास

नमुना 1 :

कुनै गाउँको जनसङ्ख्या 2 वर्ष पहिले 5400 थियो । त्यहाँको जनसङ्ख्या वृद्धि दर 5 % छ भने हालको जनसङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

सुरुको जनसङ्ख्या (P) = 5400

जनसङ्ख्या वृद्धिदर (R) = 5%

हालको जनसङ्ख्या (P_T) = ?

समय (T) = 2 वर्ष

सूत्रअनुसार, हालको जनसङ्ख्या (P_T) = $P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^T$

$$\begin{aligned} \text{अथवा } P_2 &= 540 \left(1 + \frac{R}{100} \right)^2 \\ &= 5400 \times \left(\frac{21}{20} \right)^2 \\ &= 5400 \times \frac{441}{400} \end{aligned}$$

∴ हालको जनसङ्ख्या (P_T) = 5934 लगभग

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. कुनै गाउँको जनसङ्ख्या 2 वर्ष पहिले 7000 थियो । त्यहाँको जनसङ्ख्या वृद्धि दर 3.1 % छ भने हालको जनसङ्ख्या निकाल्नुहोस् ? (उत्तर:- 7441 जना)
2. 2 वर्ष पहिले एउटा गाउँको जनसङ्ख्या 16000 थियो । उक्त गाउँको जनसङ्ख्या वृद्धि दर 5% छ भने अहिलेको जनसङ्ख्या कति होला ? (उत्तर :17640 जना)
3. एउटा सहरको जनसङ्ख्या प्रत्येक वर्ष 3 प्रतिशतको दरले वृद्धि हुन्छ । यदि अहिलेको जनसङ्ख्या 480000 भए दुई वर्षपछि उक्त सहरको जनसङ्ख्या कति होला ? (उत्तर : 50923 जना)

नमुना 2 :

एउटा गाउँको जनसङ्ख्या एक वर्ष पहिले 10,000 थियो । अहिलेको जनसङ्ख्या 10,210 छ भने जनसङ्ख्या वृद्धि दर कति हुन्छ, निकाल्नुहोस् ।

समाधान :

सुरुको जनसङ्ख्या = 10000

हालको जनसङ्ख्या (P) = (P_T) = 10210

जनसङ्ख्या वृद्धि दर (R) = ?

समय (T) = 1 वर्ष

सूत्रअनुसार,

$$P_T = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^T$$

$$\text{अथवा, } 10210 = 10000 \left(1 + \frac{R}{100} \right)^2$$

$$\text{अथवा, } \left(1 + \frac{R}{100} \right)^2 = \frac{1021}{1000}$$

$$\text{अथवा, } \frac{R}{100} = \frac{21}{1000}$$

$$\text{अथवा, } R = \frac{21}{10}$$

$$\therefore R = 2.1$$

अतः आवश्यक जनसङ्ख्या वृद्धि दर = 2.1%

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. एउटा गाउँको 1 वर्ष पहिलेको जनसङ्ख्या 8000 थियो । यदि हालको जनसङ्ख्या 8400 भए छ भने जनसङ्ख्या वृद्धि दर कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : 5%)
2. 2062 सालमा धादिङ्ग बेंसीको जनसङ्ख्या 20,000 थियो । यदि 2063 सालमा त्यहाँको जनसङ्ख्या 21000 भए जनसङ्ख्या वृद्धि दर पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : 5)
3. रत्ननगरको 2062 सालको जनसङ्ख्या 40000 थियो । यदि 2063 सालमा त्यहाँको जनसङ्ख्या 416000 भए जनसङ्ख्या वृद्धि दर पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : 4%)

नमुना 3 :

एउटा मेसिनको मूल्यमा प्रत्येक वर्ष 10 % ह्रास कट्टा हुँदै जान्छ भने रु. 24000 पर्ने एउटा मेसिनको 2 वर्षपछिको मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, ह्रास दर (R) = 10%

सुरुको मूल्य (P) = रु. 24000

2 वर्षपछिको मूल्य (P₂) = ?

सूत्रानुसार, T वर्षपछिको मूल्य (P₁) = $P \left(1 - \frac{R}{100} \right)^T$

$$\begin{aligned} \therefore 2 \text{ वर्षपछिको मूल्य } (P_2) &= 2400 \left(1 - \frac{10}{100} \right)^2 \\ &= 24000 \times \frac{81}{100} \\ &= 19440 \end{aligned}$$

अतः सो मेसिनको 2 वर्षपछिको मूल्य = रु. 19440

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. रु 10,000 पर्ने मेसिनको मूल्यमा 10% ह्रास कट्टा हुन्छ भने सो मेसिनको दुई वर्षपछि हुने मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु. 8100)
- 2.. एउटा गाउँको जनसङ्ख्या 64,000 छ । 5% प्रति वर्षको दरले जनसङ्ख्या वृद्धि हुन्छ । दुई वर्षपछिको जनसङ्ख्या कति हुनेछ ? (उत्तर : 70560)
- 3.. रु. 12000 पर्ने मेसिनको मूल्यमा प्रतिवर्ष 10 % ह्रास कट्टा हुन्छ भने सो मेसिनको दुई वर्ष पछि हुने मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु. 9720)

नमुना 4 :

प्रतिवर्ष 15 प्रतिशत ह्रास कट्टा गरी एउटा स्कुटर एक वर्षपछि रु. 72250 मा बेचियो भने उक्त स्कुटर कतिमा किनिएको थियो ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

ह्रास कट्टा दर (R) = 15%

समय (T) = 1 वर्ष

ह्रास पछिको मूल्य (P_T) = रु. 72250

सुरुको मूल्य (P) = ?

सूत्रानुसार,

$$P_T = P \left(1 - \frac{R}{100} \right)$$

$$\text{अथवा, } 72250 = \left(1 - \frac{5}{100} \right)$$

$$\text{अथवा, } 72250 = P \times \frac{85}{100}$$

$$\text{अथवा, } P = 72250 \times \frac{100}{85}$$

$$\therefore P = 85000$$

अतः सुरुको मूल्य (P) = रु. 85000

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. प्रतिवर्ष 5 % ह्रास कट्टा गरी एउटा मोटरसाइकल एक वर्षपछि रु. 57,000 मा बेचियो भने उक्त मोटरसाइकल कतिमा किनिएको थियो ? (उत्तर : रु. 60,000)
2. प्रतिवर्ष 12% ह्रास कट्टा गरी एउटा मोटरसाइकल एक वर्षपछि रु. 30,976 मा बेचियो भने उक्त मोटरसाइकल कतिमा किनिएको थियो ? (उत्तर : रु. 35200)
3. प्रतिवर्ष 8% ह्रास कट्टा गरी एउटा मोटरसाइकल एक वर्षपछि रु. 76176 मा बेचियो भने उक्त मोटरसाइकल कतिमा किनिएको थियो ? (उत्तर : रु. 82800)

नमुना 5 :

रु. 90000 पर्ने एउटा मोटरसाइकलको बर्सेनि 10% ह्रास कट्टा गरिन्छ भने 2 वर्षपछिको ह्रास कट्टा पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

सुरुको मूल्य (P) = रु. 90000

मूल्य ह्रास दर (R) = 10%

समय (T) = 2 वर्ष

ह्रास कट्टा रकम = ?

सूत्रानुसार,

$$\begin{aligned} \text{ह्रासकट्टा रकम} &= P \left[1 - \left(1 - \frac{R}{100} \right)^T \right] \\ &= 90000 \left[1 - \left(1 - \frac{10}{100} \right)^2 \right] \\ &= 90000 \left[1 - \frac{81}{100} \right] \\ &= 90000 \times \frac{19}{100} \\ &= 17100 \end{aligned}$$

अतः ह्रास कट्टा रकम = रु. 17100

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. रु. 5000 पर्ने एउटा साइकलको बर्सेनि 33% ह्रास कट्टा गरिन्छ भने 2 वर्ष पछिको ह्रास कट्टा पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : रु. 2755.5)
2. रु. 75000 पर्ने एउटा टाइपराइटरको बर्सेनि 10% ह्रास कट्टा गरिन्छ भने 2 वर्ष पछिको ह्रास कट्टा पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : रु. 14250)
3. रु. 80000 पर्ने एउटा मेसिनको बर्सेनि 20% ह्रास कट्टा गरिन्छ भने 2 वर्षपछिको ह्रास कट्टा पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : रु. 28800)

नमुना 6 :

एउटा मेसिनको मूल्य 2 वर्षमा रु. 32000 बाट घटेर रु. 25920 कायम भएछ भने वार्षिक ह्रास प्रतिशत पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

समय (T) = 2 वर्ष

मेसिनको सुरुको मूल्य (P) = रु. 32000

2 वर्षपछिको मूल्य (P₂) = रु. 25920

ह्रास दर (R) = ?

सूत्रअनुसार,

$$P_T = P \left(1 - \frac{R}{100} \right)^T$$

$$\text{अथवा, } 25920 = 32000 \left(1 - \frac{R}{100} \right)^2$$

$$\text{अथवा, } \frac{25920}{32000} = \left(1 - \frac{R}{100} \right)^2$$

$$\text{अथवा, } \left(\frac{9}{10} \right)^2 = \left(1 - \frac{R}{100} \right)^2$$

$$\text{अथवा, } \frac{9}{10} = 1 - \frac{R}{100}$$

$$\text{अथवा, } \frac{R}{100} = 1 - \frac{9}{10}$$

$$\text{अथवा, } \frac{R}{100} = \frac{1}{10}$$

$$\therefore R = 10\%$$

अतः मूल्य ह्रास दर = 10% प्रति वर्ष

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. रु. 450000 मा किनेको एउटा कार एक वर्षपछि रु. 405000 मा बेचियो भने कति प्रतिशत ह्रास कट्टा गरिएको थियो ?
(उत्तर : 10%)

- रु. 90000 मा किनेको एउटा मोटरसाइकल एकवर्ष पछि रु. 81000 मा बेचिएको थियो भने त्यसमा कति प्रतिशत ह्रास कट्टा गरिएको थियो ? (उत्तर : 10%)
- रु. 200000 मा किनिएको एउटा टेम्पु 1 वर्षपछि रु. 170000 मा बेचिएको थियो भने कति प्रतिशत ह्रास कट्टा गरिएको थियो ? (उत्तर : 10%)

3.2 लामो उत्तर आउने प्रश्नोत्तर र अभ्यास

नमुना 1 :

एउटा गाउँको जनसङ्ख्या प्रत्येक वर्ष 5% को दरले बढ्दै जान्छ। यदि 2 वर्षको अन्त्यमा 1025 जना बसाइँ सरेर अन्यत्र जाँदा सो गाउँको जनसङ्ख्या 10000 भयो भने सुरुमा सो गाउँको जनसङ्ख्या कति थियो ?

समाधान :

यहाँ, जनसङ्ख्या वृद्धि दर (R) = 5%

समय (T) = 2 वर्ष

2 वर्षको अन्त्यमा गाउँको जनसङ्ख्या = 1025 + 10000

$P_T = 11025$

सूत्रअनुसार, $P_T = P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^T \right]$

अथवा, $11025 = P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^2 \right]$

अथवा, $11025 = P \times \frac{441}{400}$

अथवा, $\frac{11025 \times 400}{441} = P$

$\therefore P = 10000$

अतः सुरुको जनसङ्ख्या = 10,000 जना उत्तर

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

- एउटा सहरको जनसङ्ख्या प्रत्येक वर्ष 10 प्रतिशत बढ्दै जान्छ। यदि दुई वर्षको अन्त्यमा सो सहरको जम्मा जनसङ्ख्या 30000 पुगेको थियो। यदि सो सङ्ख्यामा 5800 जना अन्तिममा बसाइँ सराइबाट थपिएका थिए भने सुरुको जनसङ्ख्या कति थियो ? (उत्तर : 20000 जना)
- रत्ननगरको जनसङ्ख्या प्रत्येक वर्ष 5 % बढ्दै जान्छ। यदि दुई वर्षको अन्त्यमा सो सहरको जम्मा जनसङ्ख्या 15000 पुगेको थियो। यदि सो सङ्ख्यामा 3975 जना अन्तिममा बसाइँ सराइको थपिएका थिए भने सुरुको जनसङ्ख्या कति थियो ? (उत्तर : 10000 जना)

3. काठमाडौंको जनसङ्ख्या प्रत्येक वर्ष 10% बढ्दै जान्छ । यदि दुई वर्षको अन्त्यमा सो सहरको जम्मा जनसङ्ख्या 700000 पुगेको थियो । यदि सो सङ्ख्यामा 95000 जना अन्तिममा बसाइँ सराइको थपिएका थिए भने सुरुको जनसङ्ख्या कति थियो ? (उत्तर : 20000 जना)

नमुना 2 :

2057 सालको सुरुमा काठमाडौं उपत्यकाको जनसङ्ख्या 10,00,000 र जनसङ्ख्या वृद्धि दर 4.5% थियो । 2058 सालको सुरुमा 25000 मानिसहरू अन्यत्रबाट यहाँ बसाइँ सराइ गरी यहाँ स्थायी बसोबास गर्न आए भने 2060 सालको सुरुको जनसङ्ख्या कति होला ?

समाधान:

2057 सालको जनसङ्ख्या = 1000000

जनसङ्ख्या वृद्धि दर = 4.5%

2058 सालमा थपिएको मानिसको सङ्ख्या = 25000

2060 सालको जनसङ्ख्या = ?

$$\begin{aligned} 2058 \text{ सालको जनसङ्ख्या} &= 1000000 + 1000000 \text{ को } 4.5 \% + 25000 \\ &= 10,00,000 + 45000 + 25000 \\ &= 10, 70, 000 \end{aligned}$$

2060 सालको जनसङ्ख्या निकाल्नका लागि

सुरुको जनसङ्ख्या (P) = 10 70000

समय (T) = 2060 – 2058 = 2 वर्ष

वृद्धि दर (R) = 4.5%

सूत्रअनुसार

$$\begin{aligned} P_T &= P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^T \\ &= 107000 \left(1 + \frac{4.5}{100} \right)^2 \\ &= 1070000 \times \left(\frac{209}{200} \right)^T \\ &= 107000 \times 1.092025 \\ &= 1168467 \text{ लगभग} \end{aligned}$$

अतः 2060 सालको जनसङ्ख्या = 1168467 जना

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

- एउटा गाउँको 2060 सालको जनसङ्ख्या 10000 थियो र जनसङ्ख्यामा वृद्धि दर 5 % थियो । 2061 सालको सुरुमा त्यो गाउँमा 500 मानिस अन्यत्रबाट बसाइँ सराइ गरी स्थायी बसोबास गर्न आए भने 2063 सालको जनसङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : 12127)

2. एउटा गाउँको 2059 सालको जनसङ्ख्या 20000 थियो र जनसङ्ख्यामा वृद्धि दर 5 % थियो । 2060 सालको सुरुमा त्यो गाउँमा 9192 मानिस अन्यत्रबाट बसाइँ सराइ गरी स्थायी बसोबास गर्न आए भने 2062 सालको जनसङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : 31212)
3. एउटा सहरको जनसङ्ख्या प्रत्येक वर्ष 4% ले बढ्छ । यदि हालको जनसङ्ख्या 50000 भए,
 (a) तिन वर्ष पहिले सो सहरको जनसङ्ख्या कति थियो होला ? (उत्तर : 44450 जना)
 (b) 1 वर्षपछि कति हुन्छ होला ? (उत्तर : 52000 जना)
4. एउटा सहरको जनसङ्ख्या 1622400 छ । 2 वर्ष पहिले सो सहरको जनसङ्ख्या 1500000 थियो ।
 सो सहरको 1 वर्षपछिको जनसङ्ख्या सोही वृद्धि दरअनुसार पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (उत्तर : 1687296 जना)

नमुना 3 :

एक जना मानिसले रु. 44100 तिरेर किनेको एउटा कम्प्युटर 2 वर्षको प्रयोगपछि रु. 40000 मा बिक्री गयो भने उक्त कम्प्युटरको मिश्र ह्रास दर पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

कम्प्युटरको सुरुको मूल्य (P) = रु. 44100

समय (T) = 2 वर्ष

2 वर्ष पछिको मूल्य (P₂) = 40000

मिश्र ह्रास दर (R) = ?

सूत्रअनुसार

$$P_T = P \left(1 - \frac{R}{100} \right)^T$$

$$\text{अथवा, } P_2 = 44100 \left(1 - \frac{R}{100} \right)^2$$

$$\text{अथवा, } 40000 = 44100 \left(1 - \frac{R}{100} \right)^2$$

$$\text{अथवा, } \frac{40000}{44100} = \left(1 - \frac{R}{100} \right)^2$$

$$\text{अथवा } \frac{400}{441} = \left(1 - \frac{R}{100} \right)^2$$

$$\text{अथवा, } \left(\frac{20}{21} \right)^2 = \left(1 - \frac{R}{100} \right)^2$$

$$\text{अथवा, } \frac{20}{21} = 1 - \frac{R}{100}$$

$$\text{अथवा, } \frac{R}{100} = 1 - \frac{20}{21}$$

$$\text{अथवा, } \frac{R}{100} = \frac{1}{21}$$

$$\text{अथवा, } R = \frac{100}{21}$$

$$\text{अतः मिश्र ह्रास दर (R) = } 4 \frac{16}{21} \%$$

अभ्यासका लागि प्रश्न

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका प्रश्नहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. रु. 5000 मा किनिएको एउटा मेसिन रु.2560 मा 3 वर्षपछि बिक्री गरियो भने मिश्रित ह्रास दर पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : 5%)
2. रु. 5000 मा किनिएको एउटा स्कुटर 3 वर्षको प्रयोगपछि रु. 36450 मा बिक्री गरियो भने सो स्कुटरको मूल्यमा भएको मिश्रित ह्रास दर पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : 10%)
3. रु. 9000 मा किनिएको एउटा मोटरसाइकल 3 वर्षको प्रयोगपछि रु. 65610 मा बिक्री गरियो भने सो मोटरसाइकलको मूल्यमा भएको मिश्रित ह्रास दर पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : 10%)

थप अभ्यासका लागि प्रश्न

तलका प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् :

1. विदुर नगरपालिकाको जनसङ्ख्या 50000 छ । यदि वार्षिक जनसङ्ख्या वृद्धि दर 4 % भए 2 वर्षपछिको जनसङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : 54080 जना)
2. सल्यानटारको जनसङ्ख्या क्रमशः 12000 र 12240 भए जनसङ्ख्या वृद्धि दर पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : 2%)
3. रु. 2500 पर्ने घडीको मूल्यमा एक वर्षमा 15 % ह्रास कट्टा हुन्छ भने दुई वर्षपछि सो घडीको मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु. 1806.25)
4. प्रतिवर्ष 6% ह्रास कट्टा गरी एउटा मोटरसाइकल एक वर्षपछि रु. 70688 मा बेचियो भने उक्त मोटरसाइकल कतिमा किनिएको थियो ? (उत्तर : रु. 75200)
5. रु. 500000 पर्ने एउटा कारको बर्सेनि 10% ह्रास कट्टा गरिन्छ भने 2 वर्षपछिको ह्रास कट्टा पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : रु. 95000)
6. हरिले रु. 5500 पर्ने एउटा साइकल एक वर्षपछि रु 5060 मा बेच्यो भने त्यसमा कति प्रतिशत ह्रास कट्टा गरिएको थियो ? (उत्तर : 8%)
7. एउटा सहरको जनसङ्ख्या प्रत्येक वर्ष 8% बढ्दै जान्छ । यदि दुई वर्षको अन्त्यमा सो सहरको जम्मा जनसङ्ख्या 40000 पुगेको थियो । यदि सो सङ्ख्यामा 50080 जना अन्तिममा बसाइँ सराइको थपिएका थिए भने सुरुको जनसङ्ख्या कति थियो ? (उत्तर : 30000 जना)

8. एउटा कम्प्युटरको 2060 सालको मूल्य रु. 80000 थियो । यदि सो कम्प्युटर 2063 सालमा खरिद गर्दा रु. 58320 मा पाइन्छ भने उक्त कम्प्युटरमा भएको मिश्रित हास दर पत्ता लगाउनुहोस् ।
(उत्तर : 10%)

नमुना 4 :

एउटा दराजमा मा 15% छुट पाएर रु 7650 मा किनियो भने दराजको अङ्कित मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ,

दराजमा छुट (D) = 15%

दराजको विक्रय मूल्य (SP) = रु 7650

हामीलाई थाहा छ,

S.P = M.P - छुट

अथवा, रु. 7650 = MP - M.P को 15%

अथवा, रु. 7650 = M.P - M.P $\times \frac{15}{100}$

अथवा, रु. 7650 = $\frac{85M.P}{100}$

अथवा, M.P = रु. 9000

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका सूत्रहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

1. सुजनले एउटा क्याल्कुलेटर 8 % छुट पाई रु. 888 मा किन्यो भने उक्त क्याल्कुलेटरको अङ्कित मूल्य कति थियो ?
2. एउटा सामानको विक्रय मूल्य रु. 9680 छ । यदि अङ्कित मूल्यमा 12% छुट दिएर बिक्री गरिन्छ भने त्यस सामानको अङ्कित मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।
3. कुनै वस्तुको विक्रय मूल्य रु. 320 छ । यदि त्यसको अङ्कित मूल्यमा 29 % छुट दिएर बिक्री गरिएको भए अङ्कित मूल्य कति थियो होला ?
4. केशवले एउटा कोट 245 % छुट पाएर रु. 5625 मा किने भने कोटको अङ्कित मूल्य निकाल्नुहोस् ।

नमुना 5 :

एउटा मूर्तिको अङ्कित मूल्य रु. 8,500 छ । 10 % VAT सहित सो मूर्तिको विक्रय मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ

मूर्तिको अङ्कित मूल्य (M.P) रु. 8,500

VAT = 10%

विक्रय मूल्य (S.P) = ?

हामीलाई थाहा छ,

SP = M.P + M.P को 10%

$$= \text{रु. } 8500 + \text{रु. } 8500 \times \frac{10}{100}$$

$$= \text{रु. } 9350$$

अब,

1. एउटा आइरनको अङ्कित मूल्य रु 4200 छ । यदि 13% VAT जोडेर बिक्री गर्दा सो आइरनको मूल्य कति पर्छ ?
2. 15% VAT सहित अङ्कित मूल्य रु. 17,500 भएको कुनै रेफ्रिजरेटरको विक्रय मूल्य कति पर्छ ?
3. एउटा हिटर ग्यासको अङ्कित मूल्य रु 7,800 अङ्कित गरिएको छ र 10% VAT तोकिएको छ भने क्रेताले उक्त ग्यासको मूल्य कति तिर्नुपर्छ ?

नमुना 6 :

यदि दिपकले एउटा मोबाइल फोन 13 % VAT तिरी रु. 4,800 मा किन्यो भने मोबाइल फोनको अङ्कित मूल्य कति

थियो ?

समाधान

यहाँ,

मोबाइल फोनको विक्रय मूल्य (S.P) = रु. 4,800

VAT = 13%

अङ्कित मूल्य (M.P) = ?

अङ्कित मूल्य (M.P) = रु. x (मानौं)

प्रश्ननुसार,

$$S.P = M.P + VAT$$

अथवा, रु. $4800 = x + x$ को 13%

$$\text{अथवा, रु. } 4800 = x + x \times \frac{13}{100}$$

$$\text{अथवा, रु. } 4800 = \frac{113x}{100}$$

$$\text{अथवा, } x = \text{रु. } 4247.79$$

अतः उक्त मोबाइल फोनको अङ्कित मूल्य रु. 4247.78 रहेछ ।

अब, माथिको उदाहरणको सहायताबाट तलका सूत्रहरू हल गर्ने प्रयास गर्नुहोस् :

1. यदि रविनले टेलिभिजन 10% VAT सहित रु. 9625 मा किनेर ल्याए भने टेलिभिजनको अङ्कित मूल्य कति होला ?
2. कुनै वस्तुको विक्रय मूल्य रु. 15255 छ । यदि सो वस्तुमा 13% VAT लाग्छ भने वस्तुको अङ्कित मूल्य निकाल्नुहोस् ।
3. कुनै वस्तुको मूल्यमा 15 % VAT तिरी रु. 172.50 मा बिक्री गरियो भने VAT बाहेकको मूल्य निकाल्नुहोस् ।

नमूना 7 :

अमृतले एउटा क्याल्कुलेटर 10 % नाफा गरी विकासलाई बेच्यो विकासले 10 % नोक्सानमा परी सो क्याल्कुलेटर चन्द्रलाई बेच्यो । यदि चन्द्रले सो क्याल्कुलेटर 500 मा किनेको भए अमृतको क्रय मूल्य निकाल्नुहोस् ।

समाधान

यहाँ

अमृतको नाफा = 1%

विकासको नोक्सान = 10%

चन्द्रको क्र.मू (C.P) = रु. 500

अमृतको क्र.मू (C.P) = ?

अब, अमृतको क्र.मू (C.P) = x मानौं

अमृतले विकासलाई बेचेको हुँदा,

विकासको क्र.मू = अमृतको क्र.मू + नाफा

= $x + x$ को 10%

$$= x + x \times \frac{10}{100}$$

$$= \frac{11x}{10}$$

फेरि, विकासले चन्द्रलाई बेचेको हुँदा,

चन्द्रको क्र.मू = विकासको क्र.मू - नोक्सान

$$\text{अथवा, रु. } 500 = \frac{11x}{10} - \frac{11x}{10} \text{ को } 10\%$$

$$\text{अथवा, रु. } 500 = \frac{11x}{10} - \frac{11x}{10} \times \frac{10}{100}$$

$$\text{अथवा, रु. } 500 = \frac{110x - 11x}{100}$$

$$\text{अथवा, } 99x = \text{रु. } 50000$$

$$\text{अथवा, } x = \text{रु. } 505.05$$

अतः अमृतले उक्त क्याल्कुलेटर रु 505.05 मा किनेको रहेछ ।

1. 'A' ले एउटा साइकल 15% नापला गरी 'B' लाई बिक्री गर्‍यो 'B' ले 10% नोक्सानमा 'C' लाई बिक्री गर्‍यो । यदि C ले सो साइकल रु. 7500 मा किनेको भए 'A' को क्रय मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।
2. अजयले विजयलाई 20 % नाफा गरी विजयले गोपाललाई 20 % नोक्सान गरी बेचेको साइकललाई गोपालले रु. 13,440 मा किनेको रहेछ भने अजयले सो साइकल कतिमा किनेको रहेछ ?
3. मीनाले शान्तालाई एउटा साडी 10 % नोक्सानमा बेचिन् । शान्ताले सोही साडी राधालाई 210 % नाफा गरी बेचिन् । यदि राधाले सो साडी रु. 4556 मा किनिन् भने मीनाले कतिमा किनेकी रहिछन् ? निकाल्नुहोस् ।

नमूना 8 :

सुशीलाले दुई ओटा बास्केट बल रु. 3200 मा किनिन् ।

पहिलोलाई 10 % नाफामा र दोस्रोलाई 10 % नोक्सानमा बेचिन् । यदि दुवैको विक्रय मूल्य बराबर भए प्रत्येकको क्रय मूल्य निकाल्नुहोस् ।

समाधान :

यहाँ,

दुई ओटा बास्केट बलको क्र.मू (C.P) = रु. 3200

पहिलो बास्केट बलको नाफा = 10%

दोस्रो बास्केट बलको नोक्सान = 10%

पहिलो बास्केट बलको क्र.मू (C.P) = x मानौ

दोस्रो बास्केट बलको क्र.मू = (C.P) = रु. $3200 - x$

प्रश्नानुसार,

पहिलो बास्केट बलको वि.मू = दोस्रो बास्केट बलको वि.मू

अथवा, $x + x$ को 10% = (रु. $3200 - x$) - (रु. $3200 - x$) $\times \frac{10}{100}$

अथवा, $\frac{11x}{10} = \frac{32000 - 10x - 3200 + x}{10}$

अथवा, $20x =$ रु. 28800

अथवा, $x =$ रु. 1440

अतः पहिलो बास्केट बलको क्र.मू = रु. 1440

र दोस्रो बास्केटबलको क्र.मू = रु. $3200 -$ रु. 1440

= रु. 1760

1. सञ्जयले दुईओटा साईकल रु. 14,000 मा किन्यो । पहिलो साईकललाई 15% नोक्सानमा र दोस्रो साईकललाई 15% नाफा गरी बेच्यो । यदि दुवैको विक्रय मूल्य बराबर भए प्रत्येक साईकलको क्रयमूल्य निकाल्नुहोस् ।
2. दिलिपले दुईओटा पानी तान्ने पम्प रु. 9000 मा किनेर एउटा 20% नाफा र अर्को 20% नोक्सानमा बेचेछ । यदि दुवैको विक्रय मूल्य एउटै भए दुवैको क्रयमूल्य निकाल्नुहोस् । कुल कारोबारमा भएको नाफा वा नोक्सान प्रतिशत पनि पत्ता लगाउनुहोस् ।
3. भूवनले दुईओटा टि.भि रु. 30,000 मा किनेर एउटालाई 10% नाफा र अर्कालाई 10% नोक्सानमा बेचेछ । यदि दुवैको वि.मू बराबर भए कुल कारोबारमा भएको नाफा वा नोक्सान प्रतिशत पत्ता लगाउनुहोस् ।

नमूना 9 :

सङ्गमले दुई ओटा ज्यामितीय बाक्स प्रत्येकको रु. 180 मा बेच्यो । उसलाई पहिलो बाक्समा 20 % नाफा र दोस्रोमा 20 % नोक्सान भएछ भने उसलाई नाफा वा नोक्सान के भएछ ? प्रतिशतमा निकाल्नुहोस् ।

समाधान :

यहाँ,

दुई ओटा ज्यामितीय बाक्सको वि.मू (S.P) = रु. $180 \times 2 =$ रु. 360

पहिलो बाक्सको नाफा = 20 %

दोस्रो बाक्सको नोक्सान = 205

20 % नाफा अनुसार,

$$\text{पहिलो बाक्सको क्र.मू (C.P)} = \frac{S.P \times 100}{100 + P\%}$$

$$= \frac{Rs.180 \times 100}{100 + 20\%}$$

$$= \text{रु. } 150$$

20% नोक्सान अनुसार,

$$\text{दोस्रो बाक्सको क्र.मू (C.P)} = \frac{S.P \times 100}{100 - L\%}$$

$$= \text{रु. } \frac{180 \times 100}{100 - 20\%}$$

$$= \text{रु. } 225$$

दुई ओटा बाक्सको जम्मा क्र.मू (C.P) = रु 150 + रु 225

$$= \text{रु. } 375$$

अब, C.P > S.P

त्यसैले नोक्सान = S.P - रु 375 - रु. 360 = रु. 15

अतः

$$\text{नोक्सान \%} = \frac{\text{वास्तविक नोक्सान}}{\text{क्र.मू}} \times 100\%$$

$$= \frac{Rs.15}{Rs.375} \times 100$$

$$= 4\%$$

1. हनुमान साहुले दुई ओटा साडी प्रत्येकको रु. 7,500 मा बोकेछ। यसबाट उसलाई पहिलो साडीमा 15 % नाफा र दोस्रोमा 15 % नोक्सान भएछ भने यस कारोबारबाट उसलाई भएको नाफा वा नोक्सान प्रतिशत पत्ता लगाउनुहोस्।
2. कुमारीपाटी टि.भी. सेन्टरले दुई ओटा टि.भी. प्रत्येकको रु. 12,000 मा बेचेछ। यसबाट उसलाई एउटामा 105 नाफा र प्रतिशत के भएछ ? निकाल्नुहोस्।
3. वजाज सोरूमले दुई ओटा मोटरसाइकल प्रत्येकको रु. 1,25,000 का दरले बेचेछ। यसरी बिक्री गर्दा यसलाई पहिलोमा भएको नाफा वा नोक्सान प्रतिशत पत्ता लगाउनुहोस्।

नमुना 10 :

एउटा सुपर मार्केटमा भएको फुटबलमा र 5000 अङ्कित गरिएको मूल्य कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस्।

समाधान :

यहाँ,

फुटबलको अङ्कित मूल्य (M.P) = रु. 5000

छुट = 10 %

VAT = 135

$$\text{वि.मू (S.P)} = \text{M.P} - \text{छुट}$$

$$= \text{रु. } 5000 - \text{रु. } 5000 \text{ को } 10\%$$

$$= \text{रु. } 5000 - \text{रु. } 5000 \times \frac{10}{100}$$

$$= \text{रु. } 4500$$

13% VAT अनुसार,

$$\text{VAT सहितको वि.मू} = \text{छुटपछिको वि.मू} + \text{VAT}$$

$$= \text{रु. } 4500 + \text{रु. } 4500 \text{ को } 13\%$$

$$= \text{रु. } 4500 + \text{रु. } 4500 \times \frac{13}{100}$$

$$= \text{रु. } 5085$$

अतः उक्त फूटबलको जम्मा मूल्य रु. 5085 पर्छ ।

1. एक जना चस्मा पसलेले रु. 1150 अङ्कित गरेको एउटा चस्मालाई 10 % छुट दिई 13 % VAT जोडेर बिक्री गर्दछ भने सो चस्माको बिक्री मूल्य निकाल्नुहोस् ।
2. रु. 2100 अङ्कित गरिएको स्कूल भोलामा 20 % छुट दिई 15 % VAT जोडेर बेच्दा आउने भोलको बिक्री मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।
3. रु. 6900 अङ्कित गरिएको रेडियोमा 15 % छुट दिई 10 % मूल्य अभिवृद्धि कर लगाउँदा सो रेडियोको मूल्य कति पर्ला ?

नमुना 11 :

अं.मू मा 15 % छुट दिई 13 % मूल्य अभिवृद्धि कर लगाउँदा कुनै सामानको मूल्य रु. 2881.5 भयो भने सो सामानको मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ,

$$\text{सामानमा छुट} = 15 \%$$

$$\text{सामानमा VAT} = 13 \%$$

$$\text{सामानको वि.मू (S.P)} = \text{रु.रु } 2881.5$$

$$\text{सामानको अ.मू (M.P)} = ?$$

15 % छुट अनुसार,

$$\text{छुटपछिको विमू (S.P)} = \text{M.P} - \text{छुट}$$

$$= x - x \text{ को } 15 \%$$

$$= x - x \times \frac{15}{100}$$

$$= \frac{17x}{20}$$

फेरि,

$$13\% \text{ VAT सहित वि.मू} = \text{छुटपछिको वि.मू} + \text{VAT}$$

$$\text{अथवा, रु. } 2881.5 = \frac{17x}{20} + \frac{17x}{20} \text{ को } 13\%$$

$$\text{अथवा, रु. } 2882.5 = \frac{17x}{20} + \frac{17x}{20} \times \frac{13}{100}$$

$$\text{अथवा, रु. } 2881.5 = \frac{1921x}{2000}$$

$$\text{अथवा, } x = \text{रु. } 3000$$

अतः सो सामानको अङ्कित मूल्य रु. 3000 कायम गरिएको रहेछ ।

1. एउटा मूर्तिको 20 % छुटिसहितको मूल्यमा 10 % मूल्य अभिवृद्धि कर जोडेर बिक्री गर्दा र 6336 पर्छ भने सो मूर्तिको अङ्कित मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।
2. 15 % छुट गरी बिक्री गरेको क्यामरामा 10 % VAT जोड्दा क्यामराको मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।
3. कमलाले एउटा पलङ्गलाई रु. 1,20,750 तिरी घरमा ल्याइन् यदि यसलाई 25 % छुटपछि 15 % VAT जोडी बेचिएको भए पलङ्गको अङ्कित मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

नमुना 12 :

अङ्कित मूल्यमा 15 % छुट दिई 10 % VAT जोडी बिक्री गर्दा एउटा साइकलको मूल्य रु. 4207.5 हुन आउँछ भने

- (i) साइकलको छुट रकम पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (ii) साइकलको VAT रकम पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहा,

$$\text{साइकलको वि.मू (S.P) = रु. } 4207.5$$

$$\text{छुट} = 15 \%$$

$$\text{VAT} = 10 \%$$

$$\text{अं.मू (M.P) = } x \text{ (मानौं)}$$

15 % छुट अनुसार,

$$\text{छुटपछिको वि.मू (S.P) = M.P - M.P को } 15\%$$

$$= x - x \times \text{को } \frac{15}{100}$$

$$= \frac{17x}{20}$$

$$\text{VAT सहितको वि.मू} = \frac{17x}{20} + \frac{17x}{20} \text{ को } 10\%$$

$$\text{अथवा, रु. } 4207.5 = \frac{17x}{20} + \frac{17x}{20} \times \frac{10}{100}$$

$$\text{अथवा, रु. } 4207.5 = \frac{187x}{200}$$

$$\text{अथवा, } x = \text{रु. } 4500$$

$$\text{अतः M.P} = \text{रु. } 4500$$

$$(i) \text{ छुट रकम} = \text{M.P को } 15\%$$

$$= \text{रु. } 4500 \text{ को } 15\%$$

$$= \text{रु. } 4500 \times \frac{15}{100}$$

$$= \text{रु. } 675$$

$$(ii) \text{ VAT रकम} = \frac{17x}{20} \text{ को } 10\%$$

$$= \frac{17x}{20} + \frac{10}{100}$$

$$= \frac{17 \times \text{Rs} 4500}{200} \quad (\because x = \text{रु. } 4500)$$

$$= \text{रु. } 382.5$$

1. एउटा रेडियोमा 20 % छुट दिई 15 % VAT लगाउँदा उक्त रेडियोको मूल्य रु 1428 हुन्छ भने उक्त रेडियोको VAT रकम निकाल्नुहोस् ।
2. एउटा घडीको अङ्कित मूल्यमा 15 % छुट दिई 13 % मू.अ.छुट लगाउँदा बिक्र मूल्य रु 9605 कम हुन्छ भने घडीको छुट रकम पत्ता लगाउनुहोस् ।
3. एउटा वस्तुको अङ्कित मूल्यमा 18 % छुट दिई 10 % VAT लगाउँदा रु 40,590 हुन आउँछ भने
 - (i) छुट रकम
 - (ii) VAT रकम पत्ता लगाउनुहोस् ।

नमूना 13 :

कुनै सामानको अङ्कित मूल्य क्रय मूल्यभन्दा 30 % बढाएर राखिएको छ । यदि 205 छुट दिने हो भने रु. 500 नाफा हुन्छ । सो सामानको अङ्कित मूल्य र क्रय मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, क्रय मूल्य (C.P) = x (मानौं)

ist Case,

$$M.P = C.P + C.P + \text{को } 30\%$$

$$= x + x \times \frac{30}{100}$$

$$= \frac{13x}{10}$$

$$S.P = M.p - \text{छुट}$$

$$= \frac{13x}{10} - \frac{13x}{10} \text{ को } 20\%$$

$$= \frac{13x}{10} - \frac{13x}{10} \times \frac{20}{100}$$

$$= \frac{65x - 13x}{50}$$

$$= \frac{26x}{25}$$

अब,

$$\text{नाफा} = S.P - C.P$$

$$\text{अथवा, रु. } 500 = \frac{26x}{25} - x$$

$$\text{अथवा, रु. } 12,500 = x$$

$$M.P = \frac{13x}{10} - \frac{13 \times 12500}{10} = \text{रु. } 16250$$

अतः सो सामानको अङ्कित मूल्य रु. 16250 र क्रय मूल्य रु. 12,500 रहेछ ।

1. एउटा टि.भी.को अङ्कित मूल्य क्रय मूल्यभन्दा 40 % बढी राखिएको छ । यदि 25 % छुट गरी बिक्री गर्दा रु. 200 नाफा हुन्छ भने सो टि.भी.को अङ्कित मूल्य र क्रय मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।
2. एउटा रेफ्रिजरेटर अङ्कित मूल्य क्रय मूल्यभन्दा 40 % बढी राखिएको छ । यदि 30 % छुट गरी बिक्री गर्दा रु. 1000 घाटा हुन्छ भने सो रेफ्रिजरेटरको अङ्कित मूल्य र क्रय मूल्य निकाल्नुहोस् ।
3. एक जना पसलेले कुनै वस्तुको अङ्कित मूल्य, क्रय मूल्यभन्दा 30 % बढाएर राखेछ । यदि सो वस्तुमा 25 % छुट दिन मूल्य र क्रय मूल्य निकाल्नुहोस् ।

नमुना 14 :

एक जना व्यापारीले उउटा ल्यापटपको अङ्कित मूल्य विक्रय मूल्यभन्दा 30 % बढाएर राखेछ । यदि त्यसको क्रय मूल्य विक्रय मूल्यभन्दा 20 % कम भए छुट प्रतिशत र नाफा वा नोक्सान प्रतिशत पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ,

ल्यापटपको विक्रय मूल्य (S.P) = x (मानौ)

M.P = S.P + S.P को 30%

$$= x + x \times \frac{30}{100}$$

$$= \frac{13x}{10}$$

फेरी, क्रयमूल्य (C.P) = S.P – S.P को 20%

$$= x - x \times \frac{20}{100}$$

$$= \frac{4x}{5}$$

अब, छुट = M.P – S.P

$$= \frac{13x}{10} - x$$

$$= \frac{3x}{10}$$

$$\text{छुट\%} = \frac{\text{छुट}}{\text{M.P}} \times 100\%$$

$$= \frac{\frac{3x}{10}}{\frac{13x}{10}} \times 100\%$$

$$= 23.08\%$$

$$\text{नाफा} = \text{S.P} - \text{C.P}$$

$$= x - \frac{4x}{5}$$

$$= \frac{x}{5}$$

$$\text{नाफा\%} = \frac{\text{नाफा}}{\text{C.P}} \times 100\%$$

$$= \frac{\frac{x}{5}}{\frac{4x}{5}} \times 100\%$$

$$= 25\%$$

अतः सो ल्यापटपमा 23.08 % छुट दिइएकाले 25 % नाफा भएछ ।

1. एउटा घडीको अङ्कित मूल्य विक्रय मूल्यभन्दा 40 % बढी र क्रय मूल्य विक्रय मूल्यभन्दा 30 % कम भए छुट प्रतिशत र नाफा वा नोक्सान प्रतिशत पत्ता लगाउनुहोस् ।
2. एउटा भोलाको अङ्कित मूल्य विक्रय मूल्यभन्दा 30 % बढाएर र क्रय मूल्य विक्रय मूल्यभन्दा 35 % कम भए छुट र नाफा वा नोक्सान प्रतिशत निकाल्नुहोस् ।
3. एउटा क्यामेराको अङ्कित मूल्य विक्रय मूल्यभन्दा 20 % बढाएर र क्रय मूल्य अङ्कित मूल्यभन्दा 20 % कम भए छुट र नाफा प्रतिशत निकाल्नुहोस् ।

नमुना 15 :

एउटा भित्ते घडीको अङ्कित मूल्यमा 20 % छुट दिएमा रु. 80 घाटा हुन्छ । यदि 10 % मात्र छुट दिने हो भने रु. 10 नाफा हुन्छ भने सो घडीको अङ्कित मूल्य र क्रय मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, अङ्कित मूल्य (M.P) = x

र क्रय मूल्य (C.P) = y (मानौं)

1st Case,

$$\therefore \text{P} - \text{छुट} = \text{C.P} - \text{नोक्सान}$$

$$\text{अथवा, } x - x \text{ को } 20\% = y - 80$$

$$\text{अथवा, } x - x \times \frac{20}{100} = y - 80$$

$$\text{अथवा, } \frac{4x}{5} = y - 80$$

$$\text{अथवा, } 4x = 5y - 400$$

$$\text{अथवा, } x = \frac{5y-400}{4} \dots\dots (i)$$

IInd case

∴ P – छुट = C.P + नाफा

अथवा, $x - x \times \frac{10}{100} = y + 10$

अथवा, $\frac{9x}{10} = y + 10$

अथवा, $9x = 10y + 100$

अथवा, $x = \frac{10y+100}{9} \dots (ii)$

समी नं (i) र (ii) बाट $\frac{5y-400}{4} = \frac{10y+100}{9}$

अथवा, $45y - 3600 = 40y + 400$

अथवा, $5y = 4000$

अथवा, $y = 800$

समी नं (i) बाट

$x = \frac{5y-400}{4}$

अथवा, $x = \frac{5 \times 800 - 400}{4}$

अथवा, $x = 900$

अतः सो घडीको अङ्कित मूल्य रु. 900 र क्रय मूल्य रु. 800 रहेछ ।

1. एउटा खेलौनाको अङ्कित मूल्यमा 25 % छुट दिने हो भने रु. 150 नोक्सान हुन्छ तर 105 मात्र छुट दिएमा रु. 120 नाफा हुन्छ । अब उक्त खेलौनाको अङ्कित मूल्य र क्रय मूल्य निकाल्नुहोस् ।
2. एउटा ब्याट्रीको अङ्कित मूल्यमा 25 % छुट दिँदा 10 % नोक्सान हुन्छ । तर 10 % छुट दिँदा रु. 500 नाफा हुन्छ भने ब्याट्रीको अङ्कित मूल्य र क्रय मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।
3. एउटा साइकलको अङ्कित मूल्यमा 15 % छुट दिने हो भने 5 % नोक्सान हुन्छ । तर 5% छुट दिँदा रु. 420 नाफा हुन्छ भने साइकलको अङ्कित मूल्य र क्रय मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।
4. एउटा टि.भी.को अङ्कित मूल्यमा 20 % छुट दिँदा रु. 400 नाफा हुन्छ । 10 % मात्र हुने दिने हो भने रु. 1400 नाफा हुन्छ । टि.भी.को अङ्कित मूल्य र क्रय मूल्य निकाल्नुहोस् ।

नमुना 16 :

एउटा घडी अङ्कित मूल्यमा 255 छुट दिई 15 % VAT जोडेर बेचियो । यदि VAT रकम रु. 450 थियो भने घडीको अङ्कित मूल्य र छुट रकम पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ,

घडीमा छुट = 25%

घडीमा VAT = 15%

VAT रकम = रु. 450

अङ्कित मूल्य (M.P) = ?

छुट रकम = ?

अङ्कित मूल्य (M.P) = x (मानौं)

छुट रकम = M.P को छुट %

= x को 25 %

$$= x \times \frac{25}{100}$$

$$= \frac{x}{4}$$

छुटपछिको वि.मू = M.P – छुट

$$= x - \frac{x}{4}$$

$$= \frac{3x}{4}$$

VAT रकम = $\frac{3x}{4}$ को 15%

$$\text{अथवा, रु. 450} = \frac{3x}{4} \times \frac{15}{100}$$

अथवा, $x = \text{रु. 4000}$

$$\text{छुट रकम} = \frac{x}{4} = \frac{4000}{4} = 1000$$

अतः सो घडीको अङ्कित मूल्य रु. 4000 र छुट रकम रु. 1000 रहेछ ।

1. एउटा पङ्खाको अङ्कित मूल्यमा 20 % छुट दिई 10 % VAT जोडेर बेचियो । यदि VAT रकम रु. 200 थियो भने पङ्खाको अङ्कित मूल्य र छुट रकम पत्ता लगाउनुहोस् ।
2. एउटा फ्रिजको अङ्कित मूल्यमा 255 छुट दिई 135 मूल्य अभिवृद्धि कर जोडेर किनियो । यदि मूल्य अभिवृद्धि कर रकम रु. 780 भए अङ्कित मूल्य र छुट रकम निकाल्नुहोस् ।
3. एउटा सामानको अङ्कित मूल्यमा 15 % छुट दिई 10 % VAT जोडेर बेचियो । यदि छुट रकम रु. 2025 भए अङ्कित मूल्य र VAT रकम निकाल्नुहोस् ।

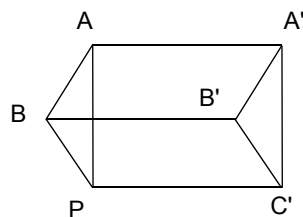
क्षेत्र परिचय

क्षेत्रमितिअन्तर्गत त्रिभुजाकार प्रिज्म, गोला, अर्धगोला बेलना, सोली, साथै बेलना र अर्धगोला, सोली र अर्धगोला, बेलना र सोली, वर्गाकार पिरामिड, वर्गाकार पिरामिड र षड्मुख कुनै दुई ओटा ठोस वस्तुहरूको संयुक्त वक्र सतहको क्षेत्रफल, पुरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन जस्ता ठोस वस्तु सम्बन्धी समस्याहरू यस क्षेत्रभित्र समावेश गरिएको पाइन्छ। यस क्षेत्रअन्तर्गत एसएलसी परीक्षामा ३ ओटा छोटो उत्तर आउने वर्गाकार र २ ओटा लामो उत्तर आउने प्रश्नहरू अहिलेको पाठ्यक्रमले निर्धारण गरेको पाइन्छ।

पाठ ३.१ त्रिभुजाकार प्रिज्म

१. परिचय

यस पाठमा त्रिभुजाकार प्रिज्मको वक्र सतहको क्षेत्रफल र आयतन जस्ता समस्याहरूमध्ये कुनै एउटा समस्या छोटो प्रश्नमा एसएलसी परीक्षामा सोधने गरिन्छ। जसको पूर्णाङ्क २ हुन्छ। त्रिभुज आधार भएको प्रिज्म नै त्रिभुजाकार प्रिज्म हो। जस्तै : चित्रमा ABC र A'B'C' उत्तरी र उत्रै त्रिभुजहरू हुन्। यो चित्रको वक्र सतह (क्रस सेक्सन) को क्षेत्रफल पनि आधारको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने भएकाले यो प्रिज्म हो।



२. आधारभूत तथ्य तथा सूत्रहरू

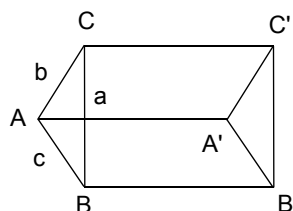
(क) त्रिभुजाकार प्रिज्मको आयतकार सतहको क्षेत्रफल (L.S.A.)

= आधारको परिमिति \times प्रिज्मको उचाइ (लम्बाइ)

त्रिभुजाकार प्रिज्मको आयतकार सतहको क्षेत्रफल (L.S.A.) = $(a + b + c) \times h$

(ख) पुरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.) = $2 \times$ आधारको क्षेत्रफल + आयतकार सतहको क्षेत्रफल
 $= 2 \times$ त्रिभुजको क्षेत्रफल + $(a + b + c) h$

त्रिभुजाकार प्रिज्मको आयतन (Volume) (V) = आधारको क्षेत्रफल \times उचाइ
 $= A \times h$



३. विशेष ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू

- आधार (त्रिभुज) कस्तो छ? यसको परिमिति र क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्र थाहा पाउनुपर्छ।
- परिमिति सबै भुजाहरूको योगफल $(a+b+c)$ हुन्छ।

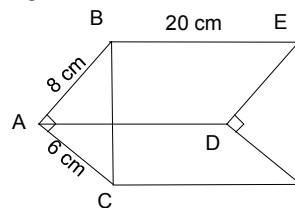
- त्रिभुज समकोणी भए क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{उचाइ}$ हुन्छ ।
- वक्र सतहको क्षेत्रफल भए आयतकार भागको मात्र क्षेत्रफल हो भन्ने थाहा पाउनुपर्छ ।
- पुरा सतहको क्षेत्रफल भए आधारसहितको क्षेत्रफल भन्ने थाहा पाउनुपर्छ ।
- आयतनका प्रश्न सोधेकामा सोहीअनुसारको सूत्र लगाउनुपर्ने हुन्छ ।

४. नमुना प्रश्नोत्तर तथा अभ्यास

४.१ छोटो उत्तर आउने प्रश्नोत्तर

नमुना १ :

दिइएको चित्रबाट वक्र सतहको क्षेत्रफल पुरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन निकाल्नुहोस् ।



यो त्रिभुज समकोणी त्रिभुज हो । बिन्दु A को कोण 90° छ ।

यहाँ, $AB = 8 \text{ cm}$, $AC = 6 \text{ cm}$

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{AB^2 + AC^2} \quad (\text{पाइथागोरस साध्यअनुसार}) \\ &= \sqrt{8^2 + 6^2} \\ &= \sqrt{64 + 36} \\ &= \sqrt{100} \\ &= 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{त्रिभुज : आधारको परिमिति (P)} &= AB + AC + BC \\ &= 8 + 6 + 10 \\ &= 24 \text{ cm} \end{aligned}$$

प्रिज्मको उचाइ (h) = 20 cm

वक्र सतहको क्षेत्रफल (L.S.A) = ?

$$\begin{aligned} \text{हामीलाई थाहा छ, वक्र सतहको क्षेत्रफल (L.S.A)} &= \text{आधारको परिमिति (P)} \times \text{उचाइ (h)} \\ &= 27 \times 20 \\ &= 480 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

फेरी, प्रिज्मको पुरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.) हुनका लागि,

$$\begin{aligned} \text{आधारको क्षेत्रफल (A)} &= \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{उचाइ} \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \\ &= 24 \text{ cm}^2 \text{ Ans} \end{aligned}$$

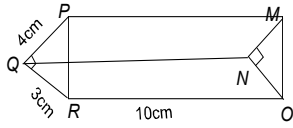
$$\begin{aligned} \text{पुरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.)} &= 2A + P \times h \\ &= 2 \times 24 + 24 \times 20 \\ &= 48 + 480 \\ &= 528 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{प्रिज्मको आयतनका लागि (V)} &= \text{आधारको क्षेत्रफल} \times \text{उचाइ} \\ &= 24 \text{ cm}^2 \times 20 \text{ cm} \\ &= 480 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

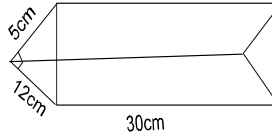
अभ्यासका लागि प्रश्न

१. दिइएका प्रिज्मबाट वक्र सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :

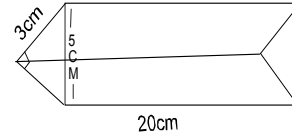
(क)



(ख)



(ग)

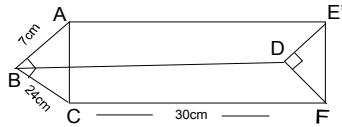


उत्तर : (क) 120cm^2

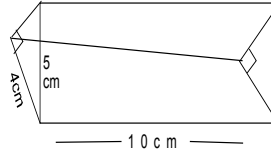
(ख) 900cm^2

(ग) 240cm^2

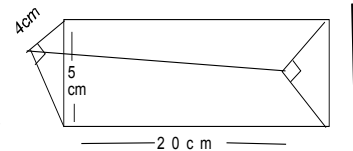
२. दिइएका चित्रहरूको पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :



(क)



(ख)



(ग)

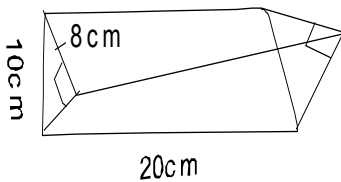
उत्तर : (क) 1848cm^2

(ख) 132cm^2

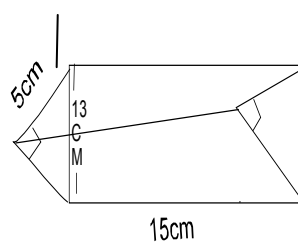
(ग) 252cm^2

३. दिइएका प्रिज्महरूको आयतन निकाल्नुहोस् :

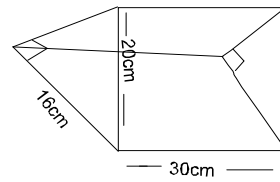
(क)



(ख)



(ग)



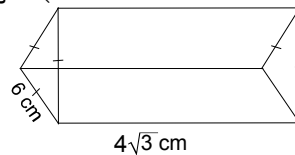
उत्तर : (क) 480cm^3

(ख) 450cm^3

(ग) 2880cm^3

नमुना प्रश्न नं. २ :

दिइएको चित्रबाट आयतन निकाल्नुहोस् :



यो चित्र समबाहु त्रिभुज आधार भएको त्रिभुजाकार प्रिज्म हो ।

जहाँ, भुजाको लम्बाइ (a) = 6cm

समबाहु त्रिभुजको आधारको क्षेत्रफल $(A) = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

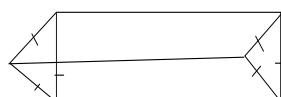
$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{प्रिज्मको आयतन (V)} &= A \times h \text{ घन एकाइ} \\ &= 9\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} \text{ cm}^3 \\ &= 36 \times 3 \text{ cm}^3 = 108 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

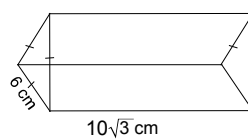
अभ्यासका लागि प्रश्न

१. दिइएका चित्रबाट आयतन निकाल्नुहोस् ।

(क)



(ख)



उत्तर : (क) 270 cm^3

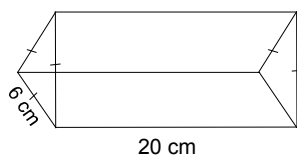
(ख) 180 cm^3

थप अभ्यास

छद्मके सतह र पुरा सतहको :

१. तल दिइएका प्रिज्मको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :

(क)

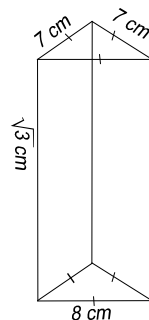


(ख)



उत्तर : (क) 360 cm^2 र 391.176 cm^2 , (ख) 1200 cm^2 र 1416 cm^2

२. दिइएको प्रिज्मको आयतन निकाल्नुहोस् :



उत्तर : (क) 39.80cm^3

३. एउटा त्रिभुजका भुजाहरू 7 : 24 : 25 को अनुपातमा छन् । यदि सो त्रिभुजको क्षेत्रफल 84cm^2 भए उक्त त्रिभुजको परिमिति निकाल्नुहोस् ।

उत्तर : 56 cm

४. यदि एउटा समबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल $25\sqrt{3}$ वर्ग से.मि. छ भने त्यसको परिमिति निकाल्नुहोस् ।

उत्तर : 30 cm

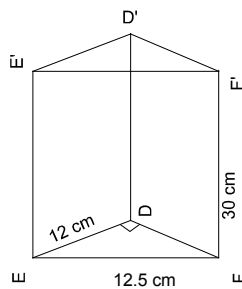
५. 30 फिट, 36 फिट र 40 फिट भुजाहरू भएको एउटा त्रिभुजाकार मैदानको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

उत्तर : 519.04ft^2

६. 30 मि., 30 मि. र 32 मि. भुजाहरू भएको त्रिभुजाकार मैदानको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

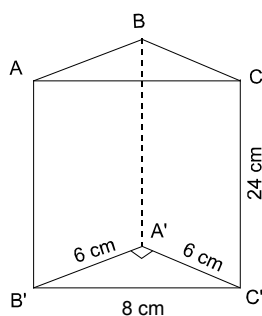
उत्तर: 406.03m^2

७. दिइएको त्रिभुजाकार प्रिज्मको छड्के सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।



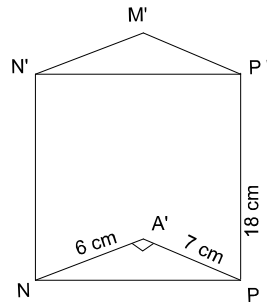
उत्तर : 840cm^2

८. दिइएको त्रिभुजाकार प्रिज्मको छड्के सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।



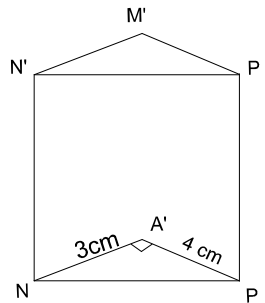
उत्तर : 480cm^2

९. दिइएको त्रिभुजाकार प्रिज्मको छड्के सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।



उत्तर : 378cm

१०. चित्रमा दिइएको प्रिज्मको आयतकार पाटाहरूको क्षेत्रफल 144cm^2 भए प्रिज्मको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।



उत्तर : 12 cm

११. यदि एउटा त्रिभुजाकार प्रिज्मको आयतकार सतहको क्षेत्रफल र उचाइ क्रमशः 324 वर्ग से.मि. र 18 से.मि. भए यसको आधारको परिमिति पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर : 18 cm

१२. यदि एउटा त्रिभुजाकार प्रिज्मको आयतकार सतहहरूको क्षेत्रफल र उचाइ क्रमशः 1056 वर्ग से.मि. र 24 से.मि. भए यसको आकारको परिमिति पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर : 44 cm

पाठ ३.२ बेलना, गोला, अर्धगोला र सोली

(Cylinder, Sphere, Hemisphere and Cone)

१. परिचय

यस पाठान्तरगत बेलना, गोला, अर्धगोला र सोली जस्ता ठोस वस्तुहरूको वक्र सतहको क्षेत्रफल, पुरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन सम्बन्धी समस्याहरू समावेश गरिएका छन्। यस पाठबाट २ ओटा छोटो उत्तर आउने प्रश्न र अर्को एउटा लामो उत्तर आउने प्रश्न २ ओटा ठोस वस्तुको संयुक्त चित्रको वक्र सतहको क्षेत्रफल, पुरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन मध्ये कुनै एक एसएलसी परीक्षामा सोध्ने गरिन्छ।

२. आधारभूत तथ्य वा सूत्रहरू

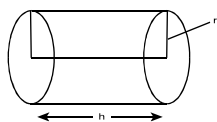
२.१ बेलना

यो बेलनाको चित्र हो। यसमा अर्धव्यास र उचाइ वा लम्बाइ हुन्छ। चित्रमा r ले अर्धव्यास र h (l) उचाइ वा लम्बाइलाई जनाउँछ।

बेलनाको वक्र सतहको क्षेत्रफल (C.S.A.) = $2\pi r h$,

बेलनाको पुरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.) = $2\pi r (r + h)$

र बेलनाको आयतन (V) = $\pi r^2 h$



२.२ गोला (Sphere)

गोलाको पुरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.) = $4\pi r^2 = \pi d^2$

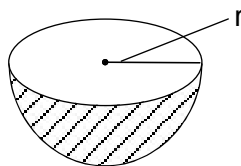
गोलाको आयतन (V) = $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{6}\pi d^3$

२.३ अर्धगोला (Hemisphere)

अर्धगोलाको वक्र सतहको क्षेत्रफल (C.S.A.) = $2\pi r^2 = \frac{1}{2}\pi d^2$

अर्धगोलाको पुरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.) = $3\pi r^2 = \frac{4}{3}\pi d^2$

अर्धगोलाको आयतन (V) = $\frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{1}{12}\pi d^3$



२.३ सोली (Cone)

सोलीको वक्र सतहको क्षेत्रफल (C.S.A.) = $\pi r l$

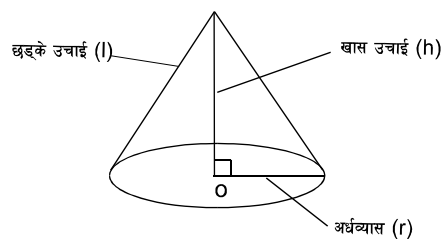
सोलीको पुरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.) = $\pi r (r + l)$

सोलीको आयतन (V) = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

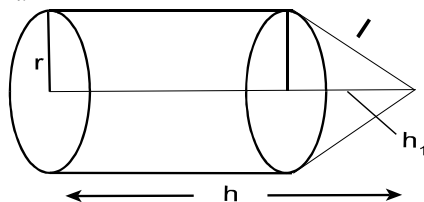
थप $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

$h = \sqrt{l^2 - r^2}$

$r = \sqrt{l^2 - h^2}$



२.४ मिश्रित ठोस वस्तु सम्बन्धी सूत्रहरू



बेलना र सोली संयुक्त ठोस वस्तुको वक्र सतहको क्षेत्रफल (C.S.A.) = $\pi r l + 2\pi r h$
 $= \pi r (l + 2h)$ वर्ग एकाइ

पुरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.) = $\pi r l + 2\pi r h + \pi r^2$
 $= \pi r (l + 2h + r)$ वर्ग एकाइ

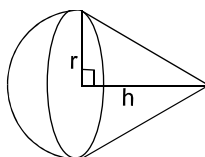
आयतन (V) = $\frac{1}{3} \pi r^2 h_1 + \pi r^2 h$
 $= \pi r^2 \left(\frac{1}{3} h_1 + h \right)$ रैन एकाइ

बेलना र अर्धगोलाको संयुक्त ठोस वस्तुको वक्र सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.) = $2\pi r^2 + 2\pi r h$
 $= 2\pi r (r + h)$ वर्ग एकाइ

पुरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.) = $2\pi r^2 + 2\pi r h + \pi r^2$
 $= 3\pi r^2 + 2\pi r h$
 $= \pi r (3r + 2h)$ वर्ग एकाइ

आयतन (V) = $\frac{2}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h$
 $= \pi r^2 \left(\frac{2}{3} + h \right)$ रैन एकाइ

२.५ अर्धगोला र सोली



वक्र सतहको क्षेत्रफल (C.S.A.) = $2\pi r^2 + 2\pi r l$
 $= \pi r (2r + l)$ वर्ग एकाइ

पुरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.) = $2\pi r^2 + \pi r l$
 $= \pi r (2r + l)$ वर्ग एकाइ

आयतन (V) = $\frac{2}{3} \pi r^3 + \frac{2}{3} \pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 (2r + h) \text{ रन एकाइ}$$

३. विशेष ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू

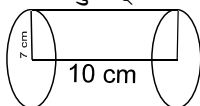
- ठोस वस्तु चिन्ने र त्यसको सूत्र पहिचान गरी प्रयोग गर्नुपर्छ ।
- संयुक्त ठोस वस्तु के के मिलेर बनेको छ । त्यसलाई अलग अलग चित्रको रूपमा चिन्नुपर्छ ।
- सूत्र लेखी त्यसलाई सरलको नियम अनुसार क्याल्कुलेटर प्रयोग गरी समस्या समाधान गर्ने ।

४. नमूना प्रश्नोत्तर तथा अभ्यास

४.१. छोटो उत्तर आउने प्रश्न र समाधान

४.१.१ बेलना

दिइएको ठोस वस्तुको वक्र सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।



समाधान

यो चित्र बेलना हो ।

यहाँ अर्धव्यास (r) = 7cm

बेलनाको उचाइ (h) = 10 cm

वक्र सतहको क्षेत्रफल (C.S.A) = ?

हामीलाई थाहा छ,

वक्र सतहको क्षेत्रफल (C.S.A) = $2\pi rh$ वर्ग एकाइ

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 10 \text{ cm}^2$$

$$= 44 \times 10 \text{ cm}^2$$

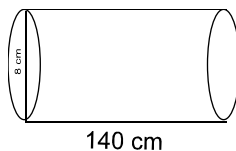
$$= 440 \text{ cm}^2$$

यसै गरी पुरा सतहको क्षेत्रफल वा आयतन जे सोधेको छ भने त्यसकै सूत्र प्रयोग गरी समस्या समाधान गर्नुपर्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

(क) चित्रमा दिइएको बेलनाको वक्र सतहको क्षेत्रफल

निकाल्नुहोस् ।



उत्तर : 3520 cm^2

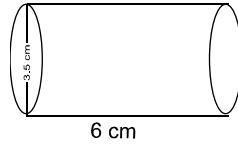
(ख) यदि उचाइ र अर्धव्यास बराबर भएको बेलनाकार काठको वक्र सतहको क्षेत्रफल 308 वर्ग से.मि. छ भने उक्त काठको उचाइ निकाल्नुहोस् ।

उत्तर : 7cm

(ग) बेलनाको वक्र सतहको क्षेत्रफल र उचाइ क्रमशः $6\sqrt{6}$ वर्ग से.मि. र 14 से.मि. भए उक्त बेलनाको अर्धव्यास निकाल्नुहोस् ।

उत्तर : 7cm

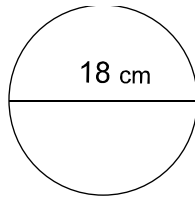
(घ) दिइएको ठोस वस्तुको आयतन निकाल्नुहोस् ।



उत्तर : 57.75cm^3

४.१.२ नमूना २ गोला सम्बन्धी

दिइएको गोलाको आयतन निकाल्नुहोस् ।



समाधान

यहाँ दिइएअनुसार,

व्यास (d) = 18cm

अर्धव्यास (r) = $\frac{d}{2} = \frac{18}{2} = 9\text{ cm}$

आयतन(V) = ?

$$\begin{aligned} \text{हामीलाई थाहा छ, } V &= \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ रन एकाइ} \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 9^3 \\ &= \frac{4 \times 22 \times 729}{21} \\ &= 3054.86 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

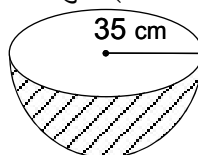
अभ्यासका लागि प्रश्न

- | | | |
|-----|---|--------------------------------|
| (क) | $36\pi \text{ cm}^3$ आयतन भएको गोलाको पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् । | उत्तर : $36\pi \text{ cm}^2$ |
| (ख) | 7 से.मि. अर्धव्यास भएको गोलाको आयतन निकाल्नुहोस् । | उत्तर : 1437.33 cm^3 |
| (ग) | 14 से.मि. व्यास भएको एउटा गोलाको पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् । | उत्तर : 616 cm^2 |
| (घ) | $288\pi \text{ cm}^3$ आयतन भएको गोलाको पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् । | उत्तर : $144\pi \text{ cm}^2$ |
| (ङ) | एउटा गोलाको पुरा सतहको क्षेत्रफल 22176 वर्ग से.मि. छ भने उक्त गोलाको व्यास पत्ता लगाउनुहोस् । | उत्तर : 84cm |

४.१.३ नमूना ३ अर्धगोला सम्बन्धी

प्रश्नोत्तर र अभ्यास

दिइएको अर्धगोलाको पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।



समाधान

यहाँ दिए अनुसार,

अर्धगोलाको अर्धव्यास (r) = 3.5 cm

अर्धगोलाको पुरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.) = ?

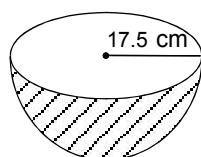
हामीलाई थाहा छ :

$$\begin{aligned}\text{अर्धगोलाको पुरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.)} &= 3\pi r^2 \\ &= 3 \times \frac{22}{7} \times (3.5)^2 \\ &= 66 \times 12.25 \\ &= 808.5 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

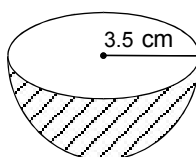
अभ्यासका लागि प्रश्न

(क) तल दिइएको अर्धगोलाको वक्र सतहको क्षेत्रफल, पुरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन निकाल्नुहोस् ।

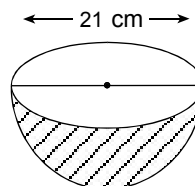
(अ)



(आ)



(इ)



उत्तर : 693 cm^2 , 1039.5 cm^2 , 11229.16 cm^3 ;

उत्तर 77 cm^2 , 115.5 cm^2 , 89.83 cm^3

उत्तर : : 693 cm^2 , 1039.5 cm^2 र 2425.5 cm^3

(ख) एउटा अर्धगोलाको पुरा सतहको क्षेत्रफल 108π वर्ग से.मि. छ भने उक्त अर्धगोलाको अर्धव्यास निकाल्नुहोस् । उत्तर : 12 cm

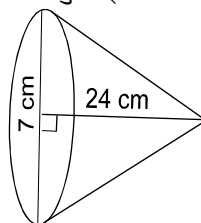
(ग) पुरा सतहको क्षेत्रफल $27\pi \text{ cm}^2$ भएको अर्धगोलाको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् । उत्तर : 56.57 cm^3

(घ) एउटा अर्धगोलाको पुरा सतहको क्षेत्रफल 108π वर्ग से.मि. भए उक्त अर्धगोलाको ठुलो वृत्तको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् । उत्तर : 113.14 cm^2

(ङ) 14 से.मि. व्यास भएको एउटा अर्धगोलाको पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् । उत्तर : 462 cm^2

४.१.४ सोली (Cone)

दिइएको सोलीको पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।



सोलीको सिधा उचाइ (h) = 24 cm

सोलीको अर्धव्यास (r) = 7 cm

सोलीको पुरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.) = ?

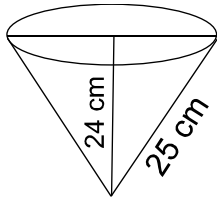
हामीलाई थाहा छ,

$$l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{24^2 + 7^2} = \sqrt{576 + 49} = \sqrt{625} = 25$$

$$\begin{aligned} \text{सोलीको पुरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.)} &= \pi r (r + l) \\ &= 22/7 \times 7(7 + 25) \\ &= 22 \times 32 \\ &= 704 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

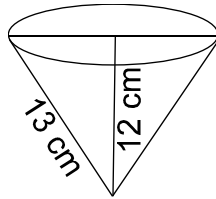
अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

(क) तल दिइएको सोलीको आयतन निकाल्नुहोस् ।



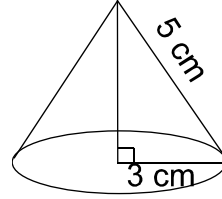
(अ)

उत्तर : (अ) 1232 cm^3 (आ) 314.28 cm^3



(आ)

(इ) 37.71 cm^3



(इ)

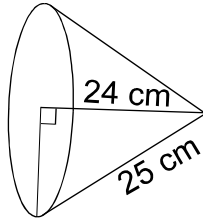
(ख) आधारको अर्धव्यास 4 से.मि. र छड्के उचाइ 5 से.मि. भएको सोलीको आयतन निकाल्नुहोस् ।

उत्तर : 50.28 cm^3

(ग) एउटा सोलीको उचाइ 15 से.मि. र छड्के उचाइ 25 से.मि. भए सो सोलीको आयतन निकाल्नुहोस् ।

उत्तर : 6285.71 cm^3

(घ) सगै दिइएको सोलीको वक्र सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।



उत्तर : 550 cm^2

(ङ) आधारको अर्धव्यास 6 से.मि. र छड्के उचाइ 8 से.मि. भएको सोलीको पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् । उत्तर : 264 cm^2

४.१.५ थप अभ्यास

१. एउटा बेलनाकार वस्तुको आधारको क्षेत्रफल आधारको परिधि र उचाइ क्रमशः 38.5 cm^2 , 22 cm र 15 cm छ । अब पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) वक्र सतहको क्षेत्रफल

(ख) पुरा सतहको क्षेत्रफल

(ग) आयतन

उत्तर : 330 cm^2 , 407 cm^2 , 5775 cm^3

२. एउटा बेलनाकार वस्तुको आधारको क्षेत्रफल, आधारको परिधि र उचाइ क्रमशः 1386 cm^2 , 132 cm र 18 cm छ भने अब पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) वक्र सतहको क्षेत्रफल,

(ख) पुरा सतहको क्षेत्रफल,

(ग) आयतन

उत्तर : 2376 cm^2 , 5148 cm^2 , 24948 cm^3

३. एउटा बेलनाकार वस्तुको आधारको व्यास र उचाइ क्रमशः 14 cm र 12 cm भए पत्ता लगाउनुहोस् ।

(क) वक्र सतहको क्षेत्रफल

(ख) पुरा सतहको क्षेत्रफल

(ग) आयतन

उत्तर : 528 cm^2 , 836 cm^2 , 1848 cm^3

४. एउटा बेलनाकार वस्तुको आधारको व्यास र उचाइ क्रमशः 7 cm र 30 cm भए पत्ता लगाउनुहोस् ।

(क) वक्र सतहको क्षेत्रफल

(ख) पुरा सतहको क्षेत्रफल

(ग) आयतन

उत्तर : 660 cm^2 , 737 cm^2 , 1155 cm^3

५. एउटा बेलनाकार वस्तुको आधारको व्यास र उचाइ क्रमशः 56 cm र 8 cm भए पत्ता लगाउनुहोस् ।

(क) वक्र सतहको क्षेत्रफल

(ख) पुरा सतहको क्षेत्रफल

(ग) आयतन

उत्तर : 1408 cm^2 , 6336 cm^2 , 197122 cm^3

६. एउटा बेलनाकार वट्टाको आयतन 1.10 लिटर छ । यदि आधारको क्षेत्रफल 550 cm^2 छ भने यसको उचाइ निकाल्नुहोस् । (Ans 2 cm)

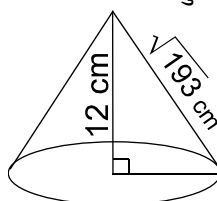
७. एउटा बेलनाकार वट्टाको आयतन 2.60 लिटर छ । यदि आधारको क्षेत्रफल 130 cm^2 छ यसको उचाइ निकाल्नुहोस् ।

उत्तर : 20 cm

८. उचाइ र आयतन क्रमशः 9 cm र 1848 घन से.मि. भएको सोली आकारको ठोसको पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

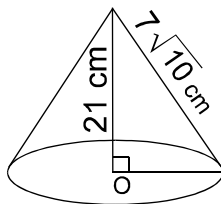
उत्तर : 1348.305 cm^2

९. दिएको सोलीको वक्र सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।



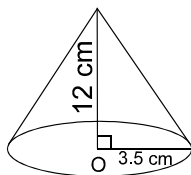
उत्तर : 305.63 cm^2

१०. दिएको सोलीको वक्र सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।



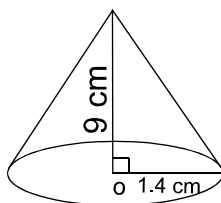
उत्तर : 487cm^2

११. यदि दिएको सोलीको आधारको अर्धव्यास र उचाइ क्रमशः ३.५ से.मि. र १२ से.मि. छन् भने सोलीको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।



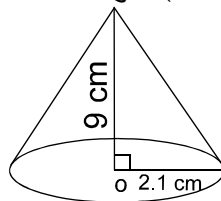
उत्तर : 154cm^3

१२. यदि दिएको सोलीको आधारको अर्धव्यास उचाइ क्रमशः १.४ से.मि. र ९ से.मि. छन् भने सोलीको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।



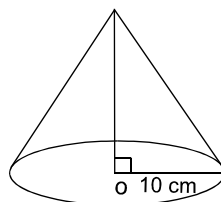
उत्तर : 18.48cm^3

१३. यदि दिइएको सोलीको आधारको अर्धव्यास र उचाइ क्रमशः २.१ cm र ९ से.मि. छन् भने सोलीको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।



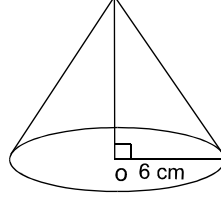
उत्तर : 41.58cm^3

१४. यदि दिइएको सोलीको आयतन २२०० घन से.मि. र यसको अर्धव्यास १०cm भए यसको उचाइ कति होला ?



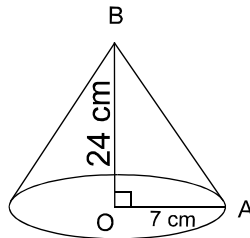
उत्तर : २१cm

१५. यदि दिइएको सोलीको आयतन 1584 घन से.मि. र यसको अर्धव्यास 6 से.मि. भए यसको उचाइ कति होला ?



उत्तर : 14cm

१६. पुरा सतहको क्षेत्रफल $48\pi \text{ cm}^2$ भएको अर्धगोलाको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् । ($\pi = 3.14$)
उत्तर : 133.97cm^3
१७. पुरा सतहको क्षेत्रफल $108\pi \text{ cm}^2$ भएको अर्धगोलाको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् । ($\pi = 3.14$)
उत्तर : 452.16 cm^3
१८. एउटा गोलाको सतहको क्षेत्रफल 2456 से.मि. भए यसको अर्धव्यास पत्ता लगाउनुहोस् ।
उत्तर : 14cm
१९. आधारको अर्धव्यास 7cm भएको एउटा सोलीको पुरा सतहको क्षेत्रफल 704 वर्ग से.मि. भए सोलीको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
उत्तर : 2.4 cm
२०. 7 cm व्यास भएको एउटा अर्धगोलाको पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।
उत्तर : 1155 cm^2
२१. 21 cm व्यास भएको अर्धगोलाको पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।
उत्तर : 1039.5 cm^2
२२. $972\pi \text{ cm}^3$ आयतन भएको गोलाको पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।
उत्तर : $324 \pi \text{ cm}^2$
२३. एउटा गोलाकार वस्तुको आयतन 1047816 cm^3 छ भने यसको अर्धव्यास कति हुन्छ । पत्ता लगाउनुहोस् ।
उत्तर : 63 cm
२४. गोलाको ठुलो वृत्तको परिधि 8.8 cm भए यसको सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।
उत्तर : 55.44 cm^2
२५. गोलाको ठुलो वृत्तको परिधि 39.6cm भए यसको सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।
उत्तर : 498.96cm^2
२६. तीन ओटा गोलाहरू जसको आधारको अर्धव्यास क्रमश : 12 cm 16 cm र 20 cm छन् । उक्त गोलाहरूलाई पगालेर एउटै गोला बनाउँदा सो गोलाको अर्धव्यास कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
उत्तर : 24cm
२७. दिइएको सोलीमा $OA=7\text{cm}$ र $OB=24 \text{ cm}$ छ । सो सोलीको वक्र सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।



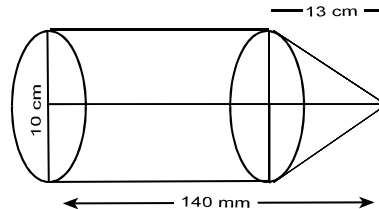
उत्तर : 550cm^2

२८. आयतन 6600 घन से.मि. र अर्धव्यास 10 cm भएको सोलीको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् । उत्तर : 63cm
२९. एउटा सोली वक्र सतहको क्षेत्रफल 44π वर्ग से.मि. छ । यदि यसको आधारको अर्धव्यास 4cm भए सोलीको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् । उत्तर : 11cm
३०. एउटा सोलीको वक्र सतहको क्षेत्रफल 20π वर्ग से.मि. छ । यदि यसको अर्धव्यास 4 cm भए सोलीको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् । उत्तर : 3cm
३१. एउटा सोलीको छड्के उचाइ 1.5 मि. र अर्धव्यास 0.9 मि. भए उक्त सोलीको आयतन निकाल्नुहोस् । उत्तर : 1.01m^3
३२. एउटा सोलीको आधारको परिधि 66 से.मि. र वास्तविक उचाइ 5 से. मि. भए उक्त सोलीको आयतन निकाल्नुहोस् । उत्तर : 5775cm^3
३३. एउटा सोलीको आधारको व्यास 24 से.मि. र छड्के उचाइ 15 से.मि. भए उक्त सोलीको आयतन निकाल्नुहोस् । उत्तर : 1357.71cm^3
३४. एउटा सोलीको उचाइ 7 से.मि. र अर्धव्यास 24 से. मि. भए उक्त सोलीको वक्र सतहको क्षेत्रफल आयतन निकाल्नुहोस् । उत्तर : $1885.71\text{cm}^2, 4224\text{cm}^3$
३५. एउटा सोलीको आधारको परिमिति 44 cm र छड्के उचाई 10cm सोलीको आयतन र पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् । उत्तर : $36652\text{cm}^3, 374\text{cm}^2$
३६. एउटा सोलीको सिधा उचाइ र छड्के उचाइको अनुपात 3:5 र आयतन $2816/7$ घन से.मि. भए उक्त सोलीको छड्के उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् । उत्तर : 10 cm
३७. एउटा सोलीको अर्धव्यास र छड्के उचाइ 7: 25 को अनुपातमा छन् । यदि यसको वक्र सतहको क्षेत्रफल 2200 वर्ग से. मि. भए अर्धव्यास पत्ता लगाउनुहोस् । उत्तर : 14 cm

३.२ लामो उत्तरात्मक प्रश्नोत्तर

नमुना १ :

दिइएको संयुक्त ठोस वस्तुको आयतन निकाल्नुहोस् ।



समाधान :

सोलीको छड्के उचाइ (l) = 13 mm

अर्धव्यास (r) = $10/2$ mm = 5 mm

$$\begin{aligned}\text{सोलीको खास उचाइ } (h_1) &= \sqrt{l^2 - r^2} \\ &= \sqrt{13^2 - 5^2} \\ &= \sqrt{169 - 25} \\ &= \sqrt{144} \\ &= 12 \text{ mm}\end{aligned}$$

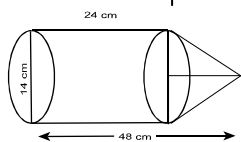
$$\begin{aligned}\text{बेलनाको उचाइ } (h) &= 140 \text{ mm} - 12 \text{ mm} \\ &= 128 \text{ mm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{संयुक्त ठोस वस्तुको आयतन (V)} &= \text{बेलनाको आयतन (V}_1\text{)} + \text{सोलीको आयतन (V}_2\text{)} \\
&= \pi r^2 h + \frac{1}{3} \pi r^2 h_1 \\
&= \pi r^2 \left(h + \frac{h_1}{3} \right) \\
&= \frac{22}{7} \times 52 \left(128 + \frac{12}{3} \right) \\
&= \frac{22 \times 25 (128 + 4)}{7} \\
&= \frac{550 \times 132}{7} \\
&= 10371.43 \text{ mm}^3
\end{aligned}$$

अभ्यासका लागि प्रश्न

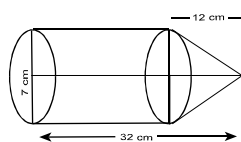
१. तल दिइएको संयुक्त ठोस वस्तुको पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

(क)



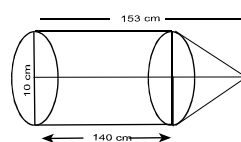
उत्तर : (क) 1606 cm^2

(ख)



(ख) 1339.48 cm^2

(ग)



(ग) 4697.47 cm^2

नमुना २ :

दिइएको संयुक्त ठोस वस्तुको पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

समाधान :

सोलीको छड्के उचाइ (l) = 13 cm

सोलीको खास उचाइ (h) = 12 cm

संयुक्त ठोस वस्तुको पुरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.) = ?

हामीलाई थाहा छ, सोलीको अर्धव्यास (r) = $\sqrt{l^2 - h^2}$

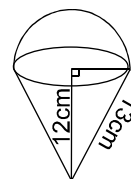
$$\begin{aligned}
&= \sqrt{13^2 - 12^2} \\
&= \sqrt{169 - 144} \\
&= \sqrt{25} \\
&= 5 \text{ cm}
\end{aligned}$$

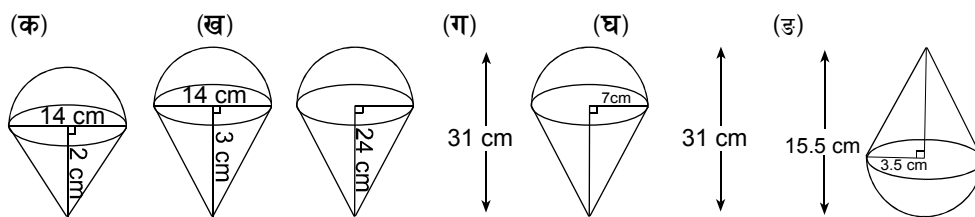
संयुक्त ठोस वस्तुको पुरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.) = $\pi r l + 2 \pi r^2 = \pi r (l + 2r)$ वर्ग एकाइ

$$\begin{aligned}
&= \frac{22}{7} \times 5 (13 + 5 \times 2) \text{ cm}^2 \\
&= \frac{110 \times 23}{7} \text{ cm}^2 \\
&= 2530 \text{ cm}^2
\end{aligned}$$

अभ्यासका लागि प्रश्न

दिइएको संयुक्त ठोस वस्तुको पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

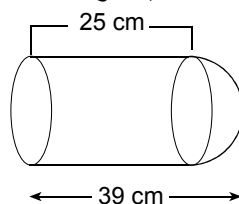




उत्तर : (क) 858 cm^2 , (ख) 831.72 cm^2 , (ग) 858 cm^2 , (घ) 858 cm^2 , (ङ) 214.50 cm^2

नमूना ३ :

संयुक्त ठोस वस्तुको पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।



समाधान :

बेलनाको उचाइ (h) = 25cm

अर्धव्यास (r) = (39cm - 25cm)
= 14cm

संयुक्त ठोस वस्तुको पुरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.) = ?

हामीलाई थाहा छ,

संयुक्त ठोस वस्तुको पुरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.) = $\pi r(2h + 3r)$ वर्ग एकाइ

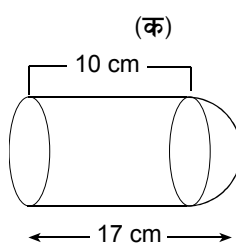
$$= \frac{22}{7} \times 14 (2 \times 25 + 3 \times 14)$$

$$= 44 (50 + 42)$$

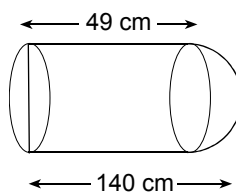
$$= 44 \times 92$$

$$= 4048 \text{ cm}^2$$

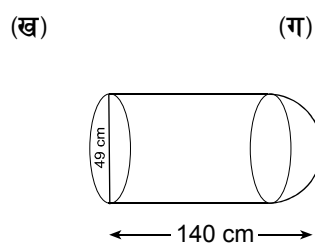
३. तल दिइएका संयुक्त ठोस वस्तुको पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।



(क) 902 cm^2



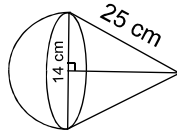
(ख) 2618 cm^2



(ग) 19866 cm^2

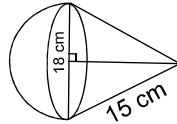
अभ्यासका लागि प्रश्न

- दिइएको चित्र अर्धगोला र सोलीद्वारा बनेको ठोस वस्तु हो । जहाँ अर्धगोलाको व्यास 14cm छ । सोलीको छड्के उचाइ 25cm छ । भने उक्त ठोस वस्तुको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।



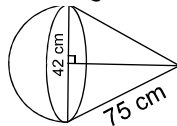
उत्तर : 1950.66cm^3

२. दिइएको चित्र अर्धगोला र सोलीद्वारा बनेको ठोस वस्तु हो । जहाँ अर्धगोलाको व्यास 18 cm छ । र सोलीको छड्के 15 cm छ भने उक्त वस्तुको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।



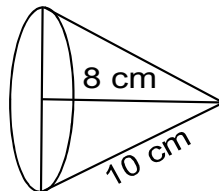
उत्तर : 2545.71cm^3

३. दिइएको चित्रको अर्धगोला र सोलीद्वारा बनेको ठोस वस्तु हो जहाँ अर्धगोला व्यास 42cm छ र सोलीको छड्के उचाइ 75cm छ भने उक्त वस्तुको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।



उत्तर : 52668c

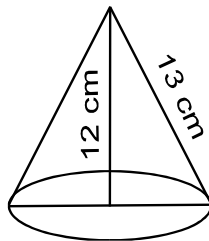
४. दिइएको संयुक्त ठोस वस्तुको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् । जहाँ सोलीको छड्के उचाइ 10 cm र उचाइ 8cm छ ।



उत्तर : 754.28cm^3

५. दिइएको संयुक्त ठोस वस्तुको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् जहाँ सोलीको छड्के उचाइ 13cm र उचाइ 12cm छ ।

उत्तर : 576.19cm^3



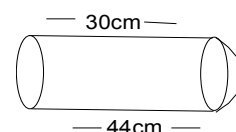
६. एउटा ठोस वस्तु बेलना र अर्धगोला मिली बनेको छ । पुरा ठोसको उचाइ आधारको व्याससँग बराबर छ । पुरा ठोसको आयतन $360\pi\text{cm}^3$ छ भने ठोसको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् । उत्तर : 12cm
७. एउटा ठोस वस्तु बेलना र अर्धगोला मिली बनेको छ । पुरा ठोसको उचाइ आधारको व्याससँग बराबर छ । पुरा ठोसको आयतन $360\pi\text{cm}^3$ छ भने ठोसको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर : 21 cm

८. एउटा ठोस वस्तु बेलना र अर्धगोला मिली बनेको छ । पुरा ठोसको उचाइ आधारको व्याससँग बराबर छ र पूरा ठोस वस्तुको आयतन $4608\pi\text{cm}^3$ छ भने ठोसको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

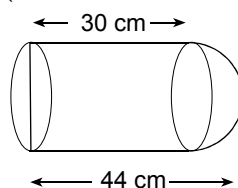
उत्तर : 28.07cm

९. दिइएको चित्र एउटा बेलना र उही अर्धव्यास भएको एउटा अर्धगोला मिली बनेको एउटा संयुक्त वस्तु हो । यदि ठोस वस्तुको पुरा लम्बाइ 35cm र बेलनाको लम्बाइ 28cm भए सो वस्तुको पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।



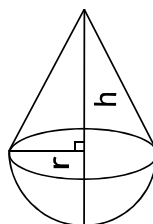
उत्तर : 1694cm^2

१०. दिइएको चित्र एउटा बेलना र उही अर्धव्यास भएको एउटा अर्धगोला मिली बनेको एउटा संयुक्त वस्तु हो । यदि ठोस वस्तुको पुरा लम्बाइ 44cm र बेलनाको लम्बाइ 30cm भए सो ठोस वस्तुको पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।



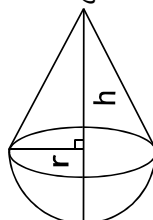
उत्तर : 4488cm^2

११. दिइएको चित्रमा एउटा खेलौना अर्धगोला र सोली मिली बनेको छ । अर्धगोलाको व्यास 28cm र खेलौनाको पुरा उचाइ 62cm भए खेलौनाको आयतन र पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।



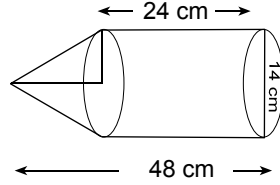
उत्तर : $10266.66\text{cm}^3, 3432\text{cm}^2$

१२. दिइएको चित्रमा एउटा खेलौना अर्धगोला र सोली मिली बनेको छ । अर्धगोला व्यास 6cm र खेलौनाको पुरा उचाइ 7cm भए खेलौनाको आयतन र पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।



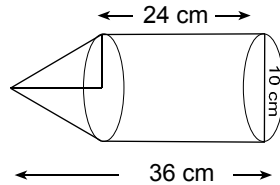
(उत्तर : $94.28\text{cm}^3, 103.71\text{cm}^2$)

१३. सँगै दिइएको ठोस बेलना र सोली मिली बनेको छ । उक्त ठोसको वक्र सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् । ($\pi = 3.14$)



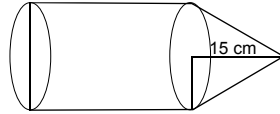
उत्तर : 1604.54cm^2

१४. सँगै दिइएको ठोस बेलना र सोली मिली बनेको छ । उक्त ठोसको वक्र सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् । ($\pi = 3.14$)



उत्तर : 957.70cm^2

१५. सँगैको चित्रमा ठोसको पुरा लम्बाइ 45cm र ठोसको आयतन 5390 घन से.मि. भए ठोसको अर्धव्यास निकाल्नुहोस् ।



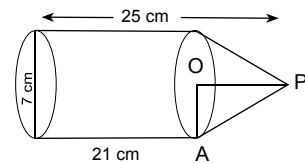
(उत्तर : 7cm)

१६. एउटा ठोसको पुरा सतहको क्षेत्रफल 175 वर्ग से. मि. र बेलनाको लम्बाइ 10cm भए उक्त बेलनाको अर्धव्यास निकाल्नुहोस् । (उत्तर : 5cm)

१७. h cm लम्बाइ र 3cm अर्धव्यास भएको एउटा बेलना र उही अर्धव्यास भएको एउटा अर्धगोला मिली बनेको ठोस वस्तुको आयतन 792 घन से.मि. भए h को मान निकाल्नुहोस् । उत्तर : 26 cm

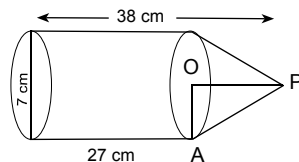
१८. बेलनाको आधारको क्षेत्रफल 100 वर्ग से.मि. र बेलनाको उचाइ 3cm छ । यदि दिएको पुरा ठोस वस्तुको आयतन 500 घन से.मि. भए ठोस वस्तुको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् । (उत्तर : 9cm)

१९. दिइएको चित्रमा माथि अर्धवृत्ताकार हुने गरी एउटा सोलीमा बरफ भरिएको छ । यदि सोलीको छड्के उचाइ 25cm र अर्धव्यास 7cm भए सो सोलीमा भएको बरफको आयतन निकाल्नुहोस् ।



उत्तर : 1950.67cm^3

२०. दिइएको ठोस वस्तुको पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

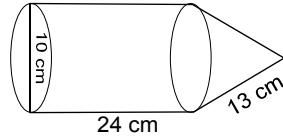


(उत्तर : 471.42m^2)

२१. एउटा बेलनाको वक्र सतहको क्षेत्रफल 1232 वर्ग से.मि. छ र यसको आधारको अर्धव्यास र उचाइ बराबर छन् भने बेलनाको अर्धव्यास र बेलनाको पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

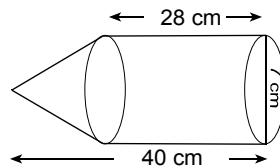
(उत्तर : 1956cm^3 , 28.01cm^2)

२२. चित्रमा दिइएको सिसाकलमको आयतन र वक्र सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।



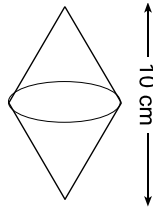
(उत्तर : 1037.13cm^2)

२३. सँगैको चित्रमा दिइएको ठोस वस्तुको पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।



(उत्तर : 753.50cm^2)

२४. दुईओटा आइसक्रिमको सोलीहरू चित्रमा देखाउनुहोस् । जस्तै एक आपसमा खप्टिएका छन् । यदि आधारको व्यासार्ध 3cm भए जम्मा आयतन पत्ता लगाउनुहोस् । यदि 100 घन से.मि. आइसक्रिमको तौल 20 ग्राम भए आइसक्रिमको तौल पत्ता लगाउनुहोस् ।



(उत्तर : 94.28cm^3)

२५. आयतन र व्यासार्ध बराबर भएका एउटा गोलो र एउटा बेलना छन् । बेलनाको वक्र सतहको क्षेत्रफल र गोलोको सतहको क्षेत्रफलको अनुपातमा $2:3$ हुन्छ भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।

(उत्तर : 18.85 gram)

२६. एउटा बेलनाको उचाइ त्यसको आधारको व्यासको दुइतिहाई छ उक्त बेलनाको आयतन 4cm अर्धव्यास भएको गोलीको आयतन सँगै बराबर भए बेलनाको अर्धव्यास पत्ता लगाउनुहोस् ।

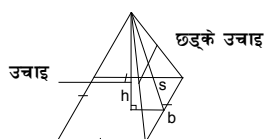
(उत्तर : 4cm)

पाठ ३.३ पिरामिड (Pyramid)

१. परिचय

यस पाठान्तर्गत वर्ग आधार भएको वर्गाकार पिरामिड र समबाहु त्रिभुज आधार भएको समबाहु त्रिभुजाकार पिरामिडको वक्र सतहको क्षेत्रफल, पुरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन सम्बन्धी समस्या साथै षष्ठमुखा र पिरामिडको संयुक्त ठोस वस्तुको वक्रसतहको क्षेत्रफल, पुरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन सम्बन्धी समस्या एसएलसी परीक्षामा एउटा लामो उत्तर आउने प्रश्न आउँछ ।

२. आधारभूत तथ्य तथा सूत्रहरू



वर्गाकार आधार भएको पिरामिडको वक्र सतहको क्षेत्रफल (LSA) = $2bs$

पुरा सतहको क्षेत्रफल (TSL) = $2bs + b^2 = b(2s+b)$

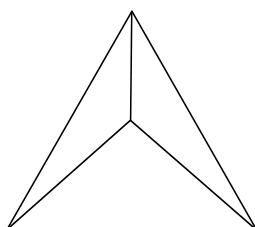
आयतन (V) = $\frac{1}{3}b^2 \times h = \frac{1}{3}b^2h$

$$s = \sqrt{h^2 + \frac{b^2}{4}}, h = \sqrt{s^2 - \frac{b^2}{4}}, b = \sqrt{s^2 - h^2}$$

त्रिभुजाकार आधार भएको

पुरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.) = चारओटा त्रिभुजको क्षेत्रफलको योग

आयतन = $\frac{1}{3}$ (आधारको क्षेत्रफल) \times उचाइ

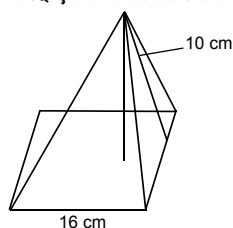


३. विशेष ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू

- कस्तो खालको पिरामिड हो पहिचान गरी सोही अनुसार सूत्र प्रयोग गर्ने ।
- सही सूत्रको पैयोग गरी क्याल्कुलेटरको प्रयोग गरी समस्या समाधान गर्ने ।

४. नमूना प्रश्नोत्तर र अभ्यास

४.१. दिइएको वर्गाकार पिरामिडको आयतन निकाल्नुहोस् ।



वर्गाकार आधार भएको पिरामिडको आधारभूजा (b) = 16 cm

छड्के उचाइ (s) = 10 cm

वर्गाकार पिरामिडको खास उचाइ (h) = ?

वर्गाकार पिरामिडको आयतन (V) = ?

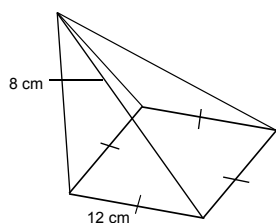
$$\text{हामीलाई थाहा छ, उचाइ (h)} = \sqrt{l^2 - \frac{b^2}{4}} = \sqrt{10^2 - \frac{16^2}{4}} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

$$\text{आयतन (V)} = \frac{1}{3} b^2 h = \frac{1}{3} \times 16^2 \times 6 = \frac{1}{3} \times 256 \times 6 = 512 \text{ cm}^3$$

४.१.१. अभ्यासका लागि प्रश्न

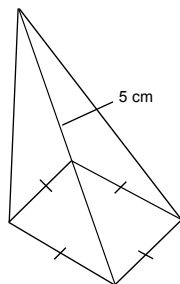
(क) तलदिइएको वर्गाकार पिरामिडको आयतन निकाल्नुहोस् ।

क)



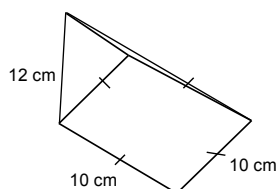
(Ans 384cm³)

घ)



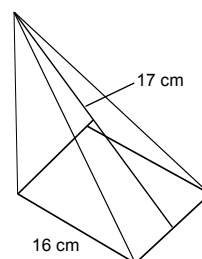
(Ans 1568cm³)

ख)



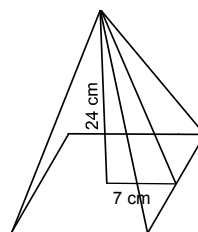
(Ans 400cm³)

ग)



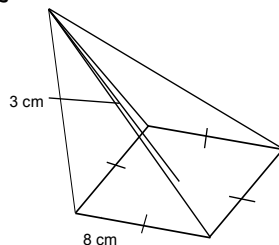
(Ans 1280cm³)

ङ)



(Ans 960cm³)

४.१.१. दिइएको वर्गाकार पिरामिडको पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् । । चित्र मिलाउने



वर्गाकार आधार भएको पिरामिडको आधारको भूजाको लम्बाइ (a) = 8 cm

वर्गाकार आधार भएको पिरामिडको सिधा उचाइ (h) = 3 cm

वर्गाकार आधार भएको पिरामिडको छड्के उचाइ (s) = ?

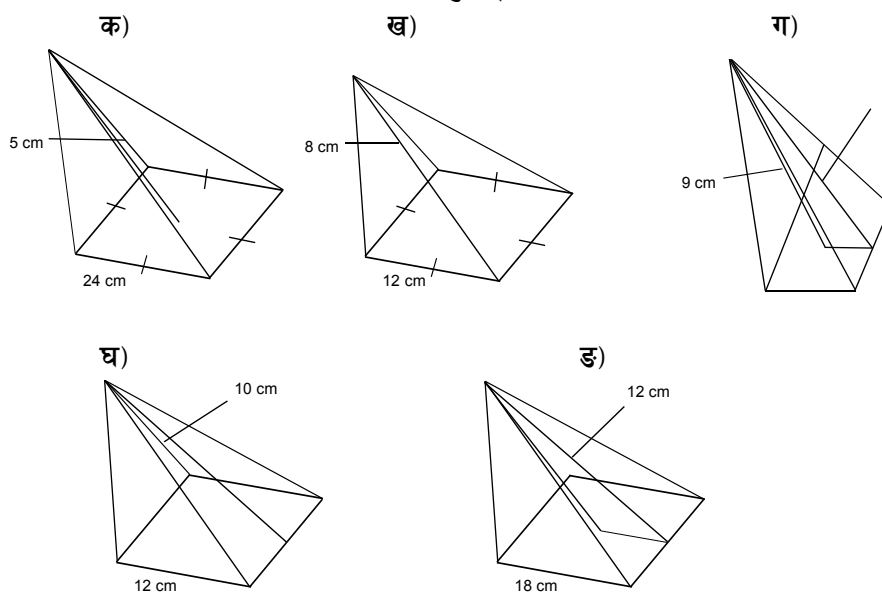
वर्गाकार आधार भएको पुरा सतहको क्षेत्रफल (TSA) = ?

हामीलाई थाहा छ, $s = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}} = \sqrt{3^2 + \frac{8^2}{4}} = \sqrt{9 + 16} = 5 \text{ cm}$.

$TSA = 2as + a^2 = 2 \cdot 8 \cdot 5 + 8^2 = 80 + 64 = 144 \text{ cm}^2$

अभ्यासका लागि प्रश्न

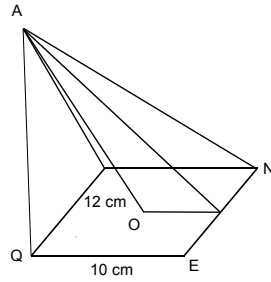
१. तलका पिरामिडहरूको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।



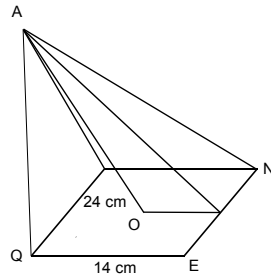
उत्तर : क) 1200 cm^3 , ख) 384 cm^3 , ग) 1296 cm^3 , घ) 384 cm^3 , ङ) 756 cm^3

५. मिश्रित अभ्यास

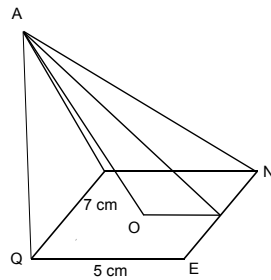
- एउटा चित्र वर्गाकार आधार भएको ठोस पिरामिड हो उक्त पिरामिडको पुरा सतहको क्षेत्रफल 189 वर्ग से.मि. छ । यदि वर्गाकार आधारको भूजा 7 से.मी भए उक्त पिरामिडको छड्के उचाई पत्ता लगाउनुहोस् । (Ans: 10.5 cm)
- एउटा चित्र वर्गाकार आधार भएको ठोस पिरामिड हो उक्त पिरामिडको पुरा सतहको क्षेत्रफल 675 वर्ग से.मि. छ । यदि वर्गाकार आधारको भूजा 15 से.मि. भए उक्त पिरामिडको छड्के उचाई पत्ता लगाउनुहोस् । (Ans 15 cm)
- दिइएको चित्र एउटा वर्गाकार पिरामिडको हो । जसको ठाडो उचाइ 12 से.मि. र आधारको भुजाको लम्बाइ 10 से.मि. छ । भने यसको पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् । (Ans 360 cm^2)



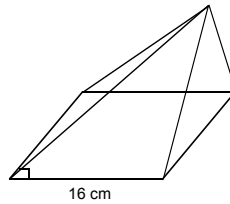
४. दिइएको चित्र एउटा वर्गाकार पिरमिड हो जसको ठाडो उचाइ 24 से.मि. र आधारको भुजाको लम्बाइ 14 से.मि. छन् भने यसको पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् । (Ans 896 cm²)



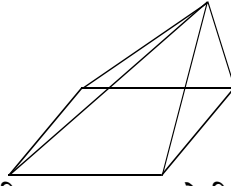
५. दिइएको चित्र एउटा वर्गाकार पिरामिड हो । जसको ठाडो उचाइ 7cm र आधारको भुजाको लम्बाइ 5 cm छन् भने यसको पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् । (99.33 cm³)



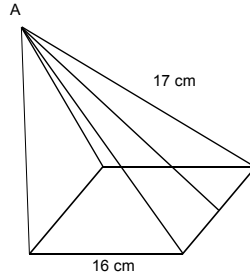
६. सँगैको चित्रमा वर्गाकार आधार भएको पिरामिडको पूरा सतहको क्षेत्रफल 576 cm² र वर्गाकार किनाराको लम्बाइ 16 cm भए उक्त पिरामिडको छड्के उचाइ, सिधा उचाइ र आयतन पत्ता लगाउनुहोस् । (10cm, 6 cm, 512 cm³)



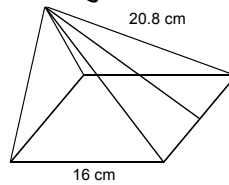
७. सँगैको चित्रमा वर्गाकार आधार भएको पिरामिडको पूरा सतहको क्षेत्रफल 800 cm² र वर्गाकार किनाराको लम्बाइ 16cm भए उक्त पिरामिडको छड्के उचाइ, सिधा उचाइ र आयतन पत्ता लगाउनुहोस् । (17cm, 15 cm, 1280 cm³)



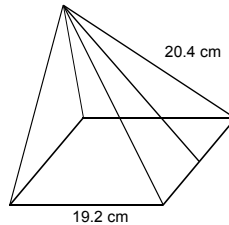
८. आधार वर्ग भएको एउटा पिरमिड त्रिभुजाकार सतहको किनाराको लम्बाइ 17cm र आधारको भुजाको लम्बाइ 16cm भए उक्त पिरामिडको पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् । (736 cm²)



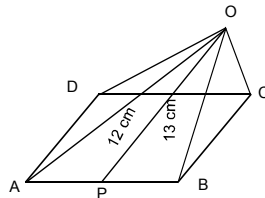
९. आधार वर्ग भएको एउटा पिरामिडको त्रिभुजाकार सतहको किनाराको लम्बाइ 20.8 cm र आधारको भुजाको लम्बाइ 16cm भए सो पिरामिडको पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् । (870.4 cm²)



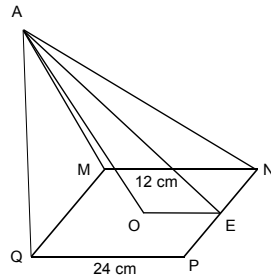
१०. आधार वर्ग भएको एउटा पिरामिडको त्रिभुजाकार सतहको किनाराको लम्बाइ 20.4cm र आधारको भुजाको लम्बाइ 19.2cm भए सो पिरामिडको पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् । (1059.84 cm²)



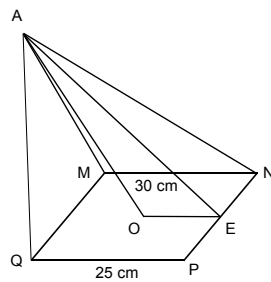
११. दिइएको चित्र आधार वर्ग भएको ठोस पिरामिड हो यदि $OB = 13\text{cm}$ र $OP = 12\text{cm}$ भए उक्त पिरामिडको पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् । (360 cm²)



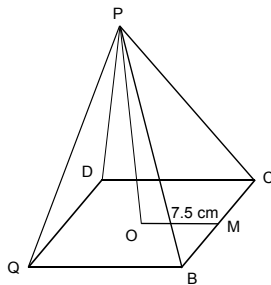
१२. दिइएको पिरामिडको पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् जसमा AD उचाइ, AE छड्के उचाइ र 24cm भुजा भएको वर्गाकार आधार NMPQ छ । (1390.56 cm²)



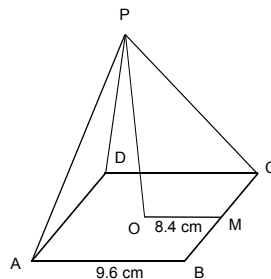
१३. दिइएको पिरामिडको पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् जसमा AO उचाइ AE छड्के उचाइ र 25cm भुजा भएको वर्गाकार आधार NMPQ छ । (2250 cm^2)



१४. दिइएको वर्गाकार आधार भएको पिरामिडको आयतन 750 cm^3 र आधारको भुजाको आधार (OM) $= 7.5 \text{ cm}$ भए त्रिभुजाकार सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् । (375 cm^2)



१५. दिइएको वर्गाकार आधार भएको पिरामिडको आयतन 1053.696 cm^3 र आधारको भुजाको आधार OM $= 8.4 \text{ cm}$ भए त्रिभुजाकार सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् । (752.64 cm^2)



क्षेत्र : 4 बीज गणित (Algebra)

क्षेत्र परिचय

माध्यमिक शिक्षा पाठ्यक्रम 2064 र विशिष्टीकरण तालिका 2065 ले कक्षा 10 को अनिवार्य गणित विषयमा बीज गणितको निम्नानुसारका विषय वस्तु, परीक्षाका लागि संज्ञानात्मक क्षेत्रअनुसारका प्रश्न सङ्ख्या र अङ्कभारको व्यवस्था गरेको छ।

क्रस	विषयवस्तु/संज्ञान क्षेत्र	ज्ञान र बोध	सिप	जम्मा अङ्क	सिप	समस्या समाधान	जम्मा अङ्क	कुल जम्मा अङ्क	क्षेत्रगत कुल जम्मा अङ्क
4		छोटा उत्तर आउने			लामो उत्तर आउने प्रश्न				
4.1	ल.स. (L.C.M.) र म.स. (H.C.F.)					1	4	4	24
4.2	बिजीय भिन्नहरूको सरलीकरण (implification of algebric fraction)					1	4	4	
4.3	घाताङ्क (indices)		1	2	1		4	10	
4.4	मूल र सर्ड (roots and surds)	1	1	4					
4.5	युगपतरेखीय समीकरण र वर्ग समीकरण सम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू (verbal problems of simultaneous equation and quadratic equation)		1	2		1	4	6	
Total		1	3	8	1	3	16	24	24

पाठ : 4.1 महत्तम समावर्तक र लघुत्तम समावर्तक (म.स. र ल.स.) (Highest Common Factor and Lowest Common Multiple)

1. परिचय

दिइएका दुई वा दुईभन्दा बढी बीज गणितीय अभिव्यञ्जकहरूको साझा गुणन खण्ड वा साझा गुणन खण्डहरूको गुणनफललाई म.स. (H.C.F) भनिन्छ भने दुई वा दुईभन्दा बढी बीज गणितीय अभिव्यञ्जकहरूले निशेष भाग जाने सबैभन्दा सानो अभिव्यञ्जकलाई ल.स. (L.C.M.) भनिन्छ। यस

एकाइमा बीज गणितीय अभिव्यञ्जकहरूको गुणन खण्ड विधिबाट म.स. र ल.स. निकाल्ने तरिकाहरूका बारेमा चर्चा गरिने छ ।

यस पाठबाट लामो उत्तर आउने एउटा समस्या समाधान तहको प्रश्न सोधिने छ । जसको अङ्क भार 4 रहने छ ।

2. यस पाठमा प्रयोग हुने आधारभूत सूत्रहरू

(क) म.स. (H.C.F) = साझा गुणन खण्डहरू (common factors)

(ख) ल.स. (L.C.M) = साझा गुणन खण्ड \times बाँकी गुणन खण्डहरू
(common factors \times remaining factors)

(ग) ल.स. \times म.स. = पहिलो अभिव्यञ्जक \times दोस्रो अभिव्यञ्जक

L.C.M \times H.C.F = First Expression \times Second Expression

(घ) बीज गणितीय सूत्रहरू

(अ) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ or, $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$

(आ) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

or $(a + b)^2 - 4ab = (a - b)^2$

(इ) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

(ई) $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = (a - b)^2 + 2ab$

(उ) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

(ऊ) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

(ए) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

(ऐ) $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

(ओ) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

(औ) $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

3. विशेष ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू

यस एकाइमा

- बीज गणितीय अभिव्यञ्जकहरूको गुणन खण्ड विधिबाट म.स. निकाल्नुपर्ने हुन्छ ।
- बीज गणितीय अभिव्यञ्जकहरूको गुणन खण्ड विधिबाट ल.स. पत्ता लगाउनुपर्ने हुन्छ ।
- दिइएका दुई वा तिन ओटा मात्र बीज गणितीय अभिव्यञ्जकहरूको म.स. र ल.स. निकाल्नुपर्ने हुन्छ ।
- दिइएका अभिव्यञ्जकहरूको म.स. भन्नाले सबै अभिव्यञ्जकहरूको साझा गुणन खण्ड वा गुणन खण्डहरूको गुणन फल हो ।
- म.स. निकाल्दा,
 - सबै अभिव्यञ्जकहरूको खण्डीकरण गर्ने,
 - ती अभिव्यञ्जकहरूको साझा गुणन खण्डहरू लिने
 - साझा गुणन खण्डहरूलाई गुणनफलको रूप (product form) मा लेख्ने

6. ल.स. भन्नाले दुई वा दुईभन्दा बढी बीज गणितीय अभिव्यञ्जकहरूको साझा गुणन खण्ड \times बाँकी गुणन खण्डलाई बुझाउँछ ।

4. नमुना प्रश्नोत्तर तथा अभ्यास

नमुना 1 :

म.स. निकाल्नुहोस् : (Find the H.C.F)

$$x^3 - 64y^3, x^2 - 6xy + 8y^2 \text{ and } x^2 - 16y^2$$

समाधान

यहाँ, पहिलो अभिव्यञ्जक : $x^3 - 64y^3$

$$\begin{aligned} &= x^3 - (4y)^3 \\ &= (x - 4y) \{x^2 + x \cdot 4y + (4y)^2\} \\ &= (x - 4y)(x^2 + 4xy + 16y^2) \end{aligned}$$

दोस्रो अभिव्यञ्जक : $x^2 - 6xy + 8y^2$

$$\begin{aligned} &= x^2 - (4+2)xy + 8y^2 \\ &= x^2 - 4xy - 2xy + 8y^2 \\ &= x(x - 4y) - 2y(x - 4y) \\ &= (x - 4y)(x - 2y) \end{aligned}$$

तेस्रो अभिव्यञ्जक : $x^2 - 16y^2$

$$\begin{aligned} &= x^2 - (4y)^2 \\ &= (x - 4y)(x + 4y) \end{aligned}$$

म.स. (H.C.F) = साझा गुणन खण्डहरू (common factors)

$$= (x - 4y)$$

1. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- $4x^2 - 9, 2x^2 + x - 3$ and $8x^3 + 27$
- $3p^2 - 9pq - 12q^2, 4p^2 - 18pq + 8q^2$ & $3p^2 - 18pq + 24q^2$
- $x^3 - 9xy^2, 2x^2 + 11xy + 15y^2$ & $x^3 + 27y^3$
- $4x^4 + 16x^3 - 20x^2, 3x^3 + 14x^2 - 5x$ & $x^4 + 125x$
- $16x^3y - 4x^2y^2 - 30xy^3, 32x^4 - 50x^2y^2$ & $4x^2y^2 + 9xy^3 + 5y^4$
- $(a + 2b)^2, (a - 2b)^2 + 8ab$ & $a^4 - 16b^4$
- $3t^4 - 8t^3 + 4t^2, t^5 - 8t^2$ & $4t^3 - 10t^2 + 4t$
- $36x^4 - 81x^2, 24x^3 - 72x^2 + 54x$ & $24x^6 - 81x^3$

उत्तरहरू

- (a) $(2x + 3)$, (b) $p - 4q$, (c) $x + 3y$, (d) $x(x + 5)$, (e) $4x + 5y$, (f) $a + 2b$
(g) $t(t - 2)$, (h) $3x(2x - 3)$

नमुना 2 :

म.स निकाल्नुहोस् : (Find the H.C.F)

$$x^4 + x^2y^2 + y^4, x^4 + x^3y + x^2y^2 \text{ and } x^4 - xy^3$$

समाधान :

यहाँ, पहिलो अभिव्यञ्जक : $x^4 + x^2y^2 + y^4$

$$\begin{aligned} &= (x^2)^2 + (y^2)^2 + x^2y^2 \\ &= (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 + x^2y^2 \\ &= (x^2 + y^2)^2 - x^2y^2 \\ &= (x^2 + y^2)^2 - (xy)^2 \\ &= (x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy) \\ &= (x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) \end{aligned}$$

दोस्रो अभिव्यञ्जक : $x^4 + x^3y + x^2y^2$

$$= x^2(x^2 + xy + y^2)$$

तेस्रो अभिव्यञ्जक : $x^4 - xy^3$

$$\begin{aligned} &= x(x^3 - y^3) \\ &= x(x - y)(x^2 + xy + y^2) \end{aligned}$$

म.स. (H.C.F) = साझा गुणन खण्डहरू (common factors)

$$= (x^2 + xy + y^2)$$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- (a) $8a^3 + b^3, 16a^4 + 4a^2b^2 + b^4$
- (b) $x^3 - 8y^3, x^4 + 4x^2y^2 + 16y^4$
- (c) $a^4 + 4a^2 + 16, a^3 + 8$
- (d) $a^4 + a^2 + 1, a^3 - 1$
- (e) $x^4 + 4x^2 + 16, x^3 - 8$
- (f) $m^4 + m^2n^2 + n^4, m^2n^3 + m^5$
- (g) $4x^4 + 19x^2y^2 + 49y^4, 4x^3 + 14xy^2 - 6x^2y$
- (h) $x^3 - 1, x^4 + x^2 + 1, x^3 + 1 + 2x^2 + 2x$
- (i) $4x^4 + 16x^3 - 20x^2, 3x^3 + 14x^2 - 5x$ and $x^4 + 125x$

उत्तरहरू

- (a) $4a^2 - 2ab + b^2$, (b) $x^2 + 2xy + 4y^2$, (c) $a^2 - 2a + 4$, (d) $a^2 + a + 1$, (e) $x^2 + 2x + 4$,
(f) $m^2 + mn + n^2$, (g) $2x^2 - 3xy + 7y^2$, (h) $x^2 + x + 1$, (i) $x(x+5)$

नमुना 3 :

म.स. निकाल्नुहोस् (Find the H.C.F)

$$x^3 - 2x^2 - x + 2, x^3 - 3x^2 + 2x \text{ and } x^2 - x - 2$$

समाधान :

यहाँ, पहिलो अभिव्यञ्जक : $x^3 - 2x^2 - x + 2$

$$\begin{aligned} &= x^2(x - 2) - 1(x - 2) \\ &= (x - 2)(x^2 - 1) \\ &= (x - 2)(x^2 - 1^2) \\ &= (x - 2)(x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{दोस्रो अभिव्यञ्जक : } & x^3 - 3x^2 + 2x \\
& = x(x^2 - 3x + 2) \\
& = x\{x^2 - (2+1)x + 2\} \\
& = x\{x^2 - 2x - x + 2\} \\
& = x\{x(x-2) - 1(x-2)\} \\
& = x(x-2)(x-1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{तेस्रो अभिव्यञ्जक : } & x^2 - x - 2 \\
& = x^2 - (2+1)x - 2 \\
& = x^2 - 2x + x - 2 \\
& = x(x-2) + 1(x-2) \\
& = (x-2)(x+1)
\end{aligned}$$

म.स. (H.C.F) = साझा गुणन खण्डहरू (common factors)
 $= (x-2)$

थप अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

म.स. निकाल्नुहोस् : (Find the H.C.F)

- (a) $a^3 - a^2 + a - 1$ र $2a^3 - a^2 + a - 2$
(b) $x^3 - x^2 + x - 1$ र $2x^3 - x^2 + x - 2$
(c) p^3+1 , p^4+p^2+1 र p^3+1+2p^2+2p
(d) $8a^3 + 1$ र $16a^4 - 4a^2 + 4a - 1$
(e) $8x^3 - 1$ र $16x^4 - 4x^2 - 4x - 1$
(f) $2x^3 - 16$, $x^2 - 4x + 4$ र $x^2 - 3x + 2$

उत्तरहरू

- (a) $a - 1$, (b) $x - 1$, (c) 1 , (d) $4a^2 - 2a + 1$, (e) $4x^2 + 2x + 1$, (f) $x - 2$

नमुना 4 :

म.स. निकाल्नुहोस् : (Find the H.C.F)

$$x^2 - y^2 + z^2 + 2xz, x^2 + y^2 - z^2 + 2xy, z^2 + y^2 - x^2 + 2yz$$

समाधान :

$$\begin{aligned}
\text{यहाँ, पहिलो अभिव्यञ्जक : } & x^2 - y^2 + z^2 + 2xz \\
& = x^2 + 2xz + z^2 - y^2 \\
& = (x+z)^2 - y^2 \\
& = (x+z+y)(x+z-y) \\
& = (x+y+z)(x+z-y)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{दोस्रो अभिव्यञ्जक : } & x^2 + y^2 - z^2 + 2xy \\
& = x^2 + 2xy + y^2 - z^2 \\
& = (x+y)^2 - z^2 \\
& = (x+y+z)(x+y-z)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{तेस्रो अभिव्यञ्जक : } & z^2 + y^2 - x^2 + 2yz \\
& = z^2 + 2yz + y^2 - x^2 \\
& = (z+y)^2 - x^2 \\
& = (z+y+x)(z+y-x)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= y^2 + 2yz + z^2 - x^2 \\
&= (y + z)^2 - x^2 \\
&= (y + z + x)(y + z - x) \\
&= (x + y + z)(y + z - x)
\end{aligned}$$

म.स. (H.C.F) = साझा गुणन खण्डहरू (common factors)
 $= (x + y + z)$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

म.स निकाल्नुहोस् : (Find the H.C.F)

- (a) $a^2 + 2ab + b^2 - c^2$, $b^2 + c^2 - a^2 + 2bc$, $c^2 + a^2 + 2ca - b^2$
 (b) $e^2 + f^2 - g^2 + 2ef$, $e^2 - f^2 + g^2 + 2ge$, $g^2 + f^2 + 2fg - e^2$
 (c) $9m^2 - 4n^2 - 4nr - r^2$, $r^2 - 4n^2 - 9m^2 - 12mn$ and $9m^2 + 6mr + r^2 - 4n^2$

उत्तरहरू

- (a) $a + b + c$, (b) $e + f + g$, (c) $3m + 2n + r$

नमुना 5 :

ल.स. निकाल्नुहोस् (Find the L.C.M.)

$$a^5 + a^3b^2 + ab^4 \text{ and } a^4b + ab^4$$

समाधान :

यहाँ, पहिलो अभिव्यञ्जक : $a^5 + a^3b^2 + ab^4$

$$\begin{aligned}
&= a\{(a^2)^2 + (b^2)^2 + a^2b^2\} \\
&= a\{(a^2)^2 + (b^2)^2 + a^2b^2\} \\
&= a\{(a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2 + a^2b^2\} \\
&= a\{(a^2 + b^2)^2 - (ab)^2\} \\
&= a(a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)
\end{aligned}$$

दोस्रो अभिव्यञ्जक : $a^4b + ab^4$

$$\begin{aligned}
&= ab(a^3 - b^3) \\
&= ab(a - b)(a^2 + ab + b^2)
\end{aligned}$$

ल.स. (L.C.M.) = साझा गुणन खण्ड \times बाँकी गुणन खण्डहरू
 (common factors \times remaining factors)
 $= ab(a - b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 + b^2 - ab)$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू:

ल.स. निकाल्नुहोस् (Find the L.C.M.)

- (a) $x^4 + x^2y^2 + y^4$ & $x^4 - xy^3$
 (b) $6x^2 - x - 1$ & $54x^4 + 2x$
 (c) $(2x^2 - x - 1)$ & $24x^4 + 3x$
 (d) $x^3 - 3x^2 - x + 3$ & $x^3 - x^2 - 9x + 9$
 (e) $x^3 + 2x^2 - x - 2$ & $x^3 + x^2 - 4x - 4$
 (f) $x^3 - 9x$, $x^4 - 2x^3 - 3x^2$ & $x^3 - 27$
 (g) $a^3 - 4a$, $a^4 + a^3 - 2a^2$ and $a^3 - 8$

उत्तरहरू

- (a) $x(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
- (b) $2x(3x+1)(2x-1)(9x^2-3x+1)$
- (c) $3x(x-1)(2x+1)(4x^2-2x+1)$
- (d) $(x+3)(x+1)(x-1)(x-3)$
- (e) $(x-1)(x-2)(x+1)(x+2)$
- (f) $x^2(x+3)(x^3-27)(x+1)$
- (g) $a^2(a^2-4)(a^2+2a+4)(a-1)$

नमुना: 6 :

म.स. र ल.स. निकाल्नुहोस् (Find the H.C.F. and L.C.M.)

$$2(x^2 - y^2), 4(x^3 - y^3) \text{ र } 6(x^4 - y^4)$$

समाधान :

$$\text{यहाँ, पहिलो अभिव्यञ्जक : } 2(x^2 - y^2),$$

$$= 2(x+y)(x-y)$$

$$\text{दोस्रो अभिव्यञ्जक : } 4(x^3 - y^3)$$

$$= 2 \times 2(x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$\text{तेस्रो अभिव्यञ्जक : } 6(x^4 - y^4)$$

$$= 6\{(x^2)^2 - (y^2)^2\}$$

$$= 6(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)$$

$$= 2 \times 3(x^2 + y^2)(x+y)(x-y)$$

$$\text{म.स. (H.C.F.) = साझा गुणन खण्डहरू (common factors)}$$

$$= 2(x-y)$$

$$\text{ल.स. (L.C.M.) = साझा गुणन खण्ड} \times \text{बाँकी गुणन खण्डहरू}$$

$$(\text{common factors} \times \text{remaining factors})$$

$$= 2(x-y)(x+y)2 \times 3(x^2 + y^2)(x^2 + xy + y^2)$$

$$= 12(x-y)(x+y)(x^2 + y^2)(x^2 + xy + y^2)$$

$$= 12(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)(x^2 + xy + y^2)$$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

म.स. र ल.स. निकाल्नुहोस् (Find the H.C.F. and L.C.M.)

- (a) $x^3 - 1, (x-1)^3, x^4 + x^2 + 1$
- (b) $x^3y + y^4, x^4 + x^2y^2 + y^4, 2ax^3 - 2ax^2y + 2axy^2$
- (c) $2x^3 - x^2 - x, 4x^4 - 10x^3 - 6x^2, 8x^2 + 4x$
- (d) $8a^6x - 8a^3x^4, 4a^6x^2 - 4a^2x^6, 6x^3a^3 + 24a^2x^4 - 30ax^5$
- (e) $3a^3b + a^2b^2 - 10ab^3, 6a^4b - a^3b^2 - 15a^2b^3, 6a^3b - 19a^2b^2 + 15ab^3$
- (f) $x^2 - 2xy + y^2, 2x^2 + xy - 3y^2, x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

उत्तरहरू

- (a) H.C.F. = 1, L.C.M. = $(x-1)^3 (x^2+x+1)(x^2-x+1)$
 (b) H.C.F. = $x^2 - xy + y^2$, L.C.M. = $2axy (x+y)(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)$
 (c) H.C.F. = $x(2x+1)$, L.C.M. = $(4x^2(2x+1)(x-1)(x-3))$
 (d) H.C.F. = $2ax(a-x)$, L.C.M. = $24a^3x^3(a-x)(a+x)(a^2+x^2)(a+5x)(a^2+ax+x^2)$
 (e) H.C.F. = $ab(3a-5b)$, L.C.M. = $a^2b(3a-5b)(a+2b)(2a+3b)(2a-3b)$
 (f) H.C.F. = $x-y$, L.C.M. = $(x-y)^3(2x+3y)$

थप अभ्यासका लागि प्रश्नहरू (Challenging Problems)

म.स. निकाल्नुहोस् : (Find the H.C.F.)

- (a) $x^4 + 2x^2 + 9$ & $x^3 - x + 6$
 (b) $x^3 - 3x - 2$ & $x^3 - x^2 - 4$
 (c) $a^4 - 6a^2 - 7 + 8x - x^2$ & $a^3 - ax + a$
 (d) $x^4 - 10x^2 + 24 + 6y - 9y^2$ & $x^3 + 3xy - 6x$

Hints (d):

समाधान :

$$\begin{aligned} \text{यहाँ, पहिलो अभिव्यञ्जक : } x^4 - 10x^2 + 24 + 6y - 9y^2 \\ = (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 5 + 5^2 - 1 + 6y - 9y^2 \\ = (x^2 - 5)^2 - [1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 3y + (3y)^2] \\ = (x^2 - 5)^2 - (1 - 3y)^2 \\ = (x^2 + 3y - 6)(x^2 - 3y - 4) \end{aligned}$$

उत्तरहरू

- (a) $x^2 - 2x + 3$ (b) $x - 2$ (c) $(a^2 - x + 1)$
 (d) $x^2 + 3y - 6$

थप अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

म.स. र ल.स. निकाल्नुहोस् (Find the H.C.F. and L.C.M.)

- (a) $x^2 + 2x - 3$, $x^3 + 3x^2 - x - 3$
 (b) $x^2 - 4x + 3$, $x^3 - x^2 - 14x + 24$
 (c) $3x^2 + 16x - 35$, $x^3 + 343$, $2x^2 - 9x - 161$
 (d) $x^3 - 3x + 2$, $x^3 + 4x^2 - 8x + 3$
 (e) $3x^2 - 22x + 19$, $2x^3 + 3x - 5$

उत्तरहरू

- (a) H.C.F. = $(x-1)(x+3)$, L.C.M. = $(x-1)(x+3)(x+1)$
 (b) H.C.F. = $x-3$, L.C.M. = $(x-1)(x-2)(x-3)(x+4)$
 (c) H.C.F. = $(x+7)$, L.C.M. = $(x+7)(3x-5)(2x-23)(x^2-7x+49)$
 (d) H.C.F. = $(x-1)$, L.C.M. = $(x-1)^2(x+2)(x^2+5x-3)$
 (e) H.C.F. = $(x-1)$, L.C.M. = $(x-1)(3x-19)(2x^2+2x+5)$

1. परिचय

यस एकाइमा चार ओटासम्म बीजीय भिन्नहरू समावेश भएका समस्याहरूको सरलीकरण गर्ने तरिकाहरूका बारेमा चर्चा गरिएको छ। यस एकाइबाट लामो उत्तर आउने एक ओटा समस्या समाधान मूलक प्रश्न सोधिने गरिन्छ। जसको अङ्क भार 4 हुन्छ।

2. ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू :

- बीजीय भिन्न सम्बन्धी यसभन्दा अगाडि अध्ययन गरेका कुराहरूको पुनरावलोकन गर्ने।
- बीज गणितीय सूत्रहरूबारे पुनरावलोकन गर्ने।
- गणित सम्बन्धित आधारभूत क्रियाका बारेमा पुनरावलोकन गर्ने।
- बीज गणितीय ल.स. बारे पुनरावलोकन गर्ने।
- चार ओटासम्म बीजीय भिन्नहरू समावेश भएका समस्याहरूको सरलीकरण गर्ने।
- बीजीय भिन्नहरूको सरलीकरण गर्दा अझ विशेष निम्न लिखित कुराहरूमा ध्यान दिनुपर्ने:
 - बीजीय भिन्नहरूका हरलाई खण्डीकरण गर्ने।
 - दुई दुई पदहरूको योग/अन्तर निकाल्ने।
 - लघुत्तम पदमा लैजाने।

3. नमुना प्रश्नोत्तर तथा अभ्यास

3.1 लामो उत्तर आउने प्रश्नहरू

नमुना 1 :

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} - \frac{4}{x^4+1}$$

समाधान :

$$\begin{aligned} \text{यहाँ, } & \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} - \frac{4}{x^4+1} \\ &= \frac{1(x+1) - 1(x-1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{2}{x^2+1} - \frac{4}{x^4+1} \\ &= \frac{x+1 - x+1}{x^2-1} - \frac{2}{x^2+1} - \frac{4}{x^4+1} \\ &= \frac{2}{x^2-1} - \frac{2}{x^2+1} - \frac{4}{x^4+1} \\ &= \frac{2(x^2+1) - 2(x^2-1)}{(x^2-1)(x^2+1)} - \frac{4}{x^4+1} \\ &= \frac{2x^2+2 - 2x^2+2}{x^4-1} - \frac{4}{x^4+1} \\ &= \frac{4}{x^4-1} - \frac{4}{x^4+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{4(x^4+1) - 4(x^4-1)}{(x^4+1)(x^4-1)} \\
&= \frac{4x^4+4 - 4x^4+4}{x^8-1} \\
&= \frac{8}{x^8-1}
\end{aligned}$$

1.1 अभ्यासका लागि प्रश्नहरू (Questions for Practice)

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

1. $\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a+1} - \frac{2}{a^2+1} - \frac{4}{a^4+1}$
2. $\frac{b}{a-b} + \frac{b}{a+b} + \frac{2a}{a^2+b^2} + \frac{4a^3b}{a^4+b^4}$
3. $\frac{a}{1-2a} + \frac{a}{1+2a} + \frac{2a}{1+4a^2} + \frac{16a^3}{16a^4-1}$
4. $\frac{a}{a-b} + \frac{a}{a+b} - \frac{6a^2}{a^2-b^2} + \frac{8a^4}{a^4-b^4}$
5. $\frac{a}{1-2a} + \frac{a}{1+2a} + \frac{2a}{1+4a^2} + \frac{16a^3}{16a^4-1}$

उत्तरहरू

- 1.1 1. $\frac{8}{a^8-1}$ 2. $\frac{8a^7b}{a^8-b^8}$ 3. $\frac{4a}{1+4a^2}$
4. $\frac{4a^2}{a^2+b^2}$ 5. $\frac{4a}{1+4a^2}$

नमुना 2 :

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

$$\frac{1-a}{1+a} - \frac{1+a}{1-a} - \frac{4a}{1+a^2} - \frac{8a}{1+a^4}$$

समाधान :

$$\begin{aligned}
&\text{यहाँ, } \frac{1-a}{1+a} - \frac{1+a}{1-a} - \frac{4a}{1+a^2} - \frac{8a}{1+a^4} \\
&= \frac{(1-a)^2 - (1+a)^2}{(1+a)(1-a)} - \frac{4a}{1+a^2} - \frac{8a}{1+a^4} \\
&= \frac{1-2a+a^2 - 1-2a-a^2}{1-a^2} - \frac{4a}{1+a^2} - \frac{8a}{1+a^4} \\
&= \frac{-4a}{1-a^2} - \frac{4a}{1+a^2} - \frac{8a}{1+a^4} \\
&= \frac{-4a(1+a^2) - 4a(1-a^2)}{(1-a^2)(1+a^2)} - \frac{8a}{1+a^4} \\
&= \frac{-4a - 4a^3 - 4a + 4a^3}{1-a^4} - \frac{8a}{1+a^4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{-8a}{1-a^4} - \frac{8a}{1+a^4} \\
&= \frac{-8a(1+a^4) - 8a(1-a^4)}{(1-a^4)(1+a^4)} \\
&= \frac{-8a - 8a^5 - 8a + 8a^5}{1-a^8} \\
&= \frac{-16a}{1-a^8} \\
&= \frac{-16a}{-(a^8-1)} \\
&= \frac{16a}{a^8-1}
\end{aligned}$$

1.2 अभ्यासका लागि प्रश्नहरू (Questions for Practice)

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

- $\frac{1-x}{1+x} - \frac{1+x}{1-x} - \frac{4x}{1+x^2} - \frac{8x}{1+x^4}$
- $\frac{1+y}{1-y} - \frac{1-y}{1+y} - \frac{4y}{1+y^2} + \frac{8y^3}{1+y^4}$
- $1 + \frac{b}{a-b} + \frac{2ab}{a^2+b^2} - \frac{a}{a+b} + \frac{4a^3b}{a^4+b^4}$
- $1 + \frac{1}{x-1} + \frac{2x}{x^2+1} - \frac{x}{x+1} + \frac{4x^3}{x^4+1}$
- $\frac{1}{1+\frac{y}{x}} + \frac{1}{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}} - \frac{1}{1+\frac{y^2}{x^2}} - \frac{1}{\frac{x^2}{y^2} - \frac{y^2}{x^2}}$
- $\frac{1}{1+\frac{b}{a}} + \frac{1}{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}} - \frac{1}{1+\frac{b^2}{a^2}} - \frac{1}{\frac{a^2}{b^2} - \frac{b^2}{a^2}}$

उत्तरहरू

- 1.2 1. $\frac{16x}{x^8-1}$ 2. $\frac{16y^3}{1-y^8}$ 3. $\frac{8a^7b}{a^8-b^8}$
4. $\frac{8x^7}{x^8-1}$ 5. $\frac{x^2y^2}{x^4-y^4}$ 6. $\frac{a^2b^2}{a^4-b^4}$

नमुना 2 :

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

$$\frac{1}{x+y} + \frac{2x}{x^2+y^2} + \frac{4x^3}{x^4+y^4} - \frac{8x^7}{x^8-y^8}$$

समाधान :

$$\begin{aligned}
&\text{यहाँ, } \frac{1}{x+y} + \frac{2x}{x^2+y^2} + \frac{4x^3}{x^4+y^4} - \frac{8x^7}{(x^4)^2 - (y^4)^2} \\
&= \frac{1}{x+y} + \frac{2x}{x^2+y^2} + \frac{4x^3}{x^4+y^4} - \frac{8x^7}{(x^4-y^4)(x^4+y^4)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{x+y} + \frac{2x}{x^2+y^2} + \frac{4x^3(x^4-y^4)-8x^7}{(x^4-y^4)(x^4+y^4)} \\
&= \frac{1}{x+y} + \frac{2x}{x^2+y^2} + \frac{4x^7-4x^3y^4-8x^7}{(x^4-y^4)(x^4+y^4)} \\
&= \frac{1}{x+y} + \frac{2x}{x^2+y^2} + \frac{-4x^7-4x^3y^4}{(x^4-y^4)(x^4+y^4)} \\
&= \frac{1}{x+y} + \frac{2x}{x^2+y^2} + \frac{-4x^3(x^4+y^4)}{(x^4-y^4)(x^4+y^4)} \\
&= \frac{1}{x+y} + \frac{2x}{x^2+y^2} + \frac{-4x^3(x^4+y^4)}{(x^4-y^4)(x^4+y^4)} \\
&= \frac{1}{x+y} + \frac{2x}{x^2+y^2} - \frac{4x^3}{x^4-y^4} \\
&= \frac{1}{x+y} + \frac{2x}{x^2+y^2} - \frac{4x^3}{(x^2)^2-(y^2)^2} \\
&= \frac{1}{x+y} + \frac{2x}{x^2+y^2} - \frac{4x^3}{(x^2-y^2)(x^2+y^2)} \\
&= \frac{1}{x+y} + \frac{2x(x^2-y^2)-4x^3 \times 1}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)} \\
&= \frac{1}{x+y} + \frac{2x^3-2xy^2-4x^3}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)} \\
&= \frac{1}{x+y} + \frac{-2x^3-2xy^2}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)} \\
&= \frac{1}{x+y} + \frac{-2x(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)} \\
&= \frac{1}{x+y} - \frac{2x}{x^2-y^2} \\
&= \frac{1}{x+y} - \frac{2x}{(x-y)(x+y)} \\
&= \frac{1(x-y)-2x \times 1}{(x-y)(x+y)} \\
&= \frac{x-y-2x}{(x-y)(x+y)} \\
&= \frac{-x-y}{(x-y)(x+y)} \\
&= \frac{-(x+y)}{(x-y)(x+y)} \\
&= \frac{-1}{x-y} \\
&= \frac{-1}{-(-x+y)} \\
&= \frac{1}{y-x}
\end{aligned}$$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू (Questions for Practice)

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

1. $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1} + \frac{8}{x^8-1}$
2. $\frac{1}{a+b} + \frac{2a}{a^2+b^2} + \frac{4a^3}{a^4+b^4} - \frac{8a^7}{a^8-b^8}$
3. $\frac{1}{a+b} + \frac{2b}{a^2+b^2} + \frac{4b^3}{a^4+b^4} - \frac{8b^7}{b^8-a^8}$
4. $\frac{1}{a+x} - \frac{2a}{a^2+x^2} - \frac{4a^3}{a^4+x^4} + \frac{8a^7}{a^8-x^8}$
5. $\frac{1}{y+p} - \frac{2y}{y^2+p^2} + \frac{8y^7}{y^8-p^8} - \frac{4y^3}{y^4+p^4}$

उत्तरहरू

1. $\frac{1}{x-1}$
2. $\frac{1}{b-a}$
3. $\frac{1}{a-b}$
4. $\frac{3a-x}{a^2-x^2}$
5. $\frac{3y-p}{y^2-p^2}$

नमुना 3.1 :

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

$$\frac{1}{1+x+x^2} - \frac{1}{1-x+x^2} + \frac{2x}{1+x^2+x^4}$$

समाधान :

$$\begin{aligned} & \text{यहाँ, } \frac{1}{1+x+x^2} - \frac{1}{1-x+x^2} + \frac{2x}{1+x^2+x^4} \\ &= \frac{1(1-x+x^2) - 1(1+x+x^2)}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)} + \frac{2x}{1+x^2+x^4} \\ &= \frac{1-x+x^2-1-x-x^2}{1+x+x^2-x-x^2-x^3+x^2+x^3+x^4} + \frac{2x}{1+x^2+x^4} \\ &= \frac{-2x}{1+x^2+x^4} + \frac{2x}{1+x^2+x^4} \\ &= \frac{-2x+2x}{1+x^2+x^4} \\ &= \frac{0}{1+x^2+x^4} \\ &= 0 \end{aligned}$$

3.1 अभ्यासका लागि प्रश्नहरू (Questions for Practice)

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

1. $\frac{1}{1+a+a^2} - \frac{1}{1-a+a^2} + \frac{2a}{1+a^2+a^4}$
2. $\frac{1}{1-x+x^2} - \frac{1}{1+x+x^2} + \frac{2x}{1+x^2+x^4}$
3. $\frac{a+2}{1+a+a^2} - \frac{a-2}{1-a+a^2} - \frac{2a^2}{1+a^2+a^4}$

उत्तरहरू

3.1. 1. 0

2. $\frac{4x}{1+x^2+x^4}$

3. $\frac{4}{a^4+a^2+1}$

नमूना 3.2 :

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

$$\frac{a-5}{a^2-5a+25} + \frac{a+5}{a^2+5a+25} - \frac{250}{a^4+25a^2+625}$$

समाधान :

$$\begin{aligned} \text{यहाँ, } & \frac{a-5}{a^2-5a+25} + \frac{a+5}{a^2+5a+25} - \frac{250}{a^4+25a^2+625} \\ &= \frac{(a-5)(a^2+5a+25) + (a+5)(a^2-5a+25)}{(a^2-5a+25)(a^2+5a+25)} - \frac{250}{a^4+25a^2+625} \\ &= \frac{a^3-5^3+a^3+5^3}{a^4+5a^3+25a^2-5a^3-25a^2-125a+25a^2+125a+625} - \frac{250}{a^4+25a^2+625} \\ &= \frac{2a^3}{a^4+25a^2+625} - \frac{250}{a^4+25a^2+625} \\ &= \frac{2a^3-250}{a^4+25a^2+625} \\ &= \frac{2(a^3-125)}{a^4+25a^2+625} \\ &= \frac{2(a^3-5^3)}{a^4+25a^2+625} \\ &= \frac{2(a-5)(a^2+5a+25)}{(a^2-5a+25)(a^2+5a+25)} \\ &= \frac{2(a-5)}{a^2-5a+25} \end{aligned}$$

3.2 अभ्यासका लागि प्रश्नहरू (Questions for Practice)

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

- $\frac{a-4}{a^2-4a+16} + \frac{a+4}{a^2+4a+16} - \frac{128}{a^4-16a^2+256}$
- $\frac{a-2}{a^2-2a+4} + \frac{a+2}{a^2+2a+4} - \frac{16}{a^4+16+4a^2}$
- $\frac{p+3}{p^2+3p+9} + \frac{p-3}{p^2-3p+9} + \frac{54}{p^4+9p^2+81}$
- $\frac{2x-y}{4x^2-2xy+y^2} + \frac{2x+y}{4x^2+2xy+y^2} - \frac{2y^3}{16x^4+4x^2y^2+y^4}$
- $\frac{3x-1}{9x^2-3x+1} - \frac{3x+1}{9x^2+3x+1} + \frac{54x^3}{81x^4+9x^2+1}$
- $\frac{2a+b}{4a^2+2ab+b^2} + \frac{2a-b}{4a^2-2ab+b^2} - \frac{2b^3}{16a^4+4a^2b^2+b^4}$

उत्तरहरू

3:2. 1. $\frac{2(a-4)}{(a^2-4a+16)}$

2. $\frac{2(y-2)}{y^2-2y+4}$

3. $\frac{2p-3}{p^4+9p^2+81}$

$$4. \frac{2(2x-y)}{4x^2-2xy+y^2} \quad 5. \frac{2(3x-1)}{9x^2-3x+1} \quad 6. \frac{2(2a-b)}{4a^2-2ab+b^2}$$

नमूना 4 :

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

$$\frac{1}{x-a} - \frac{2}{2x+a} + \frac{1}{x+a} - \frac{2}{2x-a}$$

समाधान :

$$\text{यहाँ, } \frac{1}{x-a} + \frac{1}{x+a} - \frac{2}{2x+a} - \frac{2}{2x-a}$$

$$= \left[\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x+a} \right] - \left[\frac{2}{2x+a} + \frac{2}{2x-a} \right]$$

$$= \frac{x+a+x-a}{(x-a)(x+a)} - \frac{2(2x-a)+2(2x+a)}{(2x+a)(2x-a)}$$

$$= \frac{2x}{x^2-a^2} - \frac{4x-2a+4x+2a}{4x^2-a^2}$$

$$= \frac{2x}{x^2-a^2} - \frac{8x}{4x^2-a^2}$$

$$= \frac{2x(4x^2-a^2)-8x(x^2-a^2)}{(x^2-a^2)(4x^2-a^2)}$$

$$= \frac{8x^3-2xa^2-8x^3+8xa^2}{(x^2-a^2)(4x^2-a^2)}$$

$$= \frac{6xa^2}{(x^2-a^2)(4x^2-a^2)}$$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू (Questions for Practice)

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

$$1. \frac{1}{x-1} - \frac{2}{2x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{2}{2x-1}$$

$$2. \frac{1}{x-5} - \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+3}$$

$$3. \frac{a^3}{a-1} + \frac{a^3}{a+1} - \frac{1}{a-1} + \frac{1}{a+1}$$

$$4. \frac{x^3}{x-1} - \frac{x^2}{x+1} - \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x+1}$$

$$5. \frac{2}{m-1} - \frac{m}{m^2+1} - \frac{1}{m+1} - \frac{3}{m^2-1}$$

$$6. \frac{4}{m-1} - \frac{2m}{m^2+1} - \frac{2}{m+1} + \frac{6}{1-m^2}$$

उत्तरहरू

$$1. \frac{6x}{(x^2-1)(4x^2-1)} \quad 2. \frac{32x}{(x^2-25)(x^2-9)} \quad 3. 2(a^2+1)$$

$$4. x^2+1 \quad 5. \frac{2m}{m^4-1} \quad 6. \frac{4m}{m^4-1}$$

नमुना 5 :

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

$$\frac{(n-r)^2 - m^2}{n^2 - (r+m)^2} + \frac{(m-n)^2 - r^2}{m^2 - (n+r)^2} + \frac{(r-m)^2 - n^2}{r^2 - (m+n)^2}$$

समाधान :

$$\begin{aligned} \text{यहाँ, } & \frac{(n-r)^2 - m^2}{n^2 - (r+m)^2} + \frac{(m-n)^2 - r^2}{m^2 - (n+r)^2} + \frac{(r-m)^2 - n^2}{r^2 - (m+n)^2} \\ &= \frac{(n-r+m)(n-r-m)}{(n+r+m)(n-r-m)} + \frac{(m-n+r)(m-n-r)}{(m+n+r)(m-n-r)} + \frac{(r-m+n)(r-m-n)}{(r+m+n)(r-m-n)} \\ &= \frac{n-r+m}{n+r+m} + \frac{m-n+r}{m+n+r} + \frac{r-m+n}{r+m+n} \\ &= \frac{n-r+m}{m+n+r} + \frac{m-n+r}{m+n+r} + \frac{r-m+n}{m+n+r} \\ &= \frac{n-r+m+m-n+r+r-m+n}{m+n+r} \\ &= \frac{m+n+r}{m+n+r} \\ &= 1 \end{aligned}$$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू (Questions for Practice)

सरल गर्नुहोस् (Simplify):

1. $\frac{(a-b)^2 - c^2}{a^2 - (b+c)^2} + \frac{(b-c)^2 - a^2}{b^2 - (c+a)^2} + \frac{(c-a)^2 - b^2}{c^2 - (a+b)^2}$
2. $\frac{(x-y)^2 - z^2}{x^2 - (y+z)^2} + \frac{(z-x)^2 - y^2}{z^2 - (x+y)^2} + \frac{(y-z)^2 - x^2}{y^2 - (z+x)^2}$
3. $\frac{(g-e)^2 - f^2}{g^2 - (e+f)^2} + \frac{(e-f)^2 - g^2}{e^2 - (f+g)^2} + \frac{(f-g)^2 - e^2}{f^2 - (g+e)^2}$
4. $\frac{9x^2 - (y-z)^2}{(3x+z)^2 - y^2} + \frac{y^2 - (z-3x)^2}{(3x+y)^2 - z^2} + \frac{z^2 - (3x-y)^2}{(y+z)^2 - 9x^2}$
5. $\frac{x^2 - (2y-3m)^2}{(3m+x)^2 - 4y^2} + \frac{4y^2 - (3m-x)^2}{(x+2y)^2 - 9m^2} + \frac{9m^2 - (x-2y)^2}{(2y+3m)^2 - x^2}$

उत्तरहरू

1. 1 2. 1 3. 1 4. 1 5. 1

नमुना 6 :

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

$$\frac{a-1}{a^2-3a+2} + \frac{a-2}{a^2-5a+6} + \frac{a-5}{a^2-8a+15}$$

समाधान :

$$\begin{aligned} \text{यहाँ, } & \frac{a-1}{a^2-3a+2} + \frac{a-2}{a^2-5a+6} + \frac{a-5}{a^2-8a+15} \\ &= \frac{a-1}{a^2 - (2+1)a + 2} + \frac{a-2}{a^2 - (2+3)a + 6} + \frac{a-5}{a^2 - (5+3)a + 15} \\ &= \frac{a-1}{a^2 - 2a - 1a + 2} + \frac{a-2}{a^2 - 2a - 3a + 6} + \frac{a-5}{a^2 - 5a - 3a + 15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{a-1}{a(a-2)-1(a-2)} + \frac{a-2}{a(a-2)-3(a-2)} + \frac{a-5}{a(a-5)-3(a-5)} \\
&= \frac{a-1}{(a-2)(a-1)} + \frac{a-2}{(a-2)(a-3)} + \frac{a-5}{(a-5)(a-3)} \\
&= \frac{1}{a-2} + \frac{1}{a-3} + \frac{1}{a-3} \\
&= \frac{a-3+a-2+a-2}{(a-2)(a-3)} \\
&= \frac{3a-7}{(a-2)(a-3)}
\end{aligned}$$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू (Questions for Practice)

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

1. $\frac{1}{x^2-5x+6} - \frac{2}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-3x+2}$
2. $\frac{1}{a^2-5a+6} - \frac{2}{a^2-4a+3} - \frac{1}{a^2-3a+2}$
3. $\frac{2a-6}{a^2-9a+20} - \frac{a-1}{a^2-7a+12} - \frac{a-2}{a^2-8a+15}$
4. $\frac{2(a-3)}{(a-4)(a-5)} + \frac{a-1}{(3-a)(a-4)} + \frac{a-2}{(5-a)(a-3)}$
5. $\frac{x-1}{(2x-1)(x+2)} + \frac{3}{(x+2)(x-1)} - \frac{1}{(1-x)(1-2x)}$

उत्तरहरू

1. 0
2. $\frac{2}{(1-a)(a-2)}$
3. $\frac{5}{(a-3)(a-4)(a-5)}$
4. $\frac{5}{(a-3)(a-4)(a-5)}$
5. $\frac{x+4}{(2x-1)(x+2)}$

नमुना 7 :

सरल गर्नुहोस् (Simplify):

$$\frac{1}{(a+1)^2(a+2)^2} - \frac{1}{(a+1)^2} + \frac{2}{a+1} - \frac{2}{a+2}$$

समाधान :

$$\begin{aligned}
&\text{यहाँ, } \frac{1}{(a+1)^2(a+2)^2} - \frac{1}{(a+1)^2} + \frac{2}{a+1} - \frac{2}{a+2} \\
&= \frac{1-(a+2)^2}{(a+1)^2(a+2)^2} + \frac{2(a+2)-2(a+1)}{(a+1)(a+2)} \\
&= \frac{1-a^2-4a-4}{(a+1)^2(a+2)^2} + \frac{2a+4-2a-2}{(a+1)(a+2)} \\
&= \frac{-a^2-4a-3}{(a+1)^2(a+2)^2} + \frac{2}{(a+1)(a+2)} \\
&= \frac{-a^2-4a-3+2(a+1)(a+2)}{(a+1)^2(a+2)^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{-a^2 - 4a - 3 + 2(a^2 + 2a + a + 2)}{(a+1)^2 (a+2)^2} \\
&= \frac{-a^2 - 4a - 3 + 2a^2 + 4a + 2a + 4}{(a+1)^2 (a+2)^2} \\
&= \frac{a^2 + 2a + 1}{(a+1)^2 (a+2)^2} \\
&= \frac{(a+1)^2}{(a+1)^2 (a+2)^2} \\
&= \frac{1}{(a+2)^2}
\end{aligned}$$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू (Questions for Practice)

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

- $\frac{1}{(y+1)^2 (y+2)^2} - \frac{1}{(y+1)^2} + \frac{2}{y+1} - \frac{2}{y+2}$
- $\frac{x(x+3)}{(x+1)^2 (x+2)^2} + \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{2}{x+2} - \frac{2}{x+1}$

उत्तरहरू

- $\frac{1}{(y+2)^2}$
- $\frac{x}{(x+1)^2 (x+2)^2}$

उच्च दक्षताका लागि प्रश्नहरू (Higher Ability Questions)

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू (Questions for Practice)

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

- $\frac{5x - 3x^2}{1 - x^3} - \frac{5x + 7}{x^2 + x + 1} + \frac{2}{x - 1}$
- $\frac{2}{x^3 + x^2 + x + 1} - \frac{2}{x^3 + x^2 - x - 1}$
- $\frac{1}{x+a} + \frac{1}{x+b} + \frac{1}{x+c} + \frac{ax}{x^3 + ax^2} + \frac{bx}{x^3 + bx^2} + \frac{cx}{x^3 + cx^2}$
[Hints: $\frac{1}{x+a} + \frac{ax}{x^2(x+a)} + \frac{1}{x+b} + \frac{bx}{x^2(x+b)} + \frac{1}{x+c} + \frac{cx}{x^2(x+c)}$]
- $\frac{1}{m-a} + \frac{1}{m-b} + \frac{1}{m-c} - \frac{a}{m(m-a)} - \frac{b}{m(m-b)} - \frac{c}{m(m-c)}$
[Hints $\frac{1}{m-a} - \frac{a}{m(m-a)} + \frac{1}{m-b} - \frac{b}{m(m-b)} + \frac{1}{m-c} - \frac{c}{m(m-c)}$
 $= \frac{m-a}{m(m-a)} + \frac{m-b}{m(m-b)} + \frac{m-c}{m(m-c)} = \frac{1}{m} + \frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{3}{m}$]
- $\frac{(a+b)(a+b-c)}{2ab} + \frac{(b+c)(b+c-a)}{2bc} + \frac{(c+a)(c+a-b)}{2ca}$
- $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)(a+b-c) + \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)(b+c-a) + \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right)(c+a-b)$
- $\frac{x + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}(x^2 + \sqrt{2}x + 2)} - \frac{x - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}(x^2 - \sqrt{2}x + 2)}$

8. $\frac{4}{x^2 - x + 1} + \frac{1}{x + \sqrt{x} + 1} + \frac{1}{x - \sqrt{x} + 1} - \frac{2(x-1)}{x^2 + x + 1}$
9. $\left(\sqrt{\frac{a+x}{x}} - \sqrt{\frac{x}{a+x}}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{x}{a}} - \sqrt{\frac{a}{x}}\right)^2 + \frac{x^2}{a(x+a)}$
10. $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^4 - 2\left(\frac{x^2}{y^2} - \frac{y^2}{x^2}\right)^2 + \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)^4$
 [Hints $\left(\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^2 - \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)^2\right)^2$]

उत्तरहरू :

1. $\frac{9-5x}{x^3-1}$ 2. $\frac{4}{(1+x)(1-x^4)}$ 3. $\frac{3}{x}$ 4. $\frac{3}{m}$ 5. 3
6. 6 7. $\frac{2}{x^4 + 2x^2 + 4}$ 8. $\frac{8x^2 + 8}{x^4 + x^2 + 1}$ 9. 1 10. 16

4.3 घाताङ्क (Indices)

1. परिचय

a^n मा a लाई आधार र n लाई घाताङ्क भनिन्छ । यस पाठमा हामी यही घाताङ्कका नियमहरू प्रयोग गरी बीजीय अभिव्यञ्जकहरूको सरलीकरण गर्न तथा घाताङ्क युक्त समीकरणहरूको हल गर्ने तरिकाहरूका बारेमा चर्चा गरिएको छ ।

यस पाठबाट परीक्षामा छोटो उत्तर आउने एउटा ज्ञान, बोध तथा सिप सम्बन्धी दुई 2 अङ्क भारको प्रश्न र लामो उत्तर आउने एउटा सिप सम्बन्धी 2 अङ्को प्रश्न सोधिने छ ।

2. घाताङ्कका नियमहरू (Laws of Indices)

वास्तविक सङ्ख्याहरू a, b, m र n का लागि (For any real numbers a, b, m and n)

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$
2. $a^m \div a^n = a^{m-n}$ or $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$
3. $(a^m)^n = a^{mn}$
4. $(ab)^n = a^n b^n$
5. $(xy)^{ab} = x^{ab} y^{ab}$
- 6.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

7. $x^0 = y^0 = 1$
8. यदि $x^m = x^n$ भए $m = n$ हुन्छ, जहाँ $x \neq 0$
9. यदि $x^m = y^m$ भए $x = y$ हुन्छ ।

3. घाताङ्क सम्मिलित समीकरणहरू (Equation involving indices)

1. यदि $a^x = a^y$ भए $x = y$ हुन्छ (If $a^x = a^y$ then $x = y$)
2. यदि $a^x = b^x$ भए $a = b$ हुन्छ (If $a^x = b^x$ then $a = b$)

4. विशेष ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू

यस पाठमा,

- घाताङ्क युक्त समीकरणको धारणा बुझ्ने ।
- घाताङ्क युक्त समीकरण हल गर्ने तरिकाको नियमहरूको जानकारी लिने ।
- प्रकाशको गति 3×10^8 मिटर प्रति सेकेन्ड हुन्छ । यसलाई गुणन गरेर अभ्यास गर्ने । यी दुई तरिकालाई दाजेर हेर्दा घाताङ्कको नियमद्वारा ठुला ठुला अङ्कलाई सरल रूपमा व्यक्त गर्न सकिन्छ । यो एउटा वैज्ञानिक विधि हो ।

घाताङ्कको नियमबाट आनुपातिक सङ्ख्याहरू (irrational number) का क्रियाहरू पनि सजिलैसित गर्न सकिन्छ ।

5. नमुना प्रश्नोत्तर तथा अभ्यास

5.1 छोटी उत्तर आउने प्रश्न सम्बन्धी अभ्यास

नमुना 1 :

हल गर्नुहोस् : $3^{x+1} + 3^x = 108$

समाधान :

यहाँ, $3^{x+1} + 3^x = 108$

or, $3^x \cdot 3^1 + 3^x = 108$

or, $3^x (3 + 1) = 108$

or, $3^x \cdot 4 = 108$

or, $3^x = 108/4$

or, $3^x = 27$

or, $3^x = 3^3$

$\therefore x = 3$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

(a) $2^{x+3} + 2^x = 36$ (b) $3^{x+2} + 3^{x+1} = 1\frac{1}{3}$

(c) $2^x - 2^{x-2} = 6$ (d) $2^y - 2^{y-2} = 3$

(e) $2^{x+1} - 2^{x-1} = 12$ (f) $4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$

(g) $3^{2x+1} = 9^{x+2} - 26$ (h) $3^{2x+3} - 9 = 2 \cdot 9^{x+1} - 6$

उत्तरहरू

(a) 2 (b) -2 (c) 3 (d) 2 (e) 3 (f) 0 (g) $-\frac{1}{2}$ (h) $-\frac{1}{2}$

5.2 लामो उत्तर आउने प्रश्न सम्बन्धी अभ्यास

नमुना 2 :

हल गर्नुहोस् (Solve) : $5^a + \frac{1}{5^a} = 25 \frac{1}{25}$

समाधान :

यहाँ, मानौं $5^a = x$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \frac{626}{25}$

Or, $\frac{x^2+1}{x} = \frac{626}{25}$

Or, $25x^2 + 25 = 626x$

Or, $25x^2 - 626x + 25 = 0$

Or, $25x^2 - (625 + 1)x + 25 = 0$

Or, $25x^2 - 625x - x + 25 = 0$

$$\text{Or, } 25x(x - 25) - 1(x - 25) = 0$$

$$\text{Or, } (x - 25)(25x - 1) = 0$$

x को मान राख्दा,

$$(5^a - 25)(25 \times 5^a - 1) = 0$$

Either,

$$(5^a - 25) = 0$$

$$\text{Or, } 5^a = 25$$

$$\text{Or, } 5^a = 5^2$$

$$\therefore a = 2$$

$$\text{or, } (25 \times 5^a - 1) = 0$$

$$\text{or, } 25 \times 5^a = 1$$

$$\text{or, } 5^a = \frac{1}{25}$$

$$\text{or, } 5^a = \frac{1}{5^2}$$

$$\text{or, } 5^a = 5^{-2}$$

$$\therefore a = -2$$

$$\therefore a = 2 \text{ or } -2$$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

$$(a) \quad 2^x + \frac{1}{2^x} = 2\frac{1}{2}$$

$$(b) \quad 2^x + \frac{16}{2^x} = 10$$

$$(c) \quad 3^x + \frac{9}{3^x} = 10$$

$$(d) \quad 4^x + \frac{64}{4^x} = 20$$

$$(e) \quad 4^x + \frac{1}{4^x} = 16\frac{1}{16}$$

$$(f) \quad 3^x + \frac{1}{3^x} = 9\frac{1}{9}$$

$$(g) \quad 5^{x-1} + 5^{-x} = 1\frac{1}{5}$$

$$(h) \quad 5^{1-x} + 5^{x-1} = \frac{26}{5}$$

$$(i) \quad 5^{a+1} + 5^{2-a} = 126$$

$$(j) \quad 2^{a-2} + 2^{3-a} = 3$$

उत्तरहरू

$$(a) 1, -1 \quad (b) 1, 3 \quad (c) 2, 0 \quad (d) 1, 2$$

$$(e) 2, -2 \quad (f) 2, -2 \quad (g) 1, 0 \quad (h) 1, 2$$

$$(i) -1, 2 \quad (j) 3, 2$$

नमूना 3 :

हल गर्नुहोस् (Solve) : $5 \cdot 4^{x+1} - 16^x = 64$

समाधान :

यहाँ, $5 \cdot 4^{x+1} - 16^x = 64$

or, $5 \cdot 4^x \cdot 4 - (4^2)^x = 64$

or, $20 \cdot 4^x - (4^x)^2 = 64$

मानौं $4^x = a$

$\therefore 20a - a^2 = 64$

or, $a^2 - 20a + 64 = 0$

or, $a^2 - 16a - 4a + 64 = 0$

or, $a(a - 16) - 4(a - 16) = 0$

or, $(a - 16)(a - 4) = 0$

a को मान राख्दा,

$(4^x - 16)(4^x - 4) = 0$

Either,

$(4^x - 16) = 0$

Or, $4^x = 16$

Or, $4^x = 4^2$

$\therefore x = 2$

Or,

$4^x - 4 = 0$

Or, $4^x = 4$

Or, $4^x = 4^1$

$\therefore x = 1$

$\therefore x = 1 \text{ or } 2$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

(a) $4^x - 6 \cdot 2^{x+1} + 32 = 0$

(b) $9^a - 10 \times 3^a + 9 = 0$

(c) $3^{a+3} + \frac{1}{3^a} = 28$

(d) $10 \cdot 3^{x+2} = 9 + 9^{x+2}$

(e) $4^{x+1} - 9 \cdot 2^{x+2} + 32 = 0$

(f) $25^x - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$

(g) $16^v - 5 \cdot 4^{v+1} + 64 = 0$

(h) $4 \cdot 3^{x+1} - 9^x = 27$

(i) $4^x + 128 = 6 \cdot 2^{x+2}$

(j) $4^x + 128 = 3 \cdot 2^{x+3}$

उत्तरहरू

- a) 2, 3 b) 0, 2 c) 0, -3 d) 0, -2 e) 3, 0
f) 1, 2 g) 1, 2 h) 1, 2 i) 3, 4 j) 3, 4

नमुना 4 :

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

$$\frac{1}{1+a^{x-y}+a^{z-y}} + \frac{1}{1+a^{y-z}+a^{x-z}} + \frac{1}{1+a^{z-x}+a^{y-x}}$$

समाधान :

$$\begin{aligned} \text{यहाँ, } & \frac{1}{1+a^{x-y}+a^{z-y}} + \frac{1}{1+a^{y-z}+a^{x-z}} + \frac{1}{1+a^{z-x}+a^{y-x}} \\ &= \frac{1}{1+\frac{a^x}{a^y}+\frac{a^z}{a^y}} + \frac{1}{1+\frac{a^y}{a^z}+\frac{a^x}{a^z}} + \frac{1}{1+\frac{a^z}{a^x}+\frac{a^y}{a^x}} \\ &= \frac{1}{\frac{a^y+a^x+a^z}{a^y}} + \frac{1}{\frac{a^z+a^y+a^x}{a^z}} + \frac{1}{\frac{a^x+a^z+a^y}{a^x}} \\ &= \frac{a^y}{a^y+a^x+a^z} + \frac{a^z}{a^z+a^y+a^x} + \frac{a^x}{a^x+a^z+a^y} \\ &= \frac{a^y}{a^y+a^z+a^x} + \frac{a^z}{a^y+a^z+a^x} + \frac{a^x}{a^y+a^z+a^x} \\ &= \frac{a^y+a^z+a^x}{a^y+a^z+a^x} \\ &= 1 \end{aligned}$$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- (a) $\frac{1}{1+x^{b-a}+x^{c-a}} + \frac{1}{1+x^{c-b}+x^{a-b}} + \frac{1}{1+x^{a-c}+x^{b-c}}$
(b) $\frac{1}{1+x^{l-m}+x^{l-n}} + \frac{1}{1+x^{m-n}+x^{m-l}} + \frac{1}{1+x^{n-l}+x^{n-m}}$
(c) $\frac{1}{1+a^{x-y}+a^{x-z}} + \frac{1}{1+a^{y-x}+a^{y-z}} + \frac{1}{1+a^{z-x}+a^{z-y}}$
(d) $\frac{1}{1+m^{a-b}+m^{a-c}} + \frac{1}{1+m^{b-c}+m^{b-a}} + \frac{1}{1+m^{c-a}+m^{c-b}}$
(e) $\frac{1}{1+m^{p-q}+m^{r-q}} + \frac{1}{1+m^{q-r}+m^{p-r}} + \frac{1}{1+m^{r-p}+m^{q-p}}$
(f) $\frac{1}{1+x^{a-b}+x^{c-b}} + \frac{1}{1+x^{b-c}+x^{a-c}} + \frac{1}{1+x^{c-a}+x^{b-a}}$
(g) $\frac{1}{1+x^{p-q}+x^{r-q}} + \frac{1}{1+x^{q-r}+x^{p-r}} + \frac{1}{1+x^{r-p}+x^{q-p}}$
(h) $\frac{1}{1+x^{a-b}+x^{a-c}} + \frac{1}{1+x^{b-c}+x^{b-a}} + \frac{1}{1+x^{c-a}+x^{c-b}}$

उत्तरहरू

- a) 1 b) 1 c) 1 d) 1 e) 1 f) 1 g) 1 h) 1

नमूना 5 :

$$\begin{aligned}
 & \frac{a^2}{(x-a)^n} + \frac{2a}{(x-a)^{n-1}} + \frac{1}{(x-a)^{n-2}} \\
 &= \frac{a^2}{(x-a)^n} + \frac{2a}{(x-a)^n} + \frac{1}{(x-a)^n} \\
 &= \frac{a^2}{(x-a)^n} + \frac{2a(x-a)}{(x-a)^n} + \frac{(x-a)^2}{(x-a)^n} \\
 &= \frac{a^2 + 2a(x-a) + (x-a)^2}{(x-a)^n} \\
 &= \frac{(a+x-a)^2}{(x-a)^n} \\
 &= \frac{x^2}{(x-a)^n}
 \end{aligned}$$

4. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- $\frac{p^2}{(p-y)^y} - \frac{2p}{(p-y)^{y-1}} + \frac{1}{(p-y)^{y-2}}$
- $\frac{p^2}{(y-p)^y} - \frac{2p}{(y-p)^{y-1}} + \frac{1}{(y-p)^{y-2}}$
- $\frac{m^2}{(n-m)^n} - \frac{2m}{(n-m)^{n-1}} + \frac{1}{(n-m)^{n-2}}$

उत्तरहरू

- $\frac{y^2}{(p-y)^y}$
- $\frac{(2p-y)^2}{(y-p)^y}$
- $\frac{(2m-n)^2}{(n-m)^n}$

नमूना 6 :

यदि $abc = 1$ भए, प्रमाणित गर्नुहोस् :

$$\text{If } abc = 1, \text{ prove that: } \frac{1}{1+a+b^{-1}} + \frac{1}{1+b+c^{-1}} + \frac{1}{1+c+a^{-1}} = 1$$

समाधान :

यहाँ, $abc = 1$

$$\text{Or, } bc = \frac{1}{a} \text{ and } a = \frac{1}{bc}$$

$$\begin{aligned}
 \text{L.H.S.} &= \frac{1}{1+\frac{1}{bc}+\frac{1}{b}} + \frac{1}{1+b+\frac{1}{c}} + \frac{1}{1+c+bc} \\
 &= \frac{bc}{bc+1+c} + \frac{c}{c+bc+1} + \frac{1}{1+c+bc} \\
 &= \frac{bc+c+1}{bc+c+1} \\
 &= 1 \\
 &= \text{R.H.S.}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}$$

5. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

(a) यदि $pqr = 1$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् ।

$$\text{If } pqr = 1 \text{ show that } \frac{1}{1+p+q^{-1}} + \frac{1}{1+q+r^{-1}} + \frac{1}{1+r+p^{-1}} = 1$$

(b) यदि $a + b + c = 0$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् ।

$$\text{If } a + b + c = 0 \text{ then prove that, } \frac{1}{1+x^a+x^{-b}} + \frac{1}{1+x^b+x^{-c}} + \frac{1}{1+x^c+x^{-a}} = 1$$

(c) यदि $m + n + r = 0$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् ।

$$\text{If } m + n + r = 0 \text{ then prove that, } \frac{1}{1+x^m+x^{-n}} + \frac{1}{1+x^n+x^{-r}} + \frac{1}{1+x^r+x^{-m}} = 1$$

(d) यदि $p+q+r=0$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् : If $p+q+r=0$, then prove that:

$$\frac{1}{1+x^p+x^{-q}} + \frac{1}{1+x^q+x^{-r}} + \frac{1}{1+x^r+x^{-p}} = 1$$

नमुना 7 :

सरल गर्नुहोस् (Simplify) : $\left(\frac{x^{a+b}}{x}\right)^{a-b} \times \left(\frac{x^{b+c}}{x}\right)^{b-c} \times \left(\frac{x^{c+a}}{x}\right)^{c-a}$

समाधान :

$$\begin{aligned} \text{यहाँ, } & \left(\frac{x^{a+b}}{x}\right)^{a-b} \times \left(\frac{x^{b+c}}{x}\right)^{b-c} \times \left(\frac{x^{c+a}}{x}\right)^{c-a} \\ &= \left(\frac{x^{(a+b)(a-b)}}{x^{(a-b)}}\right) \times \left(\frac{x^{(b+c)(b-c)}}{x^{(b-c)}}\right) \times \left(\frac{x^{(c+a)(c-a)}}{x^{(c-a)}}\right) \\ &= \left(\frac{x^{a^2-b^2}}{x^{a-b}}\right) \times \left(\frac{x^{b^2-c^2}}{x^{b-c}}\right) \times \left(\frac{x^{c^2-a^2}}{x^{c-a}}\right) \\ &= \frac{x^{a^2-b^2+b^2-c^2+c^2-a^2}}{x^{a-b+b-c+c-a}} \\ &= \frac{x^0}{x^0} \\ &= 1 \end{aligned}$$

6. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

$$(a) \left(\frac{x^{l+m}}{x^{l-m}}\right)^{n-l} \times \left(\frac{x^{m+n}}{x^{m-n}}\right)^{l-m} \times \left(\frac{x^{n+l}}{x^{n-l}}\right)^{m-n}$$

$$(b) \left(\frac{x^{a^2+b^2}}{x^{ab}}\right)^{a+b} \times \left(\frac{x^{b^2+c^2}}{x^{bc}}\right)^{b+c} \times \left(\frac{x^{c^2+a^2}}{x^{ca}}\right)^{c+a}$$

$$(c) \left(\frac{x^{a^2+b^2}}{x^{ab}}\right)^{a-b} \times \left(\frac{x^{b^2+c^2}}{x^{bc}}\right)^{b-c} \times \left(\frac{x^{c^2+a^2}}{x^{ca}}\right)^{c-a}$$

- (d) $\left(\frac{x^{a+b}}{x^c}\right)^{a-b} \times \left(\frac{x^{b+c}}{x^a}\right)^{b-c} \times \left(\frac{x^{c+a}}{x^b}\right)^{c-a}$
- (e) $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c^2+ca+a^2}$
- (f) $\left(\frac{x^{a+b}}{x^{a-b}}\right)^{c-a} \times \left(\frac{x^{b+c}}{x^{b-c}}\right)^{a-b} \times \left(\frac{x^{c+a}}{x^{c-a}}\right)^{b-c}$
- (g) $\left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c-a} \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a-b} \times \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b-c}$
- (h) $\left(\frac{x^a}{x^{-b}}\right)^{a-b} \times \left(\frac{x^b}{x^{-c}}\right)^{b-c} \times \left(\frac{x^c}{x^{-a}}\right)^{c-a}$
- (i) $\left(\frac{a^x}{a^y}\right)^{x+y} \times \left(\frac{a^y}{a^z}\right)^{y+z} \div (a^x \times a^z)^{x-z}$
- (j) $\frac{(x^{a+b})^2 \cdot (x^{b+c})^2 \cdot (x^{c+a})^2}{(x^a x^b x^c)^4}$
- (k) $\left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\overline{bc}} \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\overline{ca}} \times \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\overline{ab}}$
- (l) $(x^{a+b} y^c)^{a-b} (x^{b+c} y^a)^{b-c} (x^{c+a} y^b)^{c-a}$
- (m) $(x^a \cdot x^b \div x^c)^{a-b} \cdot (x^b \div x^{-c} \cdot x^a)^{b-c} \cdot (x^a \cdot x^{-b} \cdot x^c)^{c-a}$

उत्तरहरू

- a) 1 b) $x^{2(a^3+b^3+c^3)}$ c) 1 d) 1 e) 1 f) 1 g) 1
h) 1 i) 1 j) 1 k) 1 l) 1 m) 1

6: अभ्यासका लागि थप प्रश्नहरू

उच्च दक्षताका प्रश्नहरू (Challenging Problems)

सरल गर : (Simplify)

- (a) $\frac{\left(x^2 - \frac{1}{y^2}\right)^x \left(x - \frac{1}{y}\right)^{y-x}}{\left(y^2 - \frac{1}{x^2}\right)^y \left(y + \frac{1}{x}\right)^{x-y}}$
- (b) $\frac{\left(a + \frac{1}{b}\right)^{a+b} \left(b - \frac{1}{a}\right)^{a+b}}{\left(b^2 - \frac{1}{a^2}\right)^b \left(a^2 - \frac{1}{b^2}\right)^a}$
- (c) $\frac{\left(y + \frac{1}{x}\right)^{x+y} \left(x - \frac{1}{y}\right)^{x+y}}{\left(x^2 - \frac{1}{y^2}\right)^x \left(y^2 - \frac{1}{x^2}\right)^y}$
- (d) $\frac{\left(1 - \frac{b}{a}\right)^{\frac{b}{a-b}} \left(1 + \frac{a}{b}\right)^{\frac{a}{a-b}}}{\left(\frac{a}{b} - 1\right)^{\frac{b}{a-b}} \left(\frac{b}{a} + 1\right)^{\frac{a}{a-b}}}$

$$(e) \frac{\left(1 + \frac{x}{y}\right)^{\frac{x}{x-y}} \left(1 - \frac{y}{x}\right)^{\frac{y}{x-y}}}{\left(\frac{y}{x} + 1\right)^{\frac{x}{x-y}} \left(\frac{x}{y} - 1\right)^{\frac{y}{x-y}}}$$

$$(f) \frac{\left(1 + \frac{p}{q}\right)^{\frac{p}{p-q}} \left(1 - \frac{q}{p}\right)^{\frac{q}{p-q}}}{\left(\frac{q}{p} + 1\right)^{\frac{p}{p-q}} \left(\frac{p}{q} - 1\right)^{\frac{q}{p-q}}}$$

उत्तरहरू

$$(a) \left(\frac{x}{y}\right)^{x+y}$$

$$(b) \left(\frac{a}{b}\right)^{a-b}$$

$$(c) \left(\frac{y}{x}\right)^{x-y}$$

$$(d) \frac{a}{b}$$

$$(e) \frac{x}{y}$$

$$(f) \frac{p}{q}$$

4.4 मूल र सर्दहरू (Root and Surds)

1. परिचय

सर्दहरू विभिन्न प्रकारका हुन्छन्। अन्य अनुपातिक सङ्ख्याहरू गुणन खण्डका रूपमा नभएको सर्दलाई शुद्ध सर्द (pure surd) भनिन्छ। यस्तै rational सङ्ख्या र surd को संयुक्त रूपमा भएको सङ्ख्यालाई मिश्रित सर्द भनिन्छ।

यस पाठमा अनुपातिक सङ्ख्याका साथसाथै आनुपातिक सङ्ख्या (irrational number) सँग सम्बन्धित समस्या समाधान गर्ने विधि प्रयोग गरिन्छ। यस पाठभित्र अनुपातिक सङ्ख्याको जोड, गुणनका साथै साधारण मूल समीकरणका समस्याहरू राखिएका छन्। साधारण वा rational सङ्ख्याको समस्या समाधान गर्ने तरिका irrational को हिसाब हल गर्ने तरिकाबीच तालमेल ल्याउन खोजिएको छ।

यस पाठबाट परीक्षामा छोटो उत्तर आउने ज्ञान, बोध र सिपमूलक एक एक ओटा 2 – 2 अङ्को प्रश्न सोध्ने गरिन्छ।

2. सर्दहरू (Surds) का सूत्रहरू

1. x को वर्गमूल $+\sqrt{x}$ हुन्छ। (The square root of x is $+\sqrt{x}$.)

2. यदि $x = 0$ भए $\sqrt{x} = 0$ हुन्छ (If $x = 0$ then $\sqrt{x} = 0$).

3. $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$

वर्ग समीकरणको साधारण रूप (General form of Quadratic Equation) $ax^2 + bx + c = 0$

वर्ग समीकरणको मूलहरू (Roots of Quadratic Equations) $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

3. विशेष ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू

- 3.1 अनुपातिक तथा आनुपातिक सङ्ख्याबिचको अन्तर सम्बन्ध स्पष्ट गर्ने।
- 3.2 आनुपातिक सङ्ख्या (irrational number) को वर्गीकरण गर्ने।
- 3.3 सर्दसँग सम्बन्धित सङ्ख्याका साधारण मूल समीकरण हल गर्ने।
- 3.4 दिएको अभिव्यञ्जकलाई हर तथा अंशमा हरको अनुबद्ध (conjugate) ले गुणन गरेर हरलाई अनुपातिक सङ्ख्या (rational) बनाउन सकिन्छ।

- 3.5 यदि दिएको भिन्न सर्ज हो भने त्यही भिन्नहरूको हरमा भएको सर्ज वा त्यसको अनुबद्धले त्यस भिन्नको हर र अंशलाई गुणन गरेर हरको सर्ज हटाउने प्रक्रियालाई अनुपातिक गर्ने भनिन्छ ।
- 3.6 समीकरण लेखिएका चार्टहरू प्रदर्शन गरी चल राशिको मान पत्ता लगाउन सकिन्छ ।
- 3.7 अनुपातिक र अनानुपातिक सङ्ख्याहरूबिचको अन्तर सम्बन्ध पत्ता लगाई अनुपातिक र अनानुपातिक सङ्ख्याहरूको धारणा स्पष्ट बनाउने ।

नोट : अनानुपातिक सङ्ख्यालाई सर्ज (surd) पनि भनिन्छ । a^n मा n लाई सर्जको डिग्री (order) पनि भनिन्छ भने a लाई मुलक (radicand) भनिन्छ जहाँ a धनात्मक अनुपातिक सङ्ख्या हो ।

4. नमुना प्रश्नोत्तर तथा अभ्यास

4.1 छोटो उत्तर आउने प्रश्न सम्बन्धी अभ्यास

नमुना 1 :

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

$$3\sqrt{2} + \sqrt[4]{2500} + \sqrt[4]{64} + 6\sqrt{8}$$

समाधान :

यहाँ,

$$\begin{aligned} & 3\sqrt{2} + \sqrt[4]{2500} + \sqrt[4]{64} + 6\sqrt{8} \\ &= 3\sqrt{2} + \sqrt[4]{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} + \sqrt[4]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} + 6\sqrt{2 \times 2 \times 2} \\ &= 3\sqrt{2} + 5 \times \sqrt[4]{2 \times 2} + 2\sqrt[4]{2 \times 2} + 6 \times 2\sqrt{2} \\ &= (3 + 12)\sqrt{2} + (5 + 2) \times \sqrt[4]{2 \times 2} \\ &= 15\sqrt{2} + 7\sqrt[4]{2 \times 2} \\ &= 15\sqrt{2} + 7 \times (2)^{2 \times \frac{1}{4}} \\ &= 15\sqrt{2} + 7 \times (2)^{\frac{1}{2}} \\ &= 15\sqrt{2} + 7\sqrt{2} \\ &= 22\sqrt{2} \end{aligned}$$

1. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

- $\sqrt{27} + \sqrt{75} - 8\sqrt{3}$
- $\sqrt{50} + \sqrt{18} - 8\sqrt{2}$
- $\sqrt{200} + 3\sqrt{32} + 2\sqrt{72}$

$$4. \sqrt[3]{128} + 2\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{250}$$

$$5. \sqrt[3]{16a^3} + \sqrt[3]{154a^3} - \sqrt[3]{250a^3}$$

$$6. \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{192} - \sqrt[3]{375} - \sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{3}$$

उत्तरहरू

$$1. 0 \quad 2. 0 \quad 3. 34\sqrt{2} \quad 4. 0 \quad 5. 0 \quad 6. \sqrt[3]{2}$$

नमुना 2 :

$$\text{सरल गर्नुहोस् (Simplify) : } \sqrt[4]{12xy^4} \times \sqrt[4]{2x^3y^9z^7}$$

$$= \sqrt[4]{12xy^4 \times 2x^3y^9z^7}$$

$$= \sqrt[4]{2 \times 2 \times 2 \times 3x^{1+3}y^{4+9}z^7}$$

$$= \sqrt[4]{24x^4y^{13}z^7}$$

$$= \sqrt[4]{24x^4y^4y^4y^4yz^4z^3}$$

$$= xy^3yz^4\sqrt[4]{24yz^3}$$

$$= xy^3z^4\sqrt[4]{24yz^3}$$

2. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू:

सरल गर्नुहोस् (Simplify) :

$$1. \sqrt{5} \times \sqrt{10} \times \sqrt{2}$$

$$2. 5\sqrt{2x} \times \sqrt{8x^3} \times 2\sqrt{3x^5}$$

$$3. \sqrt{30ab^5} \times \sqrt{3a^2b}$$

$$4. 2\sqrt{6x^5} \times \sqrt{3x} \times 5\sqrt{20x^3}$$

$$5. \sqrt[3]{4xy^2} \times \sqrt[3]{4xy^4}$$

उत्तरहरू

$$1. 10 \quad 2. 40x^4\sqrt{3x} \quad 3. 3ab^3\sqrt{10a} \quad 4. 60x^4\sqrt{10x} \quad 5. 2y^2\sqrt[3]{2x^2}$$

नमुना 3 :

$$\text{सरल गर्नुहोस् (Simplify) : } \frac{5\sqrt{54} - \sqrt{24} + 7\sqrt{216}}{53\sqrt{24}}$$

समाधान :

$$\begin{aligned}
& \text{यहाँ, } \frac{5\sqrt{54} - \sqrt{24} + 7\sqrt{216}}{53\sqrt{24}} \\
&= \frac{5\sqrt{2 \times 3 \times 3 \times 3} - \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 3} + 7\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3}}{53\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 3}} \\
&= \frac{5 \times 3\sqrt{2 \times 3} - 2\sqrt{2 \times 3} + 7 \times 2 \times 2 \times 3\sqrt{2 \times 3}}{53 \times 2\sqrt{2 \times 3}} \\
&= \frac{15\sqrt{6} - 2\sqrt{6} + 84\sqrt{6}}{106\sqrt{6}} \\
&= \frac{(15 - 2 + 84)\sqrt{6}}{106\sqrt{6}} \\
&= \frac{97}{106}
\end{aligned}$$

3. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

1. $\frac{\sqrt[3]{128} - \sqrt[3]{16}}{2\sqrt[3]{2}}$
2. $\frac{5\sqrt{18} - \sqrt{32} + 7\sqrt{50}}{23\sqrt{8}}$
3. $\frac{5\sqrt{27} - \sqrt{12} + 7\sqrt{75}}{8\sqrt{108}}$
4. $4\sqrt{2a^2} - \frac{1}{\sqrt{8a^2}} + \sqrt{32a^2}$
5. $\frac{\sqrt{45x^4} - \sqrt{80x^4} + 6x^2\sqrt{5}}{5\sqrt{5x^4}}$
6. $\frac{x\sqrt{8x^3a} + \sqrt{18x^5a} - x^2\sqrt{32xa}}{x^2\sqrt{2ax}}$
7. $\frac{2\sqrt[3]{192} - 4\sqrt[3]{81} + 3\sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{648} - \sqrt[3]{375}}$

उत्तरहरू

1. 1 2. 2 3. 3 4. $\frac{\sqrt{2}(32a^2 - 1)}{4a}$ 5. 1 6. 1 7. 2

नमूना 4 :

सरल गर्नुहोस् (Simplify) : $\frac{3\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$

समाधान :

$$\begin{aligned} \text{यहाँ, } & \frac{3\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \\ &= \frac{3\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \\ &= \frac{3 \times 5 + 3\sqrt{15} + \sqrt{15} + 3}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{15 + 4\sqrt{15} + 3}{5 - 3} \\ &= \frac{18 + 4\sqrt{15}}{2} \\ &= \frac{2(9 + 2\sqrt{15})}{2} \end{aligned}$$

$$= \text{Error! Bookmark not defined. } 9 + 2\sqrt{15}$$

4. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

1. $\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$
2. $\frac{2\sqrt{7} + 3\sqrt{5}}{\sqrt{7} - 2\sqrt{5}}$

उत्तरहरू

1. $\sqrt{6} - 1$
2. $\frac{16 + \sqrt{35}}{3}$

4.2. लामो उत्तर आउने प्रश्न सम्बन्धी अभ्यास

नमुना 1 :

सरल गर्नुहोस् (Simplify) : $\sqrt[1/ab]{\frac{x^{1/a}}{x^{1/b}}} \times \sqrt[1/bc]{\frac{x^{1/b}}{x^{1/c}}} \times \sqrt[1/ca]{\frac{x^{1/c}}{x^{1/a}}}$

समाधान :

$$\begin{aligned} \text{यहाँ, } & \sqrt[1/ab]{\frac{x^{1/a}}{x^{1/b}}} \times \sqrt[1/bc]{\frac{x^{1/b}}{x^{1/c}}} \times \sqrt[1/ca]{\frac{x^{1/c}}{x^{1/a}}} \\ &= \frac{(x^{1/a})^{ab}}{(x^{1/b})^{ab}} \times \frac{(x^{1/b})^{bc}}{(x^{1/c})^{bc}} \times \frac{(x^{1/c})^{ca}}{(x^{1/a})^{ca}} \\ &= \frac{(x^b)}{(x^a)} \times \frac{(x^c)}{(x^b)} \times \frac{(x^a)}{(x^c)} \\ &= \frac{x^b}{x^a} \times \frac{x^c}{x^b} \times \frac{x^a}{x^c} \\ &= \frac{x^{b+c+a}}{x^{a+b+c}} \\ &= 1 \end{aligned}$$

1. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

(a) $\sqrt[ab]{\frac{x^{\frac{a}{b}}}{x^{\frac{b}{a}}}} \times \sqrt[bc]{\frac{x^{\frac{b}{c}}}{x^{\frac{c}{b}}}} \times \sqrt[ca]{\frac{x^{\frac{c}{a}}}{x^{\frac{a}{c}}}}$

(b) $\sqrt[xy]{\frac{x^y}{a^{\frac{y}{x}}}} \times \sqrt[yz]{\frac{y^z}{a^{\frac{z}{y}}}} \times \sqrt[zx]{\frac{z^x}{a^{\frac{x}{z}}}}$

(c) $\sqrt[xy]{\frac{a^x}{a^y}} \cdot \sqrt[yz]{\frac{a^y}{a^z}} \cdot \sqrt[zx]{\frac{a^z}{a^x}}$

(d) $\sqrt[y^2z^2]{\frac{a^{y^2/z^2}}{a^{z^2/y^2}}} \times \sqrt[z^2x^2]{\frac{a^{z^2/x^2}}{a^{x^2/z^2}}} \times \sqrt[x^2y^2]{\frac{a^{x^2/y^2}}{a^{y^2/x^2}}}$

(e) $\sqrt[b^2c^2]{\frac{m^{b^2/c^2}}{m^{c^2/b^2}}} \times \sqrt[c^2a^2]{\frac{m^{c^2/a^2}}{m^{a^2/c^2}}} \times \sqrt[a^2b^2]{\frac{m^{a^2/b^2}}{m^{b^2/a^2}}}$

(f) $\sqrt[c-a]{\frac{a^{a+b}}{a^{a-b}}} \times \sqrt[a-b]{\frac{a^{b+c}}{a^{b-c}}} \times \sqrt[b-c]{\frac{a^{c+a}}{a^{c-a}}}$

(g) $\sqrt[b+c]{\frac{x^{b^2}}{x^{c^2}}} \times \sqrt[c+a]{\frac{x^{c^2}}{x^{a^2}}} \times \sqrt[a+b]{\frac{x^{a^2}}{x^{b^2}}}$

$$(h) \sqrt[xy]{\frac{a^x}{a^{\frac{1}{y}}}} \times \sqrt[yz]{\frac{a^y}{a^{\frac{1}{z}}}} \times \sqrt[za]{\frac{a^z}{a^{\frac{1}{a}}}}$$

$$(i) \sqrt[ab]{\frac{x^{a/b}}{x^{b/a}}} \times \sqrt[bc]{\frac{x^{b/c}}{x^{c/b}}} \times \sqrt[ca]{\frac{x^{c/a}}{x^{a/c}}}$$

$$(j) \sqrt[mn]{\frac{x^{m/n}}{x^{n/m}}} \times \sqrt[np]{\frac{x^{n/p}}{x^{p/n}}} \times \sqrt[pm]{\frac{x^{p/m}}{x^{m/p}}}$$

उत्तरहरू

a) 1 b) 1 c) 1 d) 1 e) 1 f) 1 g) 1 h) 1 i) 1 j) 1

नमुना 2 :

हल गर्नुहोस् (Solve) : $\frac{5x-4}{\sqrt{5x+2}} = 4 - \frac{\sqrt{5x-3}}{2}$

समाधान :

यहाँ, $\frac{5x-4}{\sqrt{5x+2}} = 4 - \frac{\sqrt{5x-3}}{2}$

or, $\frac{\sqrt{(5x)^2 - 2^2}}{\sqrt{5x+2}} = \frac{8 - (\sqrt{5x-3})}{2}$

or, $\frac{(\sqrt{5x+2})(\sqrt{5x-2})}{\sqrt{5x+2}} = \frac{8 - \sqrt{5x-3}}{2}$

or, $\frac{(\sqrt{5x-2})}{1} = \frac{5 - \sqrt{5x}}{2}$

or, $2\sqrt{5x-2} - 4 = 5 - \sqrt{5x}$

or, $2\sqrt{5x} + \sqrt{5x} = 5 + 4$

or, $3\sqrt{5x} = 9$

or, $\sqrt{5x} = 3$

or, $(\sqrt{5x})^2 = (3)^2$

or, $5x = 9$

$\therefore x = \frac{9}{5}$

2. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

(a) $\frac{5x-4}{\sqrt{5x+2}} = 2 - \frac{\sqrt{5x-2}}{2}$

(c) $\frac{6x-49}{7+\sqrt{6x}} = 6 - \frac{4\sqrt{6x-3}}{3}$

(e) $\frac{5x-9}{3+\sqrt{5x}} = 1 + \frac{\sqrt{5x-3}}{2}$

(b) $\frac{7x-36}{6+\sqrt{7x}} = 9 - \frac{5\sqrt{7x-11}}{3}$

(d) $\frac{5y-4}{\sqrt{5y}-2} = 2 - \frac{\sqrt{5y-3}}{2}$

(f) $\frac{3x-4}{\sqrt{3x+2}} = 2 + \frac{\sqrt{3x-2}}{2}$

$$(g) \frac{5y-4}{\sqrt{5y}+2} = 2 + \frac{\sqrt{5y}-3}{2}$$

$$(h) \frac{x-4}{2+\sqrt{x}} = 2 + \frac{\sqrt{x}-2}{2}$$

उत्तरहरू

$$(a) \frac{4}{5}$$

$$(b) 7$$

$$(c) 6$$

$$(d) \frac{1}{5}$$

$$(e) 5$$

$$(f) 12$$

$$(g) 5$$

$$(h) 36$$

पाठ : 4.5 युगपत रेखीय समीकरण र वर्ग समीकरण सम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू (Verbal Problems of Simultaneous Equation and Quadratic Equation)

1. परिचय

हाम्रो दैनिक जीवनमा एउटा परिमाणलाई अर्को परिमाणसँग दाँजेर हेर्ने गरिन्छ, जस्तै : दुई जना व्यक्तिको उमेर भिन्नता, कामदारहरूको कार्यक्षमता अनुरूप ज्यालादर कायम गर्ने आदि छन्। यस्ता खालका समस्या समाधान गर्न समस्यालाई समीकरणमा व्यक्त गरिन्छ। यस्ता दुई चलयुक्त युगपत रेखीय समीकरणलाई विभिन्न तरिका (हटाउने वा प्रतिस्थापन विधि) बाट समाधान गराउने अभ्यास गरिन्छ।

यस पाठबाट सिप सम्बन्धी एउटा छोटो उत्तर आउने अङ्क 2 को प्रश्न र लामो उत्तर आउने 4 अङ्कको एउटा समस्या समाधान मुलक प्रश्न सोधिने गरिन्छ।

2. विशेष ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू

- सबैभन्दा पहिले दिइएको प्रश्नलाई राम्रोसँग पढी नभएको राशिलाई x, y, z आदिले जनाउने।
- समस्यामा दिइएको भनाइहरूलाई गणितीय वाक्यमा लेख्ने।
- प्राप्त समीकरणलाई हटाउने विधि, प्रतिस्थापन विधि र लेखाचित्र विधिमध्ये कुनै एक विधि प्रयोग गरी समाधान गर्ने।
- दुई चलयुक्त युगपत रेखीय समीकरणको विभिन्न तरिकाबाट हल गरी सकेका छौं। यहाँ, दुई चलयुक्त समीकरणको प्रयोग गरेर व्यावहारिक समस्याको समाधान गर्न सकिन्छ।

3. आधारभूत जानकारी र सूत्रहरू

3.1 सङ्ख्याहरूका बारेमा जानकारी

1. अनुबर्ती सङ्ख्याहरू (consecutive numbers) : $x, x+1, x+2$
2. अनुबर्ती जोर सङ्ख्याहरू (Consecutive even numbers)
3. अनुबर्ती बिजोर सङ्ख्याहरू (Consecutive odd numbers)
4. x को व्युत्क्रमानुपाती $1/x$ हुन्छ (Reciprocal of x is $1/x$)

4. दुई अङ्कको सङ्ख्याहरूमा

y र x क्रमशः एक स्थान र दस स्थानमा भएको दुई अङ्कको सङ्ख्यालाई $10x+y$ ले जनाइन्छ र त्यसको विपरीत सङ्ख्यालाई $10y+x$ ले जनाइन्छ।

3.2 दुरी र वेगसँग सम्बन्धित समस्याहरू भएमा

- वेग वा गति (speed) = $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$
- दूरी = प्रवेग वा गति \times समय
- समय = $\frac{\text{दूरी}}{\text{वेग}}$

3.3 उमेरसँग सम्बन्धित प्रश्नहरू भएमा :

दुई जना व्यक्ति भएमा तिनीहरूको अहिलेको उमेर x वर्ष र y वर्ष लिने ।

' a ' वर्षपछिको उमेर $(x+a)$ वर्ष र $(y+a)$ वर्ष हुन्छ । त्यसै गरी ' a ' वर्षअघिको उमेर $(x-a)$ वर्ष र $(y-a)$ वर्ष लिनुपर्छ ।

3.4 वर्ग समीकरण (Quadratic Equation) :

वर्ग समीकरण $-ax^2+bx+c=0$ भए : x को मान $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

4. नमुना प्रश्नोत्तर तथा अभ्यास

4.1 छोटो उत्तर आउने प्रश्न सम्बन्धी अभ्यास

नमुना 1 :

यदि एउटा सङ्ख्याको वर्गबाट 3 घटाउँदा 6 बाँकी रहन्छ भने उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, उक्त सङ्ख्या x मानौं ।

तब, प्रश्नबाट,

$$x^2 - 3 = 6$$

$$\text{or, } x^2 = 6 + 3$$

$$\text{or, } x^2 = 9$$

$$\text{or, } x^2 = (\pm 3)^2$$

$$\therefore x = \pm 3$$

$$\therefore \text{उक्त सङ्ख्या } \pm 3$$

1. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- यदि एउटा सङ्ख्याको वर्गबाट 5 घटाउँदा 44 बाँकी रहन्छ भने उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा सङ्ख्याको वर्गबाट त्यही सङ्ख्याको 4 दोब्बर घटाउँदा 4 बाँकी रहन्छ भने उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा सङ्ख्याको 6 दोब्बरबाट त्यही सङ्ख्याको वर्ग घटाउँदा 9 हुन्छ भने उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
- यदि एउटा प्राकृतिक सङ्ख्याको वर्गको तेब्बरबाट 12 घटाउँदा परिणाम घटी हुन्छ भने सो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा सङ्ख्याको वर्ग र 23 को फरक 2 छ भने उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
- यदि एउटा धनात्मक सङ्ख्याको वर्गको दोब्बरबाट 17 घटाउँदा परिणाम 111 हुन्छ भने सो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

(g) एउटा सङ्ख्याको वर्ग र 81 को फरक शून्य छ भने उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तरहरू

(a) ± 7 (b) 2 (c) 3 (d) ± 4 (e) ± 5 (f) 8 (g) ± 9

नमुना 2 :

यदि एउटा सङ्ख्याको वर्गसँग 11 जोड्दा 47 हुन्छ भने उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, उक्त सङ्ख्या x मानौं ।

तब, प्रश्नबाट,

$$x^2 + 11 = 47$$

$$\text{or, } x^2 = 47 - 11$$

$$\text{or, } x^2 = 36$$

$$\text{or, } x^2 = (\pm 6)^2$$

$$\therefore x = \pm 6$$

\therefore उक्त सङ्ख्या ± 6 रहेछ ।

2. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- (a) यदि एउटा धनात्मक सङ्ख्याको वर्गमा 7 जोड्दा योगफल 71 हुन्छ भने सो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (b) यदि एउटा सङ्ख्याको वर्गमा 6 जोड्दा 31 हुन्छ भने सो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (c) एउटा सङ्ख्याको वर्गको दुई गुणामा 20 जोड्दा 52 हुन्छ भने उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (d) यदि एउटा सङ्ख्याको वर्गमा 3 जोड्दा योगफल 28 हुन्छ भने उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (e) एउटा त्यस्तो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् जसलाई त्यसैको वर्ग सङ्ख्यासँग जोड्दा 90 हुन्छ ?
- (f) यदि एउटा धनात्मक सङ्ख्याको वर्गको 7 गुणामा 10 जोड्दा योगफल 353 हुन्छ भने उक्त सङ्ख्या निकाल्नुहोस् ।
- (g) यदि एउटा प्राकृतिक सङ्ख्याको वर्गको दोब्बरमा 5 जोड्दा योगफल 23 हुन्छ भने सो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तरहरू

(a) 8 (b) +5 (c) 4 (d) +5 (e) 9, -10 (f) 7 (g) 3

नमुना 3 :

दुई सङ्ख्याहरूको योग 17 र अन्तर 3 भए ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, दुई सङ्ख्याहरू x र y मानौं ।

तब, प्रश्नबाट,

$$x + y = 17 \dots\dots\dots(i)$$

$$x - y = 3 \dots\dots\dots(ii)$$

समीकरण (i) र (ii) जोड्दा,

$$x + y = 17$$

$$x - y = 3$$

$$2x = 20$$

$$\therefore x = 10$$

x को मान समीकरण (ii) मा राख्दा,

$$10 - y = 3$$

$$\text{or, } 10 - 3 = y$$

$$\therefore y = 7$$

\therefore उक्त सङ्ख्याहरू 10 र 7 रहेछन् ।

3. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- दुई ओटा धनात्मक सङ्ख्याहरूको योगफल र अन्तर क्रमशः 15 र 5 भए ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा त्रिभुजका दुई ओटा कोणहरूको योगफल 90° र फरक 60° छ भने ती कोणहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा चतुर्भुजका विपरीत कोणहरूको योगफल 180° र फरक 32° छ भने ती कोणहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।
- दुई ओटा सङ्ख्याको योगफल 10 छ । तिनीहरूमध्ये पहिलोको 2 गुणासँग दोस्रोको 3 गुणा बराबर हुन्छ । ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।
- कुनै एउटा सङ्ख्या अर्को सङ्ख्याको दोब्बर छ । यदि तिनीहरूको योग 30 भए ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।
- A र B को उमेरको अन्तर 15 वर्ष छ । यदि A को उमेर B को उमेरको 4 गुणा छ भने तिनीहरूको उमेर कति होला पत्ता लगाउनुहोस् ।
- आमाको उमेरको $\frac{1}{6}$ भाग छोरीको उमेर छ । यदि तिनीहरूको उमेरको अन्तर 35 वर्ष भए आमाको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तरहरू

a. 10, 5 b. 750, 150 c. 1060, 740 d. 6, 4 e. 20, 10 f. 20, 5 g. 42yrs

नमुना 4 :

योगफल 45 हुने तिन ओटा लगातार आउने धनात्मक पूर्णाङ्कहरू (integers) पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, लगातार आउने धनात्मक पूर्णाङ्कहरू x , $x+1$ र $x+2$ मानौं ।

तब, प्रश्नबाट,

$$x + (x+1) + (x+2) = 45$$

$$\text{or, } 3x+3 = 45$$

$$\text{or, } 3x = 45-3$$

$$\text{or, } x = \frac{42}{3}$$

$$\therefore x = 14$$

$$\therefore x+1 = 14+1 = 15$$

$$\therefore x+2 = 14+2 = 16$$

\therefore लगातार आउने धनात्मक तिन ओटा पूर्णाङ्कहरू 14, 15 र 16 रहेछन् ।

4. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- (a) कुनै दुई ओटा क्रमागत सङ्ख्याहरूको गुणनफल 156 छ भने ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।
(b) कुनै दुई ओटा क्रमागत बिजोर सङ्ख्याहरूको गुणनफल 255 छ भने ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।
(c) कुनै दुई ओटा क्रमागत जोर सङ्ख्याहरूको गुणनफल 288 छ भने ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तरहरू

- a. 12, 13 b. 15, 17 c. 16, 18

नमुना 5 :

एउटा धनात्मक सङ्ख्या र त्यसको व्युत्क्रमको 16 गुणाको योगफल 8 हुन्छ भने उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, उक्त सङ्ख्या x मानौं ।

तब, प्रश्नबाट,

$$x + \frac{1}{x} \times 16 = 8$$

$$\text{or, } \frac{x^2 + 16}{x} = 8$$

$$\text{or, } x^2 + 16 = 8x$$

$$\text{or, } x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$\text{or, } x^2 - 4x - 4x + 16 = 0$$

$$\text{or, } x(x-4) - 4(x-4) = 0$$

$$\text{or, } (x-4)(x-4) = 0$$

$$\text{or, } (x-4)^2 = 0$$

$$\text{or, } (x-4) = 0$$

$$\therefore x = 4$$

\therefore उक्त सङ्ख्या 4 रहेछ ।

5. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- (a) एउटा सङ्ख्याको 25 गुणा र त्यही सङ्ख्याको व्युत्क्रमको अन्तर शून्य छ भने उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
(b) 2 : 3 को अनुपातमा भएका दुई ओटा धनात्मक सङ्ख्याहरूको गुणनफल 96 छ भने ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।
(c) एउटा सङ्ख्या त्यसैको व्युत्क्रमसँग बराबर हुन्छ भने उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
(d) एउटा सङ्ख्याको व्युत्क्रमको 4 गुणा त्यही सङ्ख्याको 9 गुणासँग बराबर हुन्छ भने उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तरहरू

- a. $\pm \frac{1}{5}$ b. 8, 12 c. ± 1 d. $\pm \frac{2}{3}$

लामो उत्तर आउने प्रश्न सम्बन्धी अभ्यास

4.6 युगपत रेखीय समीकरण (Simultaneous equation)

नमूना 1 :

दुई अङ्कको सङ्ख्यामा अङ्कहरूको योग 11 छ। उक्त सङ्ख्याको अङ्कलाई स्थान मान परिवर्तन गर्दा बन्ने सङ्ख्या सुरुको सङ्ख्याभन्दा 45 ले बढी हुन्छ भने सुरुको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस्।

समाधान :

यहाँ, दुई अङ्क क्रमशः x र y मानौं।

दुई अङ्कले बनेको सङ्ख्या $= 10x+y$.

अङ्कहरूको स्थानमान परिवर्तन गर्दा बन्ने सङ्ख्या $= 10y+x$.

तब, प्रश्नको पहिलो सर्तअनुसार,

$$x+y = 11$$

$$\text{or, } y = 11 - x \quad \text{(i)}$$

प्रश्नको दोस्रो सर्तअनुसार,

$$10y+x = (10x+y)+45$$

$$\text{or, } 10y+x-10x-y = 45$$

$$\text{or, } 9y - 9x = 45$$

$$\text{or, } 9(y-x) = 45$$

$$\text{or, } y-x = \frac{45}{9}$$

$$\text{or, } y-x = 5$$

$$\text{or, } (11-x)-x = 5 \quad \text{[समीकरण (1) बाट]}$$

$$\text{or, } 11-x-x = 5$$

$$\text{or, } 11-5 = 2x$$

$$\text{or, } \frac{6}{2} = x$$

$$\therefore x = 3$$

x को मान समीकरण (1) मा राख्दा,

$$y = 11 - 3$$

$$\therefore y = 8$$

$$\text{उक्त सङ्ख्या} = 10x + y$$

$$= 10 \times 3 + 8 = 38$$

\therefore उक्त सङ्ख्या 38 रहेछ।

1. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- दुई अङ्कहरू मिली बनेको एउटा सङ्ख्या छ। ती अङ्कहरूको योग फल 16 हुन्छ। त्यस सङ्ख्यामा 18 जोड्दा अङ्कहरूको स्थान बदलिन्छ भने सो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस्।
- दुई अङ्कको कुनै सङ्ख्या त्यसका अङ्कहरूको योग फलको तिन गुणा छ। यदि सो सङ्ख्यामा 45 जोड्ने हो भने अङ्कहरूको स्थान बदलिन्छ भने सुरुको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस्।
- दुई अङ्कको सङ्ख्या त्यसका अङ्कहरूको योगको 6 गुणा छ। त्यो सङ्ख्याबाट 9 घटायो भने त्यसका अङ्कहरू उल्टिन्छन्। त्यो सङ्ख्या कति होला ?

- (d) दुई अङ्कको एउटा सङ्ख्या त्यसका अङ्कहरूको योगको चार गुणा छ । यदि त्यो सङ्ख्यामा 18 जोडियो भने त्यो सङ्ख्याको विपरीत सङ्ख्या बन्छ, त्यो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (e) दुई अङ्कको कुनै सङ्ख्या यसका अङ्कहरूको योग फलको चार दोब्बरभन्दा 3 ले बढी छ । त्यो सङ्ख्यामा 36 जोडियो भने अङ्कहरूको स्थान बदलिन्छ भने त्यो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (f) दुई अङ्कको एउटा सङ्ख्या ती अङ्कहरूको योगको तिन दोब्बर छ । ती अङ्कहरूलाई उल्टाएर आएको सङ्ख्यामा 9 जोड्दा बन्ने सङ्ख्या पहिलेको सङ्ख्याको 3 दोब्बर हुन्छ । त्यो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (g) एउटा सङ्ख्या जुन 10 र 100 का बिचमा पर्छ । सो सङ्ख्या त्यसका अङ्कहरूको योगको 8 गुणा छ र यदि त्यो सङ्ख्याबाट 45 घटायो भने त्यो सङ्ख्याको विपरीत सङ्ख्या बन्छ भने सो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तरहरू

a. 79 b. 27 c. 54 d. 24 e. 59 f. 27 g. 72

नमुना 2 :

कुनै सङ्ख्याको एकको स्थानमा रहेको अङ्क दसको स्थानमा रहेको अङ्कको भन्दा 2 ले बढी छ र ती अङ्कहरूको योग फलको तेब्बर त्यो सङ्ख्यासँग जोडियो भने त्यस सङ्ख्याहरूको स्थान बदलिन्छ । अब त्यो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, एकको स्थानमा रहेको अङ्क y र दसको स्थानमा रहेको अङ्क x मानौं,

उक्त अङ्कले बनेको सङ्ख्या $= 10x + y$.

अङ्कहरूको स्थान बदल्दा बन्ने सङ्ख्या $= 10y + x$.

तब, प्रश्नको पहिलो सर्तअनुसार,

$$y = x + 2 \dots\dots\dots(i)$$

प्रश्नको दोस्रो सर्तअनुसार,

$$3(x+y) + (10x+y) = 10y+x$$

$$\text{or, } 3x+3y+10x+y-10y-x = 0$$

$$\text{or, } 12x - 6y = 0$$

$$\text{or, } 6(2x-y) = 0$$

$$\text{or, } 2x-y = 0$$

$$\text{or, } y = 2x$$

$$\text{or, } x+2 = 2x \quad [\text{समीकरण (1) बाट}]$$

$$\therefore x = 2$$

x को मान समीकरण (1) मा राख्दा,

$$y = 2+2$$

$$\therefore y = 4$$

$$\therefore \text{उक्त सङ्ख्या} = 10x+y$$

$$= 10 \times 2 + 4$$

$$= 24$$

2. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- (a) दुई अङ्कको एउटा सङ्ख्यामा पहिलो अङ्क ओस्रो अङ्कभन्दा 5 ले बढी छ । यदि अङ्कहरूको स्थान अदल बदल गरियो भने नयाँ सङ्ख्या पहिलेको सङ्ख्याको $\frac{8}{3}$ भागसँग बराबर हुन्छ भने सुरुको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (b) दुई अङ्कको सङ्ख्यामा अङ्कहरूको अन्तर 6 छ । यदि यसको अङ्कहरूका स्थान बदल्यो भने नयाँ सङ्ख्या पहिलेको सङ्ख्याको $\frac{13}{31}$ सँग बराबर हुन्छ भने सुरुको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (c) दुई ओटा सङ्ख्यामध्ये पहिलोलाई 36 सँग जोड्यो भने दोस्रो सङ्ख्याको 5 दोब्बर हुन आउँछ । दोस्रो सङ्ख्यालाई 36 बाट घटायो भने पहिलो सङ्ख्याको $\frac{1}{4}$ हुन आउँछ । ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तरहरू

- (a) 27 (b) 93 (c) 64, 20

नमुना 3 :

यदि छोराको उमेरको दुई गुणा बाबुको उमेरमा जम्मा गरिदिए उनीहरूको उमेरको जोड 70 वर्ष हुन्छ । यदि बाबुको उमेरको दुई गुणा छोराको उमेरमा जोडिदिए उनीहरूको उमेरको योग 95 वर्ष हुन्छ भने उनीहरूको अहिलेको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, बाबु र छोराको हालको उमेर x र y वर्ष मानौं ।

तब, प्रश्नको पहिलो सर्तअनुसार,

$$2y+x = 70$$

$$\therefore x = 70-2y \dots\dots\dots(i)$$

प्रश्नको दोस्रो सर्तअनुसार,

$$2x+y = 95$$

$$\text{or, } 2(70-2y) + y = 95 \quad [\text{समीकरण (i) बाट}]$$

$$\text{or, } 140-4y+y = 95$$

$$\text{or, } 140-95 = 3y$$

$$\text{or, } y = \frac{45}{3}$$

$$\therefore y = 15 \text{ वर्ष}$$

y को मान समीकरण (i) मा राख्दा,

$$2 \times 15 + x = 70$$

$$\text{or, } x = 70-30$$

$$\therefore x = 40 \text{ वर्ष}$$

\therefore बाबु र छोराको हालको उमेर 40 वर्ष र 15 वर्ष रहेछ ।

3. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- (a) तिन वर्षअघि बाबु र उसको छोराको उमेरको योग फल 48 वर्ष थियो, तिन वर्षपछि बाबुको उमेर छोराको उमेरको तिन गुणा पुग्ने छ भने हालको बाबु र छोराको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (b) 2 वर्षअघि बाबुको उमेर छोराको उमेरको नौ गुणा थियो । तर 3 वर्षपछि 5 गुणा मात्र हुने छ भने बाबु र छोराको हालको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।

- (c) 6 वर्षअघि एउटा मानिसको उमेर छोराको उमेरको 6 गुणा बढी थियो । अब 4 वर्षपछि उसको उमेरको तिन गुणा छोराको उमेरको 8 गुणासँग बराबर हुन्छ । अब उनीहरूको हालको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (d) एक वर्षपछि बाबुको उमेर छोराको उमेरको 5 गुणा हुने छ । दुई वर्षअघि बाबुको उमेर छोराको अब 4 वर्षपछि हुने उमेरको 3 दोब्बर थियो । उनीहरूको अहिलेको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (e) आजको दुई वर्षपछि बाबुको उमेर छोराको उमेरभन्दा 6 गुणा बढी छ । तिन वर्ष पहिले बाबुको उमेर छोराको दुई वर्षपछिको उमेरभन्दा पाँच गुणा बढी थियो भने बाबुको र छोराको उमेर निकाल्नुहोस् ।
- (f) 14 वर्षअघि आमाको उमेर छोरीको उमेरको 4 गुणा थियो । हालको आमाको उमेर छोरीको 4 वर्ष पछि हुने उमेरको दुई गुणा छ भने आमा र छोरीको कति कति उमेर होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तरहरू

- (a) 42 yrs, 12yrs (b) 47 yrs, 7 yrs(c) 36 yrs, 11 yrs,
(d) 29 yrs, 5 yrs (e) 28 yrs., 3 yrs. (f) 58yrs., 25 yrs.

नमुना 4 :

अहिले बाबुको उमेर छोराको उमेरको दुई गुणा छ । यदि 10 वर्षपछिको छोराको उमेर र 15 वर्ष अघिको बाबुको उमेर बराबर भए बाबु र छोराको अहिलेको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, बाबु र छोराको अहिलेको उमेर x वर्ष र y वर्ष मानौं,

तब, प्रश्नको दोस्रो सर्तअनुसार,

$$x = 2y \quad (1)$$

प्रश्नको दोस्रो सर्तअनुसार,

$$y+10 = x -15$$

$$\text{or, } y + 10 = 2y-15 \quad [\text{समीकरण (1) बाट}]$$

$$\text{or, } 10+15 = 2y-y$$

$$\therefore y = 25 \text{ वर्ष}$$

y को मान समीकरण (1) मा राख्दा,

$$x = 2 \times 25$$

$$\therefore x = 50 \text{ वर्ष}$$

\therefore अहिलेको बाबु र छोराको उमेर क्रमशः 50 वर्ष र 25 वर्ष रहेछ ।

4. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- (a) 8 वर्षअघि छोरीको उमेर छोराको तेब्बर थियो । अहिले छोरीको उमेर छोराको भन्दा 4 वर्षले बढी छ । भने तिनीहरूको हालको उमेर निकाल्नुहोस् ।
- (b) पाँच वर्षअघि बाबुको उमेर छोराको उमेरको 4 गुणा थियो । अहिले बाबु र छोराको उमेर जोड्दा 45 वर्ष छ भने बाबु र छोराको हालको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (c) 5 वर्षअघि छोरीको उमेर छोराको भन्दा 8 वर्षले बढी थियो । अहिले छोरीको उमेर छोराको उमेरको 2 गुणा मात्र छ भने तिनीहरूको हालको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (d) 5 वर्षअघि एउटा मानिसको उमेर छोरीको उमेरको 5 गुणा थियो । 3 वर्षपछि उसको उमेरको 2 गुणा छोरीको उमेरको 6 गुणासँग बराबर हुन्छ । उनीहरूको हालको उमेर कति कति होला ?

उत्तरहरू

(a) 14 yrs, 10 yrs (b) 33 yrs, 12 yrs (c) 16 yrs, 8 yrs (d) 45 yrs, 13yrs

नमुना 5 :

कुनै भिन्नको अंश हरभन्दा 1 ले कम छ । यदि उक्त भिन्नको अंशमा 1 र हरमा 5 जोड्यो भने नयाँ भिन्न $\frac{1}{2}$ बन्छ भने वास्तविक भिन्न पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, उक्त वास्तविक भिन्न $\frac{x}{y}$ मानौं, जहाँ अंश x र हर y छ ।

तब, प्रश्नको पहिलो सर्तअनुसार,

$$x = y + 1 \dots\dots\dots (1)$$

प्रश्नको दोस्रो सर्तअनुसार,

$$\frac{x+1}{y+5} = \frac{1}{2}$$

$$\text{or, } 2x+2 = y+5$$

$$\text{or, } 2(y+1)+2 = y+5 \quad [\text{समीकरण (1) बाट}]$$

$$\text{or, } 2y+2+2-y = 5$$

$$y = 5-4$$

$$\therefore y = 1$$

y को मान समीकरण (1) मा राख्दा,

$$x = 1+1$$

$$\therefore x = 2$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{2}{1}$$

\therefore उक्त वास्तविक भिन्न $\frac{2}{1}$ रहेछ ।

5. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- (a) एउटा भिन्नको अंशलाई 4 ले गुणन गरेर हरबाट 2 घटाइयो भने नतिजा 2 हुन्छ । यदि सो भिन्नको अंशमा 15 जोडी हरलाई दोब्बर गरी 2 घटाउँदा $\frac{9}{7}$ हुन्छ भने उक्त भिन्न पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (b) एउटा भिन्नको अंशलाई 4 ले गुणन गरेर हरबाट 2 घटाइयो भने नतिजा 4 हुन्छ । यदि सो भिन्नको अंशमा 10 जोडी हरलाई दोब्बर गरी 2 घटाउँदा $\frac{5}{4}$ हुन्छ भने उक्त भिन्न पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (c) दुई जना केटीको उमेरको अनुपात 5:7 छ । आठ वर्षअघि उनीहरूको उमेरको अनुपात 7:13 थियो भने उनीहरूको हालको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (d) A को उमेरको एक तिहाइ र B को उमेरको एक चौथाइ जोड्दा A को उमेरको दुई तिहाइ हुन्छ । यदि तिनीहरूको उमेरको योग A को उमेरको दुई गुणाभन्दा पनि 7 वर्षले बढी हुन्छ भने तिनीहरूको उमेर कति होला ?
- (e) तिन वर्ष पहिले A र B को उमेरको अनुपात 4:3 थियो । तिन वर्षपछि तिनीहरूको उमेरको अनुपात 11:9 भए A र B को हालको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तरहरू

- (a) $\frac{3}{8}$ (b) $\frac{5}{7}$ (c) 15 yrs, 21 yrs (d) 21, 28 (e) 19yrs., 15yrs.

नमुना: 6

एउटा आयतकार चौरको परिमिति 54 मि. छ। यसको आकार घटाउँदा लम्बाइ र चौडाइ पहिलेको लम्बाइ र चौडाइको क्रमशः $\frac{3}{5}$ र $\frac{3}{4}$ सँग बराबर हुन्छ। घटेको आयतकार चौरको परिमिति 36 मि. छ। चउरको प्रारम्भिक लम्बाइ र चौडाइ कति होला ?

समाधान :

आयताकार चौरको लम्बाइ l र चौडाइ b मानौं,

प्रश्नको पहिलो सर्तअनुसार,

$$2(l+b) = 54$$

$$\text{or, } l+b = 27$$

$$\text{or, } b = 27-l \quad (1)$$

$$\text{नयाँ लम्बाइ (L)} = l \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5}l$$

$$\text{नया चौडाइ (B)} = b \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4}b$$

प्रश्नको दोस्रो सर्तअनुसार,

$$2(L+B) = 36$$

$$\text{or, } \left(\frac{3}{5}l + \frac{3}{4}b\right) = \frac{36}{2}$$

$$\text{or, } \frac{3l \times 4 + 3b \times 5}{20} = 18$$

$$\text{or, } 3(4l+5b) = 360$$

$$\text{or, } 4l+5b = 120$$

$$\text{or, } 4l+5(27-l) = 120$$

$$\text{or, } 4l+135-5l = 120$$

$$\text{or, } 135-120 = l$$

$$\therefore l = 15 \text{ m.}$$

l को मान समीकरण (1) मा राख्दा,

$$b = 27-l$$

$$= 27-15$$

$$= 12 \text{ m.}$$

\therefore उक्त चौरको प्रारम्भिक लम्बाइ र चौडाइ क्रमशः 15 m. र 12 m. रहेछ।

6. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- (a) एउटा कोठाको चौडाइको चार गुणा यसको लम्बाइको तिन गुणासँग बराबर छ। यदि चौडाइ 1 मि.ले बढाई लम्बाइ 1 मि.ले घटायो भने कोठा वर्गाकार बन्ने थियो भने कोठाको लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस्।
- (b) एउटा आयताकार कोठाको क्षेत्रफल 45 वर्गमिटर छ। यदि कोठाको लम्बाइ 3 मिटर घटी र चौडाइ 1 मिटर बढी भए कोठा वर्गाकार हुने थियो भने कोठाको लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस्।

उत्तरहरू

(a) 8m, 6m

(b) 9 m, 5m

नमुना 7 :

रामसँग भएका गुच्छाहरूमध्ये एउटा गुच्छा सीतालाई दिँदा दुवै जनासँग बराबर सङ्ख्यामा गुच्छाहरू हुन्छ। यदि सीतासँग भएका गुच्छाहरूमध्ये एउटा गुच्छा रामलाई दिँदा, रामसँग सीताको भन्दा दोब्बर गुच्छाहरू हुन्छ भने सुरुमा उनीहरूसँग भएको गुच्छाको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस्।

समाधान :

सुरुमा रामसँग भएको गुच्छा x र सीतासँग भएको गुच्छा y मानौं।

तब, प्रश्नको पहिलो सर्तअनुसार,

$$x-1 = y+1$$

$$\text{or, } x = y+2 \quad (1)$$

प्रश्नको दोस्रो सर्तअनुसार,

$$2(y-1) = (x+1)$$

$$\text{or, } x+1 = 2y-2$$

$$\text{or, } y+2+1 = 2y-2$$

$$\text{or, } 3+2 = 2y-y$$

$$\therefore y = 5$$

y को मान समीकरण (1) मा राख्दा,

$$x = 5+2$$

$$\therefore x = 7$$

\therefore राम र सीतासँग भएका गुच्छाहरू क्रमशः 7 ओटा र 5 ओटा रहेछन्।

7. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- एक जना कामदारले काम गरेको दिनमा रु. 30 ज्याला पाउँछ र अनुपस्थित भएको दिनमा रु. 6 जरिवाना तिर्नुपर्छ। यदि उसले एक महिनाको अन्तरमा रु. 756 पाउँछ भने सो महिना उसले कति दिन काम गर्‍यो होला ?
- एक जना साहुसँग दुई किसिमको चिया छ। पहिलो थरीको चिया प्रति कि.ग्रा. रु. 100 र अर्को थरीको चिया प्रति कि.ग्रा. रु. 90 पर्छ। दुवै थरीको चिया कति कति मिसाउँदा 30 कि.ग्रा. मिश्रित चियाको मूल्य रु. 93 प्रति कि.ग्रा. पर्ला ?
- परीक्षामा रामले श्यामले भन्दा 12 नम्बर कम पायो। यदि उसले जति पाएको थियो त्यसैको आधा अरू बढी पाएको भए श्यामलाई 11 नम्बरले जित्ने थियो। प्रत्येकले कति कति नम्बर पाएछन्, पत्ता लगाउनुहोस्।
- रामले श्यामलाई भन्यो, तिमीले मलाई तिमीसित भएको दामको आधा दियौ भने मसित रु. 100 हुने छ। श्यामले भन्यो, तिमीले मलाई आफूसित भएको दामको एक तिहाइ मात्त दियौ भने मसित रु. 100 हुने छ। प्रत्येकसित कति कति रहेछ ?

उत्तरहरू

(a) 26

(b) 9kg, 21kg

(c) 46, 58

(d) Rs. 60, Rs. 80

केही उच्च दक्षता विकासका लागि प्रश्नहरू

- (a) केही रकम केही केटालाई बराबर गरी बाँडियो । यदि दुई जना केटा बढी भएको भए प्रत्येकले रु. 10 कम पाउँथे र यदि दुई केटा कम भएको भए प्रत्येकले रु. 15 बढी पाउँथे भने केटाहरूको सङ्ख्या र प्रत्येकले पाएको रकम पत्ता लगाउनुहोस् ।

[Hints: Let the sum of money be x & no. of boys be y.

$$\frac{x}{y+2} = \frac{x}{y} - 10 \quad 10y^2 + 20y - 2x = 0 \dots\dots\dots (i)$$

$$\frac{x}{y-2} = \frac{x}{y} + 15 \quad 15y^2 - 2x - 30y \dots\dots\dots (ii)$$

Subtracted (i) & (ii) $y = 10$ & $x = 600$ \therefore Each get $= \frac{x}{y} = \text{Rs. } 60$

- (b) बाबु र छोराको अहिलेको योगफल 82 वर्ष छ । जब बाबु अहिलेको छोराको उमेर जतिका थिए तिनीहरूको उमेरको योगफल 46 वर्षको थियो भने अहिलेको बाबु र छोराको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (c) बाबु र छोराको अहिलेको उमेरको योगफल 73 वर्ष छ । दुवै जना बाँचिरहँदा छोराको उमेर अहिले बाबुको उमेर जत्तिकै हुने बेला तिनीहरूको उमेरको योगफल 107 वर्ष हुने छ भने अहिलेको तिनीहरूको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।

[Hints Let the present age of father & son be x & y respectively.

$$x + y = 73 \dots\dots\dots (i) \quad \{x + (x - y)\} + \{y + (x - y)\} = 107$$

$$\therefore 3x - y = 107 \dots\dots\dots (ii) \quad \text{Solving (i) \& (ii) } x = 45 \text{ \& } y = 28]$$

उत्तरहरू

- (a) 10, Rs. 60 (b) 50 yrs, 32 yrs (c) 45 yrs, 28 yrs

4.7 वर्ग समीकरण (Quadratic Equations):

नमूना 1 :

दुई अङ्कहरूको सङ्ख्या मा अङ्कहरूको गुणन फल 18 र योगफल 9 छ भने त्यो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् । (If two digits number, the product of the digits is 18 and their sum is 9. Find the number.)

समाधान

दुई अङ्कहरू x र y मानौं

दुई अङ्कले बनेको सङ्ख्या = $10x+y$

तब, प्रश्नको पहिलो सर्तअनुसार,

$$x \times y = 18$$

$$y = \frac{18}{x} \quad (1)$$

प्रश्नको दोस्रो सर्तअनुसार,

$$x+y = 9$$

$$\text{or, } x + \frac{18}{x} = 9 \quad [\text{समीकरण (1) बाट}]$$

$$\text{or, } \frac{x^2+18}{x} = 9$$

$$\text{or, } x^2+18 = 9x$$

$$\text{or, } x^2-9x+18 = 0$$

$$\text{or, } x^2-6x-3x+18 = 0$$

$$\text{or, } x(x-6) - 3(x-6) = 0$$

$$\text{or, } (x-6) - 3(x-6) = 0$$

$$\text{or, } (x-6)(x-3) = 0$$

Either,

$$x-6 = 0$$

$$\therefore x = 6$$

$$\text{or, } x-3 = 0$$

$$\therefore x = 3$$

x को मान समीकरण (1) मा राख्दा,

$$x=6 \text{ हुँदा, } y = \frac{18}{6} = 3$$

$$\therefore x = 6 \text{ र } y = 3$$

$$\therefore \text{उक्त सङ्ख्या} = 10x+y = 10 \times 6 + 3 = 63$$

$$\text{पुन, } x=3 \text{ हुँदा, } y = \frac{18}{3} = 6$$

$$\therefore x = 3 \text{ र } y = 6$$

$$\therefore \text{उक्त सङ्ख्या} = 10x+y = 10 \times 3 + 6 = 36$$

\therefore उक्त सङ्ख्या = 63 वा 36 रहेछ ।

1. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- (a) दुई सङ्ख्याको योगफल 7 र गुणनफल 12 छ भने ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।
(b) दुई अङ्कको एउटा सङ्ख्या त्यसका अङ्कहरूको योगको चार गुणा छ । यदि अङ्कहरूको गुणनफल 8 भए त्यो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
(c) दुई ओटा धनात्मक सङ्ख्याहरूमध्ये ठूलो सङ्ख्या सानो सङ्ख्याको दोब्बरभन्दा 2 ले बढी छ र तिनीहरूको गुणनफल 12 छ भने ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तरहरू

- (a) 3, 4 (b) 24 (c) 2, 6

नमूना 2 :

दुई ओटा सङ्ख्याहरूको योगफल 21 छ र ती सङ्ख्याहरूको वर्गको योग 261 छ भने ती सङ्ख्याहरू निकाल्नुहोस् ।

समाधान

दुई ओटा सङ्ख्याहरू क्रमशः x र y मानौं,
तब, प्रश्नको पहिलो सर्तअनुसार,

$$x + y = 21$$

$$\text{or, } y = 21 - x \quad (1)$$

प्रश्नको दोस्रो सर्तअनुसार,

$$x^2 + y^2 = 261,$$

$$\text{or, } x^2 + (21 - x)^2 = 261$$

$$\text{or, } x^2 + (21)^2 - 2 \times 21 \times x + x^2 = 261$$

$$\text{or, } x^2 + 441 - 42x + x^2 - 261 = 0$$

$$\text{or, } 2x^2 - 42x + 180 = 0$$

$$\text{or, } 2(x^2 - 21x + 90) = 0$$

$$\text{or, } x^2 - 21x + 90 = 0$$

$$\text{or, } x^2 - 15x - 6x + 90 = 0$$

$$\text{or, } x(x - 15) - 6(x - 15) = 0$$

$$\text{or, } (x - 15)(x - 6) = 0$$

Either,

$$x - 15 = 0$$

$$\therefore x = 15$$

$$x = 15 \text{ राख्दा,}$$

$$y = 21 - 15 = 6$$

$$\therefore x = 15 \text{ र } y = 6$$

$$\text{or, } x - 6 = 0$$

$$x = 6$$

x को मान समीकरण (1) मा राख्दा,

$$x = 6 \text{ राख्दा, } y = 21 - 6 = 15$$

$$\therefore x = 6 \text{ र } y = 15$$

∴ उक्त दुई सङ्ख्याहरू क्रमशः 15 र 6 वा 6 र 15 रहेछन् ।

2. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- (a) दुई सङ्ख्याहरूको योग 16 छ र तिनीहरूको वर्गको जोड 130 छ भने ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

The sum of two numbers is 16 and the sum of their squares is 130. Find the numbers. [059A2]

- (b) दुई ओटा क्रमागत जोर सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् जसका वर्गहरूको योग फल 340 छ ।

Find two consecutive even numbers of which the squares have the sum 340.

- (c) दुई ओटा लगातार आउने धनात्मक पूर्णाङ्कहरूको गुणन फल 156 हुन्छ भने ती पूर्णाङ्कहरू कुन कुन हुन् ?

The product of two consecutive positive integers is 156. Find the two numbers.

- (d) लगातार आउने दुई ओटा धनात्मक बिजोर सङ्ख्याहरूको गुणन फल 255 छ भने ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

(The product of two consecutive positive odd numbers is 255. Find the two odd numbers.)

- (e) एकपछि अर्को आउने दुई ओटा धनात्मक जोर सङ्ख्याहरूको गुणनफल 288 छ भने ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

The product of two consecutive positive even numbers is 288. Find the number.

- (f) दुई ओटा धनात्मक सङ्ख्याको अन्तर 3 छ । यदि ती सङ्ख्याका वर्गहरूको योग फल 89 भए ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

The difference between two positive numbers is 3. Find the numbers if the sum of their squares is 89.

उत्तरहरू

- (a) 7, 9 (b) 12, 14 (c) 12, 13
(d) 15, 17 (e) 16, 18 (f) 5, 8

नमुना 3 :

दुई अङ्कको सङ्ख्यामा अङ्कहरूको गुणन फल 18 छ । उक्त सङ्ख्याको अङ्कहरूको स्थानमान परिवर्तन गर्दा बन्ने सङ्ख्या सुरुको सङ्ख्याभन्दा 27 ले बढी हुन्छ भने सुरुको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

दुई अङ्कहरू क्रमशः X र Y मानौं

दुई अङ्कहरूले बनेका सङ्ख्या = $10x + y$

स्थानमा परिवर्तन गर्दा बन्ने सङ्ख्या = $10y + X$

तब, प्रश्नको पहिलो सर्तअनुसार,

$$x \times y = 18$$

$$\text{or } y = \frac{18}{x} \dots\dots\dots(1)$$

तब, प्रश्नको दोस्रो सर्तअनुसार

$$\text{or, } 10y + x = (10x + y) + 27$$

$$\text{or, } 10y + x - 10x - y = 27$$

$$\text{or, } 9y - 9x = 27$$

$$\text{or, } 9(y-x)=27$$

$$\text{or, } y-x=3$$

$$\text{or, } \frac{18}{x} - x = 3$$

$$\text{or, } \frac{18-x^2}{x} = 3$$

$$\text{or, } 18 - x^2 = 3x$$

$$\text{or, } 0 = x^2 + 3x - 18$$

$$\text{or, } x^2 + 6x - 2x - 18 = 0$$

$$\text{or, } x(x+6) - 3(x+6) = 0$$

$$\text{or, } (x+6)(x-3) = 0$$

$$\text{Either, } x+6=0 \quad \text{or} \quad x-3=0$$

$$\therefore x = -6 \text{ (हुँदैँन)} \quad \therefore x = 3$$

x को मान स.क. (1) मा राख्दा

$$y = \frac{18}{x} = 6$$

$$\therefore x = 3 \text{ र } y = 6$$

$$\therefore \text{उक्त सङ्ख्या} = 10x-y = 10 \times 3 + 6 = 36$$

3. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- दुई अङ्कको एउटा सङ्ख्यामा अङ्कहरूको गुणन फल 18 छ। उक्त सङ्ख्याबाट 63 घटाउँदा सो सङ्ख्याका अङ्कहरू बदलिन्छन् भने सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस्।
- दुई अङ्कहरूको सङ्ख्या मा अङ्कहरूको गुणन फल 24 छ। यदि त्यो सङ्ख्यामा 45 जोडियो भने सङ्ख्याको अङ्कहरूको स्थान परिवर्तन हुन्छ भने त्यो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस्।
- दुई अङ्कहरूको एउटा सङ्ख्यामा अङ्कहरूको गुणन फल 8 छ। त्यस सङ्ख्यामा 18 थप्दा सो सङ्ख्याका अङ्कहरूको स्थान बदलिन्छ भने उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस्।
- दुई अङ्कहरू मिली बनेको एउटा सङ्ख्या छ। ती अङ्कहरूको योग फल 16 हुन्छ त्यस सङ्ख्यामा 18 घटाउँदा अङ्कहरूको स्थान बदलिन्छ भने सो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस्।
- एउटा सङ्ख्या दुई अङ्कले बनेको छ जसको योग फल 9 हुन्छ यदि सो सङ्ख्याको 3 गुणा उक्त सङ्ख्याको स्थान बदल्दा बन्ने सङ्ख्याको 8 गुणासँग बराबर हुन्छ भने सो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस्।

उत्तरहरू

- (a) 92 (b) 38 (c) 24 (d) 97 (e) 72

नमुना 4 :

- हाल बाबु र छोराको उमेर क्रमशः 35 र 12 वर्ष छ। कति वर्षअघि तिनीहरूको उमेरको गुणन फल 210 थियो पत्ता लगाउनुहोस्।

समाधान :

उत्तर, मानौं x वर्षअघि बाबु र छोराको उमेरको गुणन फल 210 थियो भनि मानौं।

तब, प्रश्नको अनुसार,

$$\begin{aligned}
 (35-x)(12-x) &= 210 \\
 \text{or, } 420 - 35x - 12x + x^2 - 210 &= 0 \\
 \text{or, } x^2 - 47x + 210 &= 0 \\
 \text{or, } x^2 - (42+5)x + 210 &= 0 \\
 \text{or, } x^2 - 42x - 5x + 210 &= 0 \\
 \text{or, } x(x-42) - 5(x-42) &= 0 \\
 \text{or, } (x-42)(x-5) &= 0 \\
 \text{Either, } x-42=0 & \quad \text{or, } x-5=0 \\
 \therefore x=42 & \quad \therefore x=5
 \end{aligned}$$

$x=42$ वर्ष हुँदा किनकी 42 वर्षअघि बाबु नै जन्मेका थिएनन् ।

\therefore 5 वर्षअघि उनिहरूको उमेरको गुणन फल 210 हुन्छ ।

4. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- दुई दिदी बहिनीको हालको उमेरको गुणन फल 150 छ । 5 वर्षअघि दिदीको उमेर बहिनीको उमेरको दोब्बर भए तिनीहरूको हालको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।
- दाजु र भाइको उमेरको अन्तर 4 वर्ष छ र तिनीहरूको उमेरको गुणन फल 221 हुन्छ भने ती दुई भाइको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।
- सीताको 4 वर्ष अगाडि र 8 वर्षपछिका उमेरहरूको गुणन फल 28 भए उनको अहिलेको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।
- दुई दाजु भाइको हालको उमेरको गुणन फल 160 छ । 4 वर्षअघि दाजुको उमेर भाइको उमेरको दोब्बर भए तिनीहरूको हालको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एक वर्षअघि एउटा मानिस आफ्नो छोराभन्दा 8 गुणाले जेठो थियो । अहिले उसको उमेर छोराको उमेरको वर्गसँग बराबर छ । तिनीहरूको हालको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।
- बाबु र छोराको अहिलेको उमेर क्रमशः 37 र 8 कति वर्ष पहिले तिनीहरूको उमेरको गुणन फल 96 थियो होला ?

उत्तरहरू

- | | | |
|----------------------|---------------------|------------|
| (a) 15 yrs., 10 yrs. | (b) 16 yrs, 10 yrs. | (c) 6 yrs, |
| (d) 16 yrs, 10 yrs. | (e) 7 yrs, 49 yrs. | (f) 5 yrs. |

नमुना 5 :

एउटा आयताकार जग्गाको क्षेत्रफल 660 वर्ग मिटर र यसको परिमिति 104 भए जग्गाको लम्बाइ र चौडाइ निकाल्नुहोस् ।

समाधान :

आयतकार जग्गाको लम्बाइ l र चौडाइ b मानौं ।

तब, प्रश्नको पहिलो सर्तअनुसार,

$$l \times b = 660$$

$$\text{or, } b = \frac{660}{l} \quad (1)$$

तब, प्रश्नको दोस्रो सर्तअनुसार,

$$2(l + b) = 104$$

$$\text{or, } l + b = 52$$

$$\text{or, } l + \frac{660}{l} = 52$$

$$\text{or, } \frac{l^2 + 660}{l} = 52$$

$$\text{or, } l^2 + 660 = 52l$$

$$\text{or, } l^2 - 52l + 660 = 0$$

$$\text{or, } l^2 - 30l - 22 + 660 = 0$$

$$\text{or, } l^2 + 660 = 52l$$

$$\text{or, } l^2 - 52l + 660 = 0$$

$$\text{or, } l^2 - 30l - 22l + 660 = 0$$

$$\text{or, } l(l - 30) - 22(l - 30) = 0$$

$$\text{or, } (l - 30)(l - 22) = 0$$

$$\text{Either } (l - 30) = 0 \quad \text{or, } (l - 22) = 0$$

$$\therefore l = 30m \quad \therefore l = 22m$$

2 को मान स.क. (1) मा राख्दा

$$l = 30m \text{ राख्दा } b = \frac{660}{30} - 22m$$

$$\therefore l = 30m \text{ or } \therefore l = 22m$$

$$\text{पुनः } l = 22m \text{ राख्दा, } l = 30mb = \frac{660}{22} = 30m$$

$$\therefore l = 22m \quad \text{र} \quad b = 30m$$

हुन सक्दैन किनकि लम्बाइभन्दा चौडाइ लामो हुन सक्दैन ।

\therefore उक्त आयतकार जग्गाको लम्बाइ र चौडाइ क्रमशः 30m र 22m रहेछ ।

5. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- यदि एउटा आयतकार चौरको परिमिति 36 मिटर र क्षेत्रफल 77 वर्ग मिटर भए सो चौरको लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा कोठाको लम्बाइ त्यस कोठाको चौडाइभन्दा 2 मि. लामो छ । यदि कोठाको क्षेत्रफल 63 वर्ग मि. छ भने कोठाको लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा आयतकार जग्गाको चौडाइ लम्बाइभन्दा 3 मि.भन्दा कम छ । यदि उक्त जग्गाको क्षेत्रफल 88 वर्ग मि. भए परिमिति पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा कोठाको क्षेत्रफल 45 वर्ग मि. छ । यदि लम्बाइमा 3 मिटर कम र चौडाइमा 1 मिटर बढाउँदा वर्ग बन्छ भने उक्त कोठाको लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा कोठाको क्षेत्रफल 28 वर्ग मिटर छ । यदि लम्बाइमा 1 मिटर कम र चौडाइमा 2 मिटर बढाउँदा वर्ग बन्छ भने उक्त कोठाको लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
- यदि एउटा आयतकार जग्गाको परिमिति 104 मिटर र क्षेत्रफल 640 वर्ग मिटर छ भने यसको लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तरहरू

- (a) 11m, 7m (b) 9m, 7 m (c) 38 m
(d) 9m, 5m (e) 7m, 4m (f) 32m, 20m

नमूना 6 :

एउटा समकोण त्रिभुजको कर्ण भुजा 29 से.मि छ र अरू दुई भुजाहरूको फरक 1 से.मि. छ भने ती भुजाहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, समकोण त्रिभुजको कर्ण h र अन्य दुई भुजाहरू क्रमशः p र b छन् भनी मानौं ।

तब, $h = 29$ cm. र $P-b = 1$ cm.

or, $p = (1+b)$ cm. _____(1)

हामीलाई थाहा छ,

$P^2 + b^2 = h^2$ [पाइथागोरस साध्यअनुसार]

or, $(1+b)^2 + b^2 = (29)^2 - 840 = 0$

or, $2b^2 + 2b - 840 = 0$

or, $2(b^2 + b - 420) = 0$

or, $b^2 + b - 420 = 0$

or, $b^2 + 21b - 20b - 420 = 0$

or, $b(b+21) - 20(b+21) = 0$

or, $(b+21)(b-20) = 0$

Either,

or,

$b+21=0$

$b-20=0$

∴ $b = -21$ cm हुँदैन

∴ $b = 20$ cm

∴ मान स.क. (1) मा राख्दा

$p = 1+20 = 21$ cm

∴ उक्त दुई भुजाहरू 21 cm र 20 cm रहेछन् ।

6. अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- एउटा समकोण त्रिभुजको कर्ण भुजा छोटो भुजाको दोब्बरभन्दा पनि 6 मि. लामो छ । यदि तेस्रो भुजा कर्णभन्दा 2 मिटर छोटो छ भने त्रिभुजका भुजाहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा समकोणी त्रिभुजको कर्ण त्यसको आधारभन्दा 2 cm बढी र उचाइको दोब्बरभन्दा 1 cm बढी छ भने त्रिभुजका प्रत्येक भुजा पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा समकोणी त्रिभुजका समकोण बनाउने भुजाहरू त्यसको कर्णभन्दा 5 cm र 10 cm क्रमशः कम छन् भने त्रिभुजका भुजाहरूको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तरहरू

(a) 10 cm, 24 cm, 26 cm

(b) 8 cm, 15 cm, 17 cm

(c) 25 cm, 20 cm, 15 cm

क्षेत्र परिचय

माध्यमिक शिक्षा पाठ्यक्रम 2064 र विशिष्टीकरण तालिका 2065 ले कक्षा 10 को अनिवार्य गणित विषयको ज्यामिति क्षेत्रमा निम्नानुसारका विषय वस्तु, परीक्षाका लागि संज्ञानात्मक क्षेत्रअनुसारका प्रश्न सङ्ख्या र अङ्क भारको व्यवस्था गरेको छ ।

क्र स	विषयवस्तु/संज्ञान क्षेत्र	ज्ञान र बोध	सिप	जम्म ा अङ्क	सिप	समस्य ा समाध ान	जम्म ा अङ्क	कुल जम्मा अङ्क	क्षेत्रगत कुल जम्मा अङ्क
5		छोटो उत्तर आउने			लामो उत्तर आउने प्रश्न				24
5.1	त्रिभुज र चतुर्भुजको क्षेत्रफल		1	2		1	4	6	
5.2	वृत्त र सोसम्बन्धी साध्य र तिनको प्रयोग	1	1	4		1	4	8	
5.3	स्पर्श रेखा		1	2					
5.4	चतुर्भुजको क्षेत्रफलसग बराबर हुने त्रिभुजको रचना				1		4	4	
5.5	प्रयोगात्मक परीक्षण गरी सिद्ध गर्ने				1		4	4	

5.1 : त्रिभुज र चतुर्भुजका क्षेत्रफल

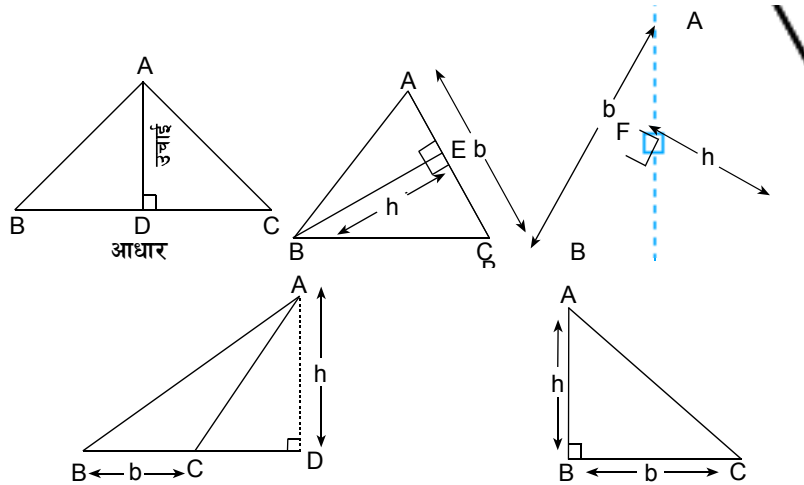
१. परिचय

यस पाठमा एउटै आधारमा र उही समानान्तर रेखाहरू बिच बन्ने त्रिभुज तथा समानान्तर चतुर्भुजहरूको क्षेत्रफलका सम्बन्धका बारेमा चर्चा गरिएको छ । एसएलसी परीक्षामा यस पाठबाट एउटा छोटो उत्तर आउने र एउटा लामो उत्तर आउने गरी जम्मा दुई ओटा प्रश्नहरू सोधिने कुरा विशिष्टीकरण तालिकामा उल्लेख गरिएको छ ।

२. आधारभूत तथ्य तथा सूत्रहरू

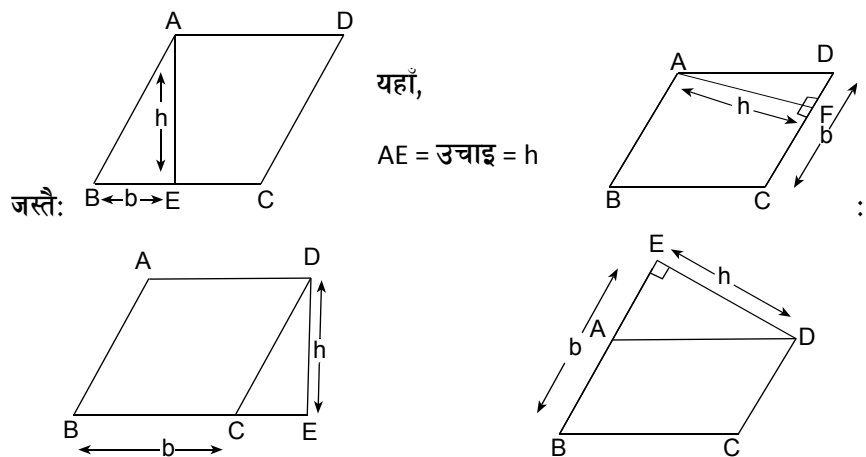
- त्रिभुजको क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{उचाइ}$
- समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल = आधार \times उचाइ
- समबाहु चतुर्भुजको क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ विकर्णहरूको गुणन फल
- वर्गको क्षेत्रफल = (भुजा)² = $\frac{1}{2}$ (विकर्ण)²

५. आयतको क्षेत्रफल = लम्बाइ \times चौडाइ
 ६. एउटै वा बराबर आधारमा र उही समानान्तर रेखाहरू बिच बनेका त्रिभुजहरूका क्षेत्रफल बराबर हुन्छन् ।
 ७. एउटै वा बराबर आधारमा र उही समानान्तर रेखाहरू बिचका समानान्तर चतुर्भुजहरूका क्षेत्रफलहरू बराबर हुन्छन् ।
 ८. एउटै वा बराबर आधारमा र उही समानान्तर रेखाहरू बिच बनेका त्रिभुजको क्षेत्रफल समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफलको आधा हुन्छ ।
 ९. समानान्तर चतुर्भुजको विकर्णले सो समानान्तर चतुर्भुजलाई आधा गर्छ ।
 १०. त्रिभुजको मध्य रेखाले सो त्रिभुजलाई आधा गर्दछ ।
 ११. एउटै आधार र यसको एकैतिरका त्रिभुजहरूका क्षेत्रफल बराबर छन् भने ती त्रिभुजहरू उही समानान्तर रेखाहरू बिच पर्दछन् ।
 १२. समलम्ब चतुर्भुजको मध्य रेखा आधारहरूसँग समानान्तर हुन्छन् ।
 १३. समलम्ब चतुर्भुजको मध्य रेखाले विकर्णहरूलाई समद्विभाजन गर्दछन् ।
 १४. त्रिभुजको कुनै दुई भुजाहरूका मध्य बिन्दुहरू जोड्ने रेखा खण्ड तेस्रो भुजासँग समानान्तर भइकन यसको आधा पनि हुन्छ ।
३. विशेष ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू
१. त्रिभुजको उचाइ भन्नाले कुनै शीर्षविन्दुबाट त्यसको सम्मुख भुजामा खिचिएको लम्ब र सम्मुख भुजालाई आधार भनेर बुझ्नुपर्छ ।
जस्तै :



(यहाँ त्रिभुज ABC को आधार BC र उचाइ AD हुन्छ ।)

२. समानान्तर चतुर्भुजको कुनै शीर्ष विन्दुबाट सम्मुख भुजामा खिचिएको लम्ब (उचाइ) र जुन भुजामा लम्ब खिचिएको हो त्यस भुजालाई आधार भनेर बुझ्नुपर्छ ।

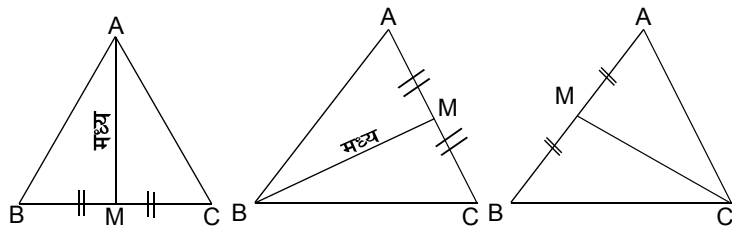


उचाई = DE

आधार = AB

यहाँ, समानान्तर चतुर्भुज ABCD को उचाई DE र आधार BC हो ।

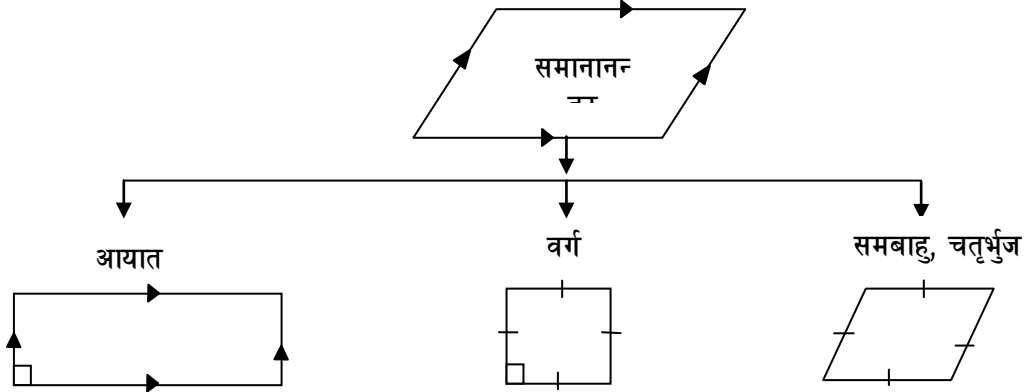
३. त्रिभुजको कुनै शीर्ष बिन्दु र त्यसको सम्मुख भुजाको मध्य बिन्दु जोड्ने रेखा खण्डलाई मध्य रेखा भनिन्छ । जस्तै :



त्यसैले, $\triangle ABM = \triangle ACM = \frac{1}{2} \triangle ABC$ र $\triangle ABM = \triangle BCM$ साथै CM मध्य रेखा हो ।

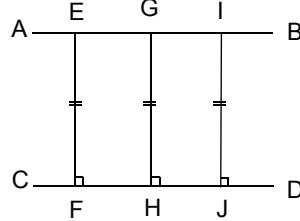
$\therefore \triangle ACM = \triangle BCM$ हुन्छ ।

४. वर्ग, समबाहु चतुर्भुज र आयात समानान्तर चतुर्भुजको प्रकारहरू हुन् ।
जस्तै :

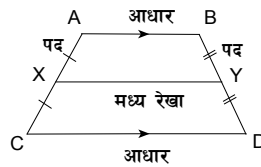


५. समानान्तर रेखाहरू समान दुरीमा हुन्छन् ।

जस्तै : $AB \parallel CD$ छन् भने $EF = GH = IJ$ हुन्छन् ।



६. एकजोडा विपरित भुजाहरू समानान्तर भएको चतुर्भुज समलम्ब चतुर्भुज हो । समानान्तर भुजाहरू आधारहरू र समानान्तर नभएका भुजाहरूलाई पाद भनिन्छ । त्यस्तै पादहरूका जोड्ने रेखा मध्यरेखा हो । जस्तै : पादहरूका मध्य बिन्दुहरू जोड्ने AB र CD आधारहरू तथा AC र BD पादहरू हुन् । त्यस्तै XY मध्यरेखा हो ।



४. छोटो नमुना प्रश्नोत्तर र अभ्यास

नमुना १ :

दिइएको चित्रमा ABCD एउटा समानान्तर

चतुर्भुज र $AE \perp CD$ छन् । यदि $\triangle FBC$ को

क्षेत्रफल 24 वर्ग से.मि. र $CD = 8$ से.मि. छन्

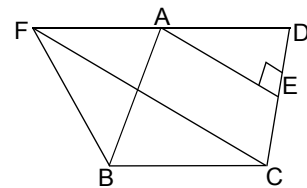
भने समानान्तर चतुर्भुजको उचाइ AE को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, $\square ABCD = 2 \times \triangle FBC$ हुन्छ । (एउटै आधार BC र उही समानान्तर रेखाहरू BC र FD

$= 2 \times 24$ बिच रहेको त्रिभुज र समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफलको सम्बन्ध)

$$= 48 \text{ cm}^2$$



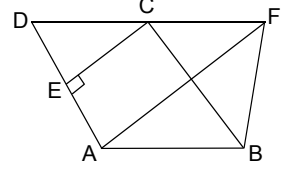
अब, $\square ABCD = CD \times AE$ समानान्तर चतुर्भुज को क्षेत्रफल . आधार उचाई

$$\text{or, } 48 = 8 \times AE$$

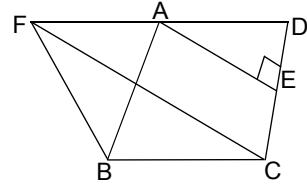
$$\therefore AE = 6 \text{ cm.}$$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

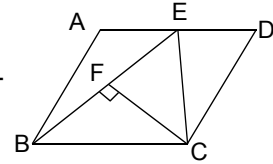
१. दिइएको चित्रमा $\square ABCD$ को भुजा D मा E लम्ब छ । यदि $AD = 5\text{cm}$ र $CE = 8\text{cm}$ छ भने $\triangle ABF$ को क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।



२. दिइएको चित्रमा $TR \parallel PQ$, $PS \parallel QR$ र $SU \perp QR$ छन् । यदि $\triangle TPQ$ को क्षेत्रफल 20cm^2 र $SU = 8\text{cm}$ भए QR को नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

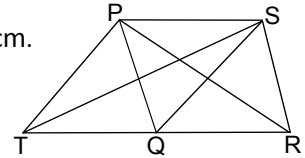


३. दिइएको चित्रमा $\square ABCD$ एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो । यदि $BE = 12\text{cm}$ र लम्ब $CF = 6\text{cm}$ भए $ABCD$ को क्षेत्रफल कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।



नमुना प्रश्न २ :

दिइएको चित्रमा PQRS एउटा समबाहु चतुर्भुज हो । यदि $PR=9\text{cm}$ र $QS=6\text{cm}$ छन् भने $\triangle PTS$ को क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।



समाधान :

यहाँ, समबाहु चतुर्भुज $PQRS = \frac{1}{2} PR \times QS$

(समबाहु चतुर्भुजको क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ विकर्णहरूको गुणनफल)
 $= 27\text{cm}^2$

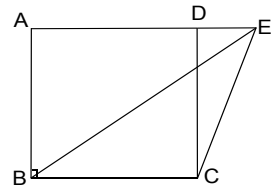
$$\text{अब, } \triangle PTS = \frac{1}{2} \times \square PQRS,$$

$$= 13.5\text{cm}^2$$

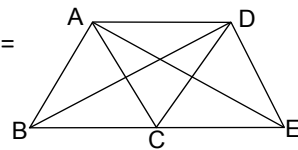
(एउटै आधार PS र उही समानान्तर रेखाहरू PS र TR बिचको त्रिभुज र स.च.को सम्बन्धबाट)

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

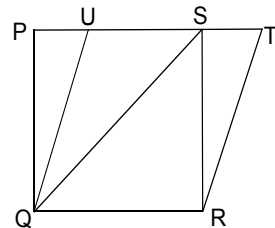
१. दिइएको चित्रमा ABCD एउटा वर्ग हो । यदि विकर्ण $AC = 10\sqrt{2} \text{ cm}$ छ भने $\triangle BCE$ को क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।



२. दिइएको चित्रमा $AD \parallel BE$ र $AB=BC=CD=DA$ छन् । $AC = 6\text{cm}$. र $BD = 8\text{cm}$. भए $\triangle ADE$ को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।



३. चित्रमा PQRS एउटा वर्ग हो र QRTU एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो । यदि विकर्ण $QS = 10\text{cm}$. भए समानान्तर चतुर्भुज QRTU को क्षेत्रफल कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।



नमुना प्रश्न ३ :

दिइएको चित्रमा AB को मध्य बिन्दु D र $DE \perp BC$ छन् । यदि $\triangle ABC$ को क्षेत्रफल 120cm^2 र $BC = 12\text{cm}$. भए DE को लम्बाइ निकाल्नुहोस् ।

समाधान :

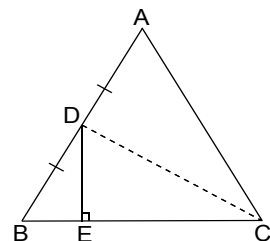
यहाँ, DC जोडिएको छ ।

$$\begin{aligned}\text{अब, } \triangle BCD &= \frac{1}{2} \triangle ABC \text{ (मध्य रेखा DC ले } \triangle ABC \text{ लाई आधा गर्ने भएकाले)} \\ &= \frac{1}{2} \times 120 \\ &= 60\text{cm}^2\end{aligned}$$

फेरि, $\triangle BCD = \frac{1}{2} BC \times DE$ (त्रिभुजको क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ आधार \times उचाइ)

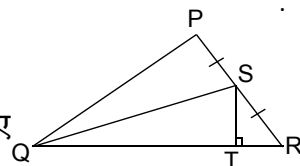
$$\text{or, } 60 = \frac{1}{2} \times 12 \times DE$$

$$\therefore DE = 10\text{cm}$$

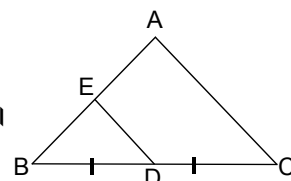


अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

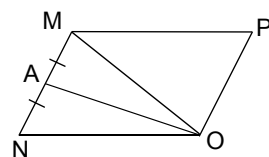
१. दिइएको चित्रमा $PS = SR$ र $ST \perp QR$ छन् । यदि $QR = 15\text{cm}$ र $ST = 5\text{cm}$. भए $\triangle PQR$ को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।



२. दिइएको चित्रमा BC को मध्य बिन्दु D बाट AB मा लम्ब DE खिचिएको छ । यदि $AB = 10\text{cm}$. र $\triangle ABC$ को क्षेत्रफल 40cm^2 भए DE को नाप निकाल्नुहोस् ।



३. दिइएको चित्रमा MNOP एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो र MN को मध्य बिन्दु A हो । यदि $\triangle AON$ को क्षेत्रफल 15cm^2 छ भने MNOP को क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।



नमूना प्रश्न ४ :

दिइएको चित्रमा $AC \parallel DE$ र $BC = CE$ छन् । यदि $\triangle ACD$ को क्षेत्रफल 20cm^2 भए चतुर्भुज $ABCD$ को क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

समाधान :

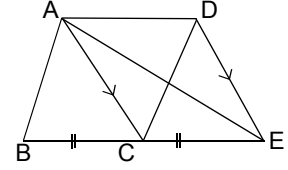
यहाँ, $\triangle ACE = \triangle ACD$ (एउटै आधार AC र उही समानान्तर रेखाहरू AC र DE बिचका त्रिभुजहरू)

$$\therefore \triangle ACE = 20\text{cm}^2$$

फेरि, $\triangle ABC = \triangle ACE$ (मध्यरेखा AC ले $\triangle ABE$ लाई आधा गर्ने भएकोले ।)

$$\therefore \triangle ABC = 20\text{cm}^2$$

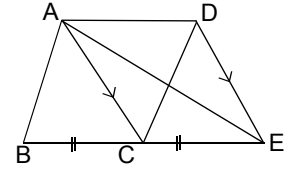
$$\begin{aligned} \text{त्यसैले, चतुर्भुज } ABCD \text{ को क्षेत्रफल} &= \triangle ABC + \triangle ACD \\ &= 20 + 20 \\ &= 40\text{cm}^2 \end{aligned}$$



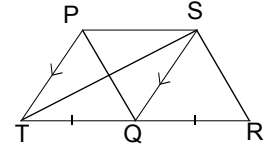
अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

१. दिइएको चित्रमा $AC \parallel DE$ र $BC = CE$ छन् ।

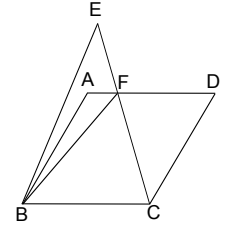
यदि $\triangle ABC = 25\text{cm}^2$ भए चतुर्भुज $ABCD$ को क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।



२. दिइएको चित्रमा $PT \parallel SQ$ र $TQ = QR$ छन् । यदि $\triangle PQS$ को क्षेत्रफल 40cm^2 भए $\triangle RST$ को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

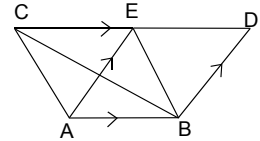


३. दिइएको चित्रमा $ABCD$ एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो । EC को मध्य बिन्दु F हो । यदि $\triangle BEF$ को क्षेत्रफल 15cm^2 भए $ABCD$ को क्षेत्रफल कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

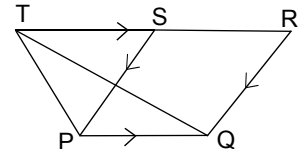


थप अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

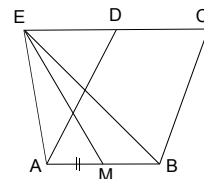
१. दिइएको चित्रमा $AB \parallel CD$ र $AE \parallel BD$ छन् । यदि $\triangle BDE$ को क्षेत्रफल 16cm^2 छ भने $\triangle ABC$ को क्षेत्रफल कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।



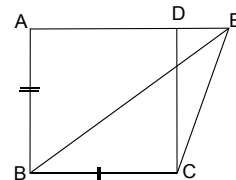
२. दिइएको चित्रमा, $PQ \parallel TR$ र $PS \parallel QR$ छन् । यदि $\triangle PST$ को क्षेत्रफल 25cm^2 र स.ल.च. $PQRT$ को क्षेत्रफल 105cm^2 छ भने $\triangle PQT$ को क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।



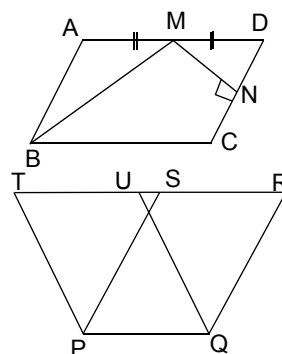
३. दिइएको चित्रमा $EC \parallel AB$, $AD \parallel BC$ र AB को मध्य बिन्दु M छन् । यदि $\square ABCD$ को क्षेत्रफल 80cm^2 छ भने $\triangle AME$ को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।



४. चित्रमा $ABCD$ एउटा वर्ग हो । AD लाई E सम्म लम्ब्याइएको छ । यदि $\triangle BCE$ को क्षेत्रफल 25cm^2 छ भने विकर्ण AC को लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।



५. दिइएको चित्रमा $ABCD$ को भुजा AD को मध्य बिन्दु M बाट CD मा लम्ब MN खिचिएको छ । यदि $CD = 8\text{cm}$ र $N = 4\text{cm}$ छ भने $\triangle BAM$ को क्षेत्रफल र $\square ABCD$ को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।



लामो नमुना प्रश्नोत्तर र अभ्यास

नमुना १

दिइएको चित्रमा एउटै आधार PQ र उही समानान्तर रेखाहरू PQ र TR बिच समानान्तर चतुर्भुजहरू $PQRS$ र $PQUT$ छन् ।

प्रमाणित गर्नुहोस् :

i) $\triangle PST \cong \triangle QRU$

ii) $\square PQRS$ को क्षेत्रफल $\square PQUT$ को क्षेत्रफल

प्रमाण:

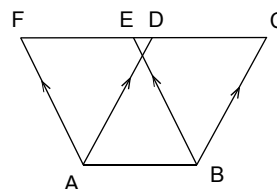
तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\triangle PST$ र $\triangle QRU$ मा	1.	
i)	$PS = QR$	i)	$\square PQRS$ का सम्मुख भुजाहरू भएकाले ।
ii)	$\angle PST = \angle QRU$	ii)	समानान्तर रेखाहरू PS र QR मा बनेका सङ्गत कोणहरू भएकाले ।
iii)	$\angle PTS = \angle QUR$	iii)	सङ्गत कोणहरू : $PT \parallel QU$ भएकाले ।
2.	$\triangle PST \cong \triangle QRU$	2.	भु.को.को. तथ्यअनुसार ।
3.	$\triangle PST = \triangle QRU$	3.	अनुरूप त्रिभुजहरूका क्षेत्रफल बराबर हुने भएकाले ।
4.	स.ल.च. $PQRT - \triangle PST =$ स.ल.च. $PQRT - \triangle QRU$	4.	बराबर क्षेत्रफल भएका त्रिभुजहरूलाई उही चित्र $PQRT$ बाट घटाउदा
5.	$\therefore \square PQRS = \square PQUT$	5.	शेष तथ्य ।

प्रमाणित भयो ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

१. दिइएको चित्रमा एउटै आधार AB र उही समानान्तर रेखाहरू AB र FC बिच बनेका समानान्तर चतुर्भुजहरू $ABCD$ र $ABEF$ छन् ।

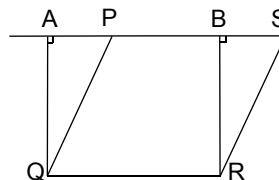
प्रमाणित गर्नुहोस् :



i) $\triangle AFD \cong \triangle BEC$

ii) $\square ABCD$ को क्षेत्रफल = $\square ABEF$ को क्षेत्रफल ।

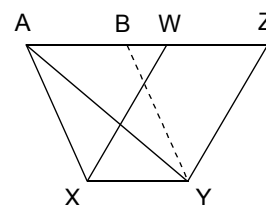
२. दिइएको चित्रमा आयत AQRB र समानान्तर चतुर्भुज PQRS एउटै आधार QR र उही समानान्तर रेखाहरू QR र AS बिच छन् । प्रमाणित गर्नुहोस् :
आयत AQRB को क्षेत्रफल = समानान्तर चतुर्भुज PQRS को क्षेत्रफल



३. एउटै आधार WX र उही समानान्तर रेखाहरू WX र VY बिच रहेका समानान्तर चतुर्भुजहरू UVWX र WXYZ का क्षेत्रफलहरू बराबर हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

नमुना २ :

एउटै आधार XY र उही समानान्तर रेखाहरू XY र AZ बिच बनेका त्रिभुज AXY को क्षेत्रफल समानान्तर चतुर्भुज WXYZ को क्षेत्रफलको आधा हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



समाधान :

यहाँ, थाहा दिइएको : एउटै आधार XY र उही समानान्तर रेखाहरू XY र AZ बिच $\triangle AXY$ र $\square WXYZ$ छन् ।

प्रमाणित गर्नुपर्ने : $\triangle AXY = \frac{1}{2} \square WXYZ$

जुक्ति (रचना) : $XA // YB$ खिचौ ।

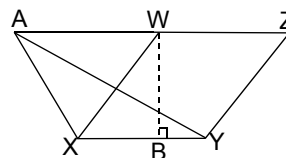
प्रमाण :

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	AXYB एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो ।	1.	$AX // BY$ र $AB // XY$ भएकाले ।
2.	$\square AXYB = \square WXYZ$	2.	एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरू बिच बनेका समानान्तर चतुर्भुजहरू भएकाले ।
3.	$\triangle AXY = \frac{1}{2} \square AXYB$	3.	विकर्ण AY ले $\square AXYB$ लाई आधा गर्ने भएकाले ।
4.	$\therefore \triangle AXY = \frac{1}{2} \square WXYZ$	4.	तथ्य 2 र 3 अनुसार ।

प्रमाणित भयो ।

वैकल्पिक तरिका :

जुक्ति : XY मा लम्ब WB खिचौ ।



प्रमाण :

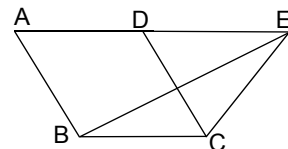
तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\square WXYZ = XY \cdot WB$ <input type="text"/>	1.	समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल = आधार \times उचाइ भएकाले ।
2.	$\triangle AXY = \frac{1}{2} XY \cdot WB$ <input type="text"/>	2.	त्रिभुजको क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ आधार \times उचाइ भएकाले ।

3.	$\therefore \Delta AXY = \frac{1}{2} \square WXYZ$	3.	तथ्य 1 र 2 अनुसार ।
----	--	----	---------------------

प्रमाणित भयो ।

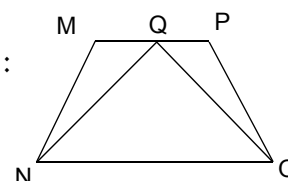
अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

१. दिइएको चित्रमा ΔBCE र $\square ABCD$ एउटै आधार BC र उही समानान्तर रेखाहरू BC र AE बिच छन् भने ΔBCE को क्षेत्रफल $\square ABCD$ को आधा हुन्छ, भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



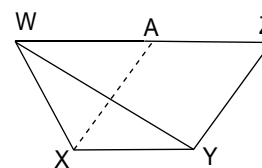
२. एउटै आधार QR र उही समानान्तर रेखाहरू QR र PS बिच बनेको समानान्तर चतुर्भुज $QRST$ को क्षेत्रफल ΔPQR को क्षेत्रफलको दुई गुणा हुन्छ भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।

३. दिइएको चित्रमा $MNOP$ एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो । प्रमाणित गर्नुहोस् : ΔQNO को क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \square MNOP$ को क्षेत्रफलहरू बराबर हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



नमुना प्रश्न ३ :

एउटै आधार XY र उही समानान्तर रेखाहरू XY र WZ बिच बनेका त्रिभुजहरू WXY र ZXY का क्षेत्रफलहरू बराबर हुन्छन् भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।



समाधान :

यहाँ, थाहा दिइएको : एउटै आधार XY र उही समानान्तर रेखाहरू XY र WZ बिच ΔWXY र ΔZXY छन् ।

सिद्ध गर्नुपर्ने : $\Delta WXY = \Delta ZXY$

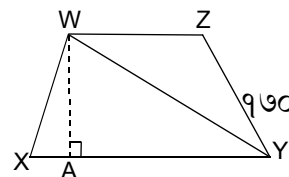
जुक्ति : $YZ \parallel XA$ खिचौ ।

प्रमाण :

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$AXYZ$ एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो ।	1.	$AX \parallel ZY$ (जुक्ति) र $XY \parallel AZ$ (दिइएको) भएकाले ।
2.	$\Delta ZXY = \frac{1}{2} \square AXYZ$	2.	विकर्ण XZ ले $\square AXYZ$ लाई आधा गर्ने भएकाले ।
3.	$\Delta WXY = \frac{1}{2} \square AXYZ$	3.	एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरू बिचका त्रिभुज र समानान्तर चतुर्भुजको सम्बन्ध ।
4.	$\therefore \Delta ZXY = \Delta WXY$	4.	तथ्य 2 र 3 अनुसार । (बराबरी तथ्य)

प्रमाणित भयो ।

वैकल्पिक तरिका :



जुक्ति : $WA \perp XY$ खिचौ ।

प्रमाण :

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\Delta WXY = \frac{1}{2} XY \cdot WA$	1.	त्रिभुजको क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ आधार \times उचाइ भएकाले
2.	$\Delta ZXY = \frac{1}{2} XY \cdot WA$	2.	कारण 1 अनुसार
3.	$\therefore \Delta WXY = \Delta ZXY$	3.	तथ्य 1 र 2 अनुसार

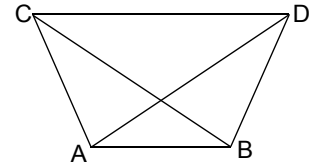
प्रमाणित भयो ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

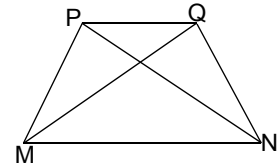
१. दिइएको चित्रमा ΔABC र ΔABD एउटै आधार AB र उही समानान्तर रेखाहरू AB र CD बिच छन् ।

प्रमाणित गर्नुहोस् :

ΔABC को क्षेत्रफल $= \Delta ABD$ को क्षेत्रफल



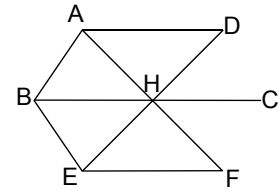
२. एउटै आधार QR र उही समानान्तर रेखाहरू QR र PS बिच बनेका त्रिभुजहरू PQR र SQR का क्षेत्रफल बराबर हुन्छन् भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।



३. दिइएको चित्रमा $PQ \parallel MN$ छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् : $\Delta PMN = \Delta QMN$

नमुना प्रश्न ४ :

दिइएको चित्रमा $AD \parallel BC \parallel EF$, $AB \parallel DE$ र $BE \parallel AF$ छन् भने $\square ABCD$ र $\square BEFH$ को क्षेत्रफल बराबर हुन्छन् भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



समाधान :

यहाँ, प्रमाणित गर्नुपर्ने : $\square ABCD = \square BEFH$

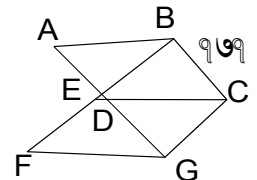
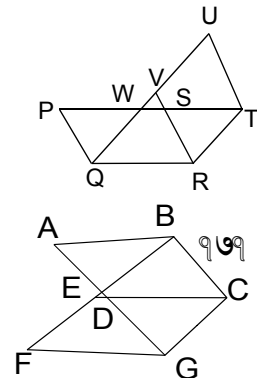
प्रमाण :

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\square ABCD = \square ABEG$	1.	एउटै आधार AB र उही समानान्तर रेखाहरू AB र DE बिचका समानान्तर चतुर्भुजहरू भएकाले ।
2.	$\square BEFH = \square ABEG$	2.	एउटै आधार BE र उही समानान्तर रेखाहरू BE र AF बिचका समानान्तर चतुर्भुजहरू भएकाले ।
3.	$\therefore \square ABCD = \square BEFH$	3.	तथ्य 1 र 2 अनुसार ।

प्रमाणित भयो ।

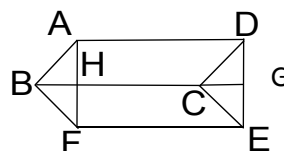
अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

१. दिइएको चित्रमा $PT \parallel VR \parallel UT$, $QU \parallel RT$ र $PT \parallel QR$ भए $\square PQRS$ र $\square RTUV$ का क्षेत्रफल बराबर हुन्छन् भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



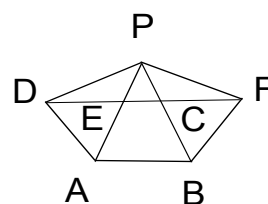
२. दिइएको चित्रमा $AB \parallel EC \parallel FG$, $AG \parallel BC$ र $BF \parallel CG$ छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् : $\square ABCD = \square CEFG$.

- ३) दिइएको चित्रमा $AD \parallel BC \parallel FE$, $AB \parallel DC$, $BF \parallel CE$ र $AF \parallel DE$ छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् :
 $\square ADEF = \square ABCD + \square BCEF$.



नमुना प्रश्न ५ :

- दिइएको चित्रमा $PA \parallel FB$, $PB \parallel DA$ र $DF \parallel AB$ छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् :
 $\triangle PAD = \triangle PBF$



समाधान :

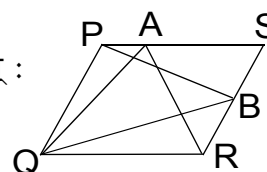
प्रमाण :

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\triangle PAD = \frac{1}{2} \square ABCD$	1.	एउटै आधार AD र उही समानान्तर रेखाहरू AD र BP बिचका त्रिभुज र समानान्तर चतुर्भुजको सम्बन्ध ।
2.	$\triangle PBF = \frac{1}{2} \square ABFE$	2.	एउटै आधार BF र उही समानान्तर रेखाहरू BF र AP बिचका त्रिभुज र समानान्तर चतुर्भुजको सम्बन्ध ।
3.	$\square ABCD = \square ABFE$	3.	एउटै आधार AB र उही समानान्तर रेखाहरू AB र DF बिचमा समानान्तर चतुर्भुजहरूको सम्बन्ध ।
4.	$\therefore \triangle PAD = \triangle PBF$	4.	तथ्य 1, 2 र 3 अनुसार ।

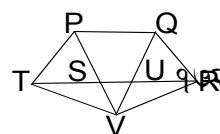
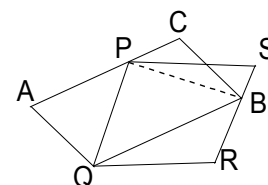
प्रमाणित भयो ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

१. चित्रमा PQRS एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो भने प्रमाणित गर्नुहोस् :
 $\triangle AQR = \triangle BPQ$.



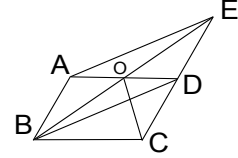
२. चित्रमा PQRS र AQBC दुई समानान्तर चतुर्भुजहरू हुन् भने तिनीहरूको क्षेत्रफल बराबर हुन्छ भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।



- ३) चित्रमा $PT \parallel TR$, $PT \parallel QV$ र $PV \parallel QR$ छन् भने ΔPVT र ΔQVR का क्षेत्रफल बराबर हुन्छन् भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

तमुना प्रश्न ६ :

चित्रमा ABCD एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो भने प्रमाणित गर्नुहोस् : $\Delta AOE = \Delta COD$



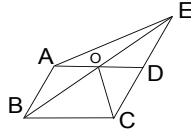
समाधान :

जुक्ति : B र D जोडिएको छ ।

प्रमाण :

तथ्यहरू		प्रमाणहरू	
1.	$\Delta ABE = \Delta ABD$	1	एउटै आधार AB र उही समानान्तर रेखाहरू AB र EC बिचका त्रिभुजहरू भएकाले ।
2.	$\Delta ABE - \Delta BAO = \Delta ABD - \Delta BAO$	2	तथ्य 1 को दुवैतर्फबाट उही ΔBAO घटाउँदा ।
3.	$\therefore \Delta AOE = \Delta BOD$	3	शेष तथ्य
4.	$\Delta COD = \Delta BOD$	4	एउटै आधार OD र उही समानान्तर रेखाहरू OD र BC बिचका त्रिभुजहरू भएकाले ।
5.	$\therefore \Delta AOE = \Delta COD$	5	तथ्य 3 र 4 अनुसार ।

प्रमाणित भयो ।



बैकल्पिक तरिका :

प्रमाण :

तथ्यहरू		प्रमाणहरू	
1.	$\Delta BOC = \frac{1}{2} \square ABCD$	1.	एउटै आधार BC र उही समानान्तर रेखाहरू BC र AD बिचका त्रिभुज र समानान्तर चतुर्भुजको सम्बन्ध ।
2.	$\therefore \Delta AOB + \Delta COD = \frac{1}{2} \square ABCD$	2.	$\Delta AOB + \Delta COD + \Delta BOC = \square ABCD$ र तथ्य 1 अनुसार ।
3.	$\Delta ABE = \frac{1}{2} \square ABCD$	3.	एउटै आधार AB र उही समानान्तर रेखाहरू AB र EC बिचका त्रिभुज र समानान्तर चतुर्भुजको सम्बन्ध ।

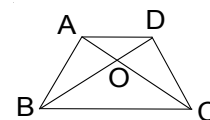
4.	$\therefore \Delta AOB + \Delta AOE = \frac{1}{2} \square ABCD$	4.	सिङ्गो टुक्रे तथ्य ।
5.	$\therefore \Delta AOB + \Delta COD = \Delta AOB + \Delta AOE$	5.	तथ्य 2 र 4 अनुसार ।
6.	$\therefore \Delta COD = \Delta AOE$	6.	तथ्य 5 को दुवै तर्फबाट साभ्ना ΔAOB हटाउँदा ।

प्रमाणित भयो ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

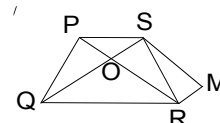
१. चित्रमा $AD \parallel BC$ छन् ।

प्रमाणित गर्नुहोस् : $\Delta AOB = \Delta COD$



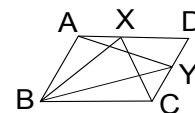
२. चित्रमा $PS \parallel QR$, $QS \parallel RM$ र $SM \parallel PR$ भए, प्रमाणित गर्नुहोस् ।

$\Delta POQ = \frac{1}{2} \square SORM$



३. दिइएको चित्रमा ABCD एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो भने प्रमाणित गर्नुहोस् :

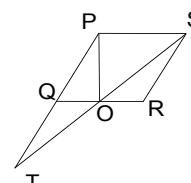
$\Delta YAB = \Delta XAB + \Delta XDC$



४. दिइएको चित्रमा PQRS एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो ।

PQ लाई T सम्म लम्ब्याइएको छ । यदि TOS

एउटा सिधा रेखा हो भने प्रमाणित गर्नुहोस् : $\Delta POQ = \Delta ROT$



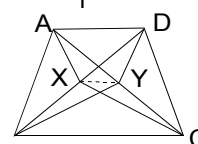
नमुना प्रश्न ७ :

चित्रमा ABCD एउटा समलम्ब चतुर्भुज हो ।

जस्मा $AD \parallel BC$, AC को मध्य बिन्दु Y र BD को

मध्य बिन्दु X छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् :

$\Delta AXC = \Delta DYB$, जुक्ति : X र Y जोडौ ।



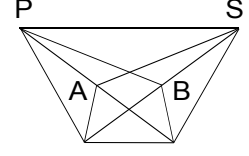
प्रमाण :

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$AD \parallel XY \parallel BC$	1	समलम्ब चतुर्भुजको विकर्णहरूका मध्य बिन्दुहरू मध्य रेखामा पर्दछन् र मध्यरेखा आधारहरूसँग समानान्तर हुने भएकाले ।
2.	$\Delta AXY = \Delta DXY$	2	एउटै आधार XY र उही समानान्तर रेखाहरू XY र AD बिचका त्रिभुजहरू ।
3.	$\Delta CXY = \Delta BXY$	3	एउटै आधार XY र उही समानान्तर रेखाहरू XY र BC बिचका त्रिभुजहरू ।
4.	$\Delta AXY + \Delta CXY = \Delta DXY + \Delta BXY$	4	तथ्य 2 र 3 जोड्दा ।
5.	$\therefore \Delta AXC = \Delta DYB$	5.	सिङ्गो टुक्रे तथ्य ।

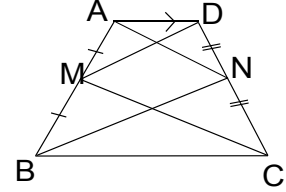
प्रमाणित भयो ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

१. चित्रमा $PS \parallel QR$ र PR र QS का मध्य बिन्दुहरू क्रमशः A र B हुन् ।
 $\triangle PBR$ र $\triangle QAS$ का
 क्षेत्रफलहरू बराबर हुन्छन् भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

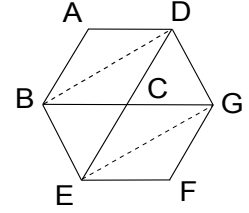


२. दिएको चित्रमा $ABCD$ एउटा समलम्ब चतुर्भुज हो । जसमा $AD \parallel BC$ छन् ।
 यदि AB र DC का मध्य बिन्दुहरू क्रमशः M र N हुन् भने $\triangle ABN$ र
 $\triangle CDM$ का क्षेत्रफलहरू बराबर हुन्छन् भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



नमुना प्रश्न ८ :

चित्रमा $AD \parallel BG \parallel EF$ र $AB \parallel DE \parallel GF$ छन् यदि $\square ABCD$ र
 $\square CEF G$ का क्षेत्रफल बराबर छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् : $BE \parallel DG$



समाधान :

जुक्ति : BD र EG जोडिएका छन् ।

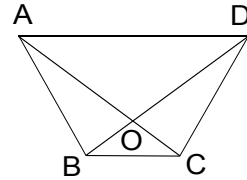
प्रमाण :

तथ्यहरू		प्रमाणहरू	
1.	$\triangle BCD = \frac{1}{2} \square ABCD$	1.	विकर्ण BD ले $\square ABCD$ लाई आधा गर्ने भएकाले ।
2.	$\triangle CEG = \frac{1}{2} \square CEF G$	2.	विकर्ण EG ले $\square CEF G$ लाई आधा गर्ने भएकाले
3.	$\square ABCD = \square CEF G$	3.	दिइएको
4.	$\therefore \triangle BCD = \triangle CEG$	4.	तथ्यहरू 1, 2 र 3 अनुसार ।
5.	$\triangle BCD + \triangle BCE = \triangle CEG + \triangle BCE$	5.	योग तथ्य ।
6.	$\triangle BDE = \triangle BGE$	6.	सिङ्गो टुक्रे तथ्य ।
7.	$\therefore BE \parallel DG$	7.	तथ्य 6 अनुसार एउटै आधार BE र यसको एकैतिरका त्रिभुजहरूको क्षेत्रफल बराबर भएकाले ।

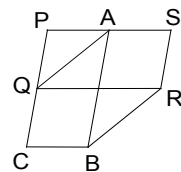
प्रमाणित भयो ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

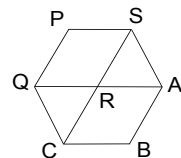
१. दिइएको चित्रमा यदि $\triangle AOB = \triangle COD$ छन् भने
 $AD \parallel BC$ हुन्छ भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।



२. दिइएको चित्रमा यदि $\square PQRS$ र $\square PABC$ का क्षेत्रफलहरू बराबर छन् भने $QA//BR$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



३. दिइएको चित्रमा $PS//QA//CB$, $PQ//SC//AB$ र $QC//SA$ छन् भने $\square PQRS$ र $\square RABC$ का क्षेत्रफल बराबर हुन्छन् भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



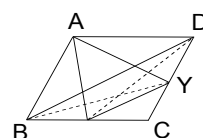
नमुना प्रश्न ९ :

दिइएको चित्रमा ABCD एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो । यदि $\triangle ABX = \triangle ADY$

भए प्रमाणित गर्नुहोस् : $BD//XY$

समाधान :

रचना : BY र XD जोडौं ।



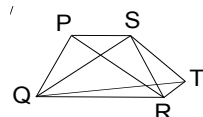
प्रमाण :

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\triangle ABX = \triangle DBX$	1.	एउटै आधार BX र उही समानान्तर रेखाहरू BX र AD बिचका त्रिभुजहरू भएकाले ।
2.	$\triangle ADY = \triangle BDY$	2.	एउटै आधार DY र उही समानान्तर रेखाहरू DY र AB बिचका त्रिभुजहरू भएकाले ।
3.	$\triangle ABX = \triangle ADY$	3.	दिइएको
4.	$\therefore \triangle DBX = \triangle DBY$	4.	तथ्यहरू 1, 2 र 3 अनुसार ।
5.	$\therefore BD//XY$	5.	तथ्य 4 अनुसार एउटै आधार BD र यसको एकैतिर परेका त्रिभुजहरूको क्षेत्रफल बराबर भएकाले ।

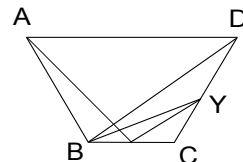
प्रमाणित भयो ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

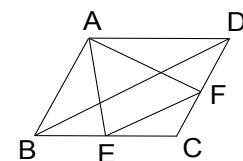
१. दिइएको चित्रमा $PS//QR$ छन् । यदि $\triangle PQR = \triangle QST$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् : $QS//RT$



२. दिइएको चित्रमा $AD//BC$ छन् । यदि $\triangle ABX$ र $\triangle BDY$ को क्षेत्रफल बराबर छन् भने $BD//XY$ हुन्छ भनी सिद्ध गर्नुहोस् :



३. दिइएको चित्रमा ABCD एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो र $BD//EF$ छ भने प्रमाणित गर्नुहोस् । $\triangle ABE = \triangle ADF$

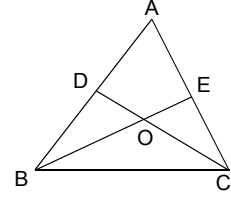


नमुना प्रश्न १० :

दिइएको चित्रमा मध्यरेखाहरू BE र CD विन्दु O मा प्रतिच्छेदन भएका छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् : चतुर्भुज ADOE को क्षेत्रफल = ΔBOC को क्षेत्रफल

समाधान :

प्रमाण :



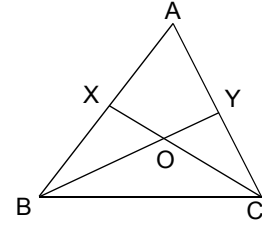
तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\Delta ABE = \frac{1}{2} \Delta ABC$	1.	मध्य रेखा BE ले ΔABC लाई आधा गर्छ ।
2.	$\Delta BCD = \frac{1}{2} \Delta ABC$	2.	मध्य रेखा CD ले ΔABC लाई आधा गर्छ ।
3.	$\therefore \Delta ABE = \Delta BCD$	3.	तथ्यहरू 1 र 2 अनुसार ।
4.	$\Delta ABE - \Delta BOD = \Delta BCD - \Delta BOD$	4.	तथ्य 3 को दुवैतर्फबाट ΔBOC घटाउँदा ।
5.	\therefore चतुर्भुज ADOE = ΔBOC	5.	शेष तथ्य ।

प्रमाणित भयो ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

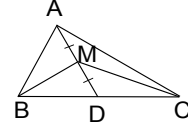
१. दिइएको ΔABC मा AB र AC का मध्य विन्दुहरू क्रमशः X र Y छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् :

- ΔAXC को क्षेत्रफल = ΔBYC को क्षेत्रफल
- चतुर्भुज AXOY को क्षेत्रफल = ΔBOC को क्षेत्रफल

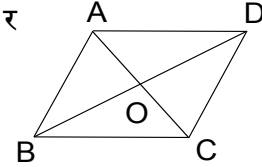


२. दिइएको ΔABC मा BC को कुनै विन्दु D छ र AD को मध्य विन्दु छ भने, प्रमाणित गर्नुहोस्।

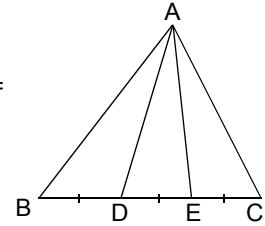
$$\Delta BMC = \frac{1}{2} \Delta ABC$$



३. दिइएको चित्रमा ABCD एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो । यदि विकर्णहरू AC र BD विन्दु O मा प्रतिच्छेदन भएका छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् : $\Delta AOB = \Delta BOC = \Delta COD = \Delta DOA$



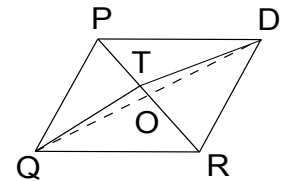
४. दिइएको ΔABC मा यदि $BD = DE = CE$ छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् : $\Delta ADE = \frac{1}{3} \Delta ABC$



नमुना प्रश्न ११ :

दिइएको चित्रमा PQRS एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो र विकर्ण PR को कुनै विन्दु T हो ।

प्रमाणित गर्नुहोस् : $\Delta PQT = \Delta PST$



समाधान :

जुक्ति : QS जोडौं । जसले PR लाई विन्दु O मा प्रतिच्छेदन गरिएको छ ।

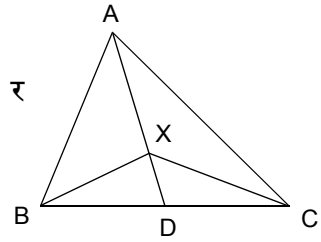
प्रमाण :

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	QS को मध्य विन्दु O हो ।	1.	समानान्तर चतुर्भुजका विकर्णहरू परस्पर समद्विभाजन हुन्छन् ।
2.	$\Delta POQ = \Delta POS$	2.	मध्यरेखा PO ले ΔPQS लाई आधा गर्छ ।
3.	$\Delta TOQ = \Delta TOS$	3.	मध्यरेखा TO ले ΔTQS लाई आधा गर्छ ।
4.	$\Delta POQ - \Delta TOQ = \Delta POS - \Delta TOS$	4.	तथ्य 2 बाट 3 घटाउँदा ।
5.	$\therefore \Delta PQT = \Delta PST$	5.	शेष तथ्य ।

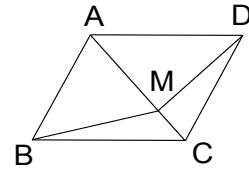
प्रमाणित भयो ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

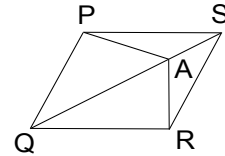
१. दिइएको चित्रमा ΔABC को मध्य रेखा AD मा कुनै विन्दु X छ भने ΔABX र ΔACX को क्षेत्रफल बराबर हुन्छन् भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।



२. चित्रमा ABCD एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो । यदि AC को कुनै विन्दु M भए, प्रमाणित गर्नुहोस् । $\Delta BMC = \Delta DMC$

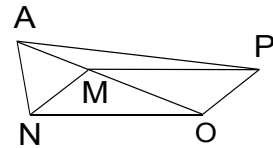


३. चित्रमा PQRS एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो । QS को कुनै विन्दु A छ । प्रमाणित गर्नुहोस् : $\Delta PAQ = \Delta RAQ$



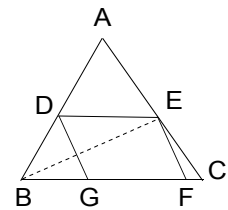
४. दिइएको चित्रमा MNOP एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो । विकर्ण OM लाई विन्दु A सम्म लम्ब्याइएको छ ।

प्रमाणित गर्नुहोस् : $\Delta AMN = \Delta AMP$



नमुना प्रश्न १२.

दिइएको चित्रमा ΔABC को भुजाहरू AB र AC का मध्य विन्दुहरू क्रमशः D र E हुन् । यदि $DG \parallel EF$ छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् ।
चतुर्भुज DEFG को क्षेत्रफल = $\frac{1}{4}$ ΔABC को क्षेत्रफल



समाधान :

जुक्ति : BE जोडिएको छ ।

प्रमाण :

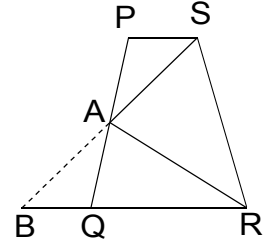
तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\triangle ADM$ र $\triangle CNM$ मा	1.	
	i) $DM = CM$		i) थाहा दिइएकोबाट ।
	ii) $\angle AMD = \angle NMC$		ii) शीर्षाभिमुख कोणहरू ।
	iii) $\angle DAM = \angle CNM$		iii) एकान्तर कोणहरू । $AD \parallel BN$ भएकाले ।
2.	$\therefore \triangle ADM \cong \triangle CNM$	2.	भु.को.को.तथ्यअनुसार ।
3.	$\triangle ADM = \triangle CNM$	3.	अनुरूप त्रिभुजहरूका क्षेत्रफलहरू ।
4.	$AM = NM$	4.	अनुरूप त्रिभुजहरूका संगति भुजाहरू ।
5.	$\triangle ADM + \text{चतुर्भुज } ABCM = \triangle CNM + \text{चतुर्भुज } ABCM$	5.	योग तथ्य ।
6.	स.ल.च. $ABCD = \triangle ABN$	6.	सिङ्गो टुक्रे तथ्य ।
7.	$\triangle ABM = \frac{1}{2} \triangle ABN$	7.	मध्यरेखा BM ले $\triangle ABN$ लाई आधा गर्ने भएकाले ।
8.	$\therefore \triangle ABM = \frac{1}{2}$ समलम्ब चतुर्भुज $ABCD$	8.	तथ्य 6 र 7 अनुसार ।

प्रमाणित भयो ।

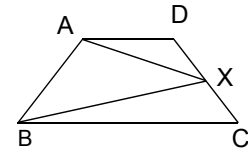
अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

1. दिइएको चित्रमा PQRS एउटा समलम्ब चतुर्भुज हो । जसमा $PS \parallel QR$ र $PA = QA$ छन् । यदि SA र RQ लाई लम्ब्याउँदा बिन्दु B मा भेट्छ भने प्रमाणित गर्नुहोस् :

- (i) $\triangle PAS \cong \triangle QAB$
(ii) $\triangle BSR =$ समलम्ब चतुर्भुज PQRS
(iii) $\triangle SAR = \frac{1}{2}$ समलम्ब चतुर्भुज PQRS

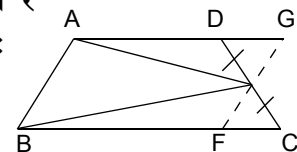


2. दिइएको चित्रमा $AD \parallel BC$ र $DX = CX$ छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् :
 $\triangle ABX = \triangle ADX + \triangle BCX$



3. दिइएको चित्रमा ABCD एउटा समलम्ब चतुर्भुज हो । जसमा $AD \parallel BC$ र $DE = CE$ छन् । बिन्दु E बाट AB सँग समानान्तर हुने गरी खिचिएको रेखाले BC लाई F मा र AD को लम्ब्याइएको भागलाई G मा भेटेको छ भने प्रमाणित गर्नुहोस् :

- i) $\triangle DEG \cong \triangle CEF$

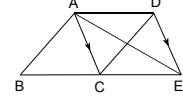


ii) $\square ABFG = \text{समलम्ब चतुर्भुज } ABCD$

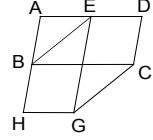
iii) $\triangle ABE = \frac{1}{2} \text{ समलम्ब चतुर्भुज } ABCD$

थप अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

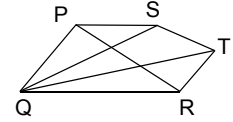
1. दिइएको चित्रमा $AC \parallel DE$ छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् । चतुर्भुज $ABCD$ को क्षेत्रफल $= \triangle ABE$ को क्षेत्रफल



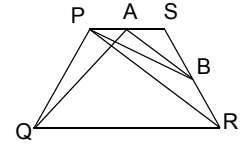
2. चित्रमा, $AD \parallel BC \parallel HG$, $AH \parallel EG \parallel DC$ र $BE \parallel GC$ छन् भने $\square ABCD$ र $\square AEGH$ का क्षेत्रफलहरू बराबर हुन्छन् भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



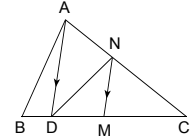
3. चित्रमा $PS \parallel QR$ र $QS \parallel RT$ छन् । प्रमाणित गर्नुहोस् । $\triangle PQR = \triangle QST$



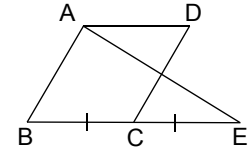
4. चित्रमा $PS \parallel QR$ र $AB \parallel PR$ छन् भने त्रिभुजहरू $\triangle APQ$ र $\triangle BPR$ का क्षेत्रफल बराबर हुन्छन् भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।



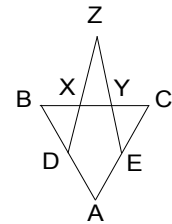
5. दिइएको $\triangle ABC$ मा BC को मध्य बिन्दु M हो र $DA \parallel MN$ छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् : $\triangle ABC = 2\triangle DNC$



6. चित्रमा $\square ABCD$ एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो । यदि $BC = CE$ भए $ABCD$ र $\triangle ABE$ को क्षेत्रफल बराबर हुन्छन् भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

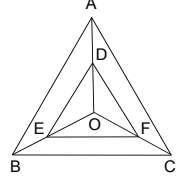


7. दिइएको त्रिभुज ABC मा AB र AC का मध्य बिन्दुहरू क्रमशः D र E हुन् । यदि $BX = XY = YC$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् : $\triangle ABC = 3\triangle XYZ$

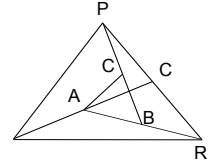


8. दिइएको चित्रमा AO, BO र CO का मध्य बिन्दुहरू क्रमशः D, E र F हुन् भने, प्रमाणित गर्नुहोस् ।

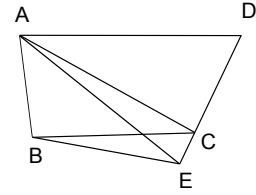
ΔABC को क्षेत्रफल = $4\Delta DEF$ को क्षेत्रफल



9. दिइएको त्रिभुज PQR को मध्य रेखा QS हो । यदि QS, RA र PB का मध्य बिन्दुहरू क्रमशः A, B र C हुन् भने, प्रमाणित गर्नुहोस् : $\Delta ABC = \frac{1}{8} \Delta PQR$



10. चित्रमा ABCD एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो । DC लाई E सम्म लम्ब्याइएको छ भने ΔADE र समलम्ब चतुर्भुज ABED का क्षेत्रफलहरू बराबर हुन्छन् भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।



एकाइ : 5

पाठ 14. वृत्त (Circle)

1. परिचय

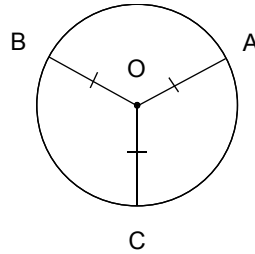
यस पाठमा वृत्तका विभिन्न भागहरू जस्तै : केन्द्रीय कोण, परिधि कोण र चक्रीय चतुर्भुज सम्बन्धी साध्यहरू र तिनको प्रयोगका बारेमा चर्चा गरिएको छ । S.L.C. मा यस पाठबाट दुई ओटा छोटो उत्तर आउने र एउटा लामो उत्तर आउने प्रश्न सोधिने छ ।

2. आधारभूत तथ्य तथा सूत्रहरू

1. वृत्तको एउटै चापमा आधारित केन्द्रीय कोण परिधि कोणको दोब्बर हुन्छ ।
2. वृत्तको एउटै चापमा आधारित परिधि कोणहरू बराबर हुन्छन् । (एउटै वृत्त खण्डका कोणहरू बराबर हुन्छन् ।)
3. अर्धवृत्तको कोण एक समकोण हुन्छ ।
4. चक्रीय चतुर्भुजको सम्मुख कोणहरू परिपुरक हुन्छन् ।
5. चक्रीय चतुर्भुजको बाह्यकोण त्यसको भित्री विपरित कोणसँग बराबर हुन्छन् ।
6. वृत्तको केन्द्रीय कोण त्यसको सम्मुख चापसँग समप्रभावी हुन्छ ।
7. वृत्तको परिधिको कोण त्यसको सम्मुख चापको आधासँग समप्रभावी हुन्छ ।
8. बराबर चापहरूले बनाउने केन्द्रीय तथा परिधि कोणहरू बराबर हुन्छन् ।
9. बराबर केन्द्रीय कोणहरू तथा परिधि कोणहरूका सम्मुख चापहरू बराबर हुन्छन् ।
10. बराबर जीवाहरूको सङ्गत चापहरू बराबर हुन्छन् ।
11. सङ्गत चापहरू बराबर भएको जीवाहरू बराबर हुन्छन् ।
12. कुनै चतुर्भुजको सम्मुख कोणहरू परिपुरक छन् भने त्यो चक्रीय चतुर्भुज हुन्छ ।
13. कुनै चतुर्भुजको बाह्यकोण भित्री विपरित कोणसँग बराबर छन् भने त्यो चतुर्भुज चक्रीय हुन्छ ।
14. कुनै दुई विन्दुहरू जोड्ने रेखा खण्डले एकैतिरका दुई विन्दुहरूमा बनाएका कोणहरू बराबर छन् भने ती चार ओटा विन्दुहरू चक्रीय हुन्छन् ।

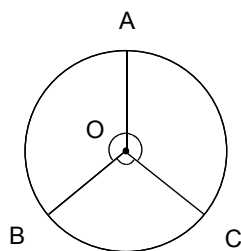
३. ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू

- एउटै वृत्तका अर्ध व्यासहरू बराबर हुन्छन् । जस्तै : वृत्त ABC मा $AO = BO = CO$ हुन्छन् ।

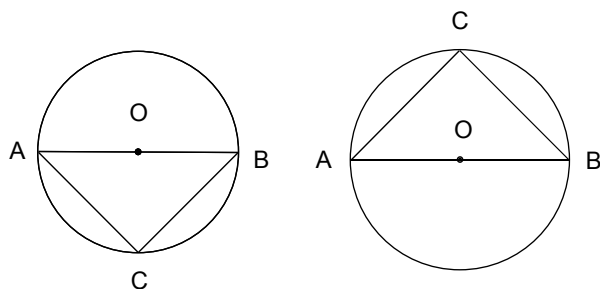


- केन्द्रीय कोण : केन्द्रीय कोणको शीर्षविन्दु वृत्तको केन्द्र हुन्छ र दुई ओटा भुजाहरू अर्ध व्यासहरू हुन्छन् । जस्तै : $\angle BOC$ र बृहत् कोण $\angle BOC$ केन्द्रीय कोणहरू हुन् । परिधि ABC का अंशहरू \widehat{BC} र \widehat{BAC} लाई चापहरू भनिन्छ । यसलाई \widehat{BC} र \widehat{BAC} लेखिन्छ । साथै आधारभूत तथ्य 6 अनुसार

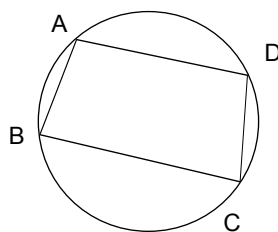
$\therefore \angle BOC \equiv \widehat{BC}$ र बृहत् $\angle BOC \equiv \widehat{BAC}$



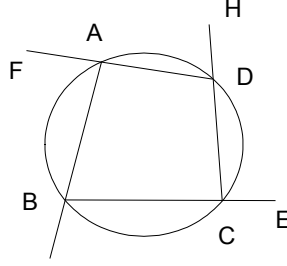
- परिधिकोण : वृत्तको कुनै दुई ओटा जीवाहरू परिधिको कुनै एउटा विन्दुमा मिलेर परिधि कोण बन्छ । जस्तै : $\angle BAC$ एउटा परिधि कोण हो । आधारभूत तथ्य 7 अनुसार $\therefore \angle BAC \equiv \frac{1}{2} \widehat{BC}$.
- व्यासमा उभिएको परिधिको कोण अर्ध वृत्तको कोण हुन्छ, जस्तै : $\angle ACB$ अर्ध वृत्त (वृत्तार्ध) को कोण हो । त्यसैले $\angle ACB = 90^\circ$ हुन्छ ।



- चारै ओटा शीर्ष विन्दुहरू एउटा वृत्तको परिधिमा परेको चतुर्भुज चक्रीय चतुर्भुज हो र शीर्ष विन्दुहरू चक्रीय विन्दुहरू हुन्छ । जस्तै : ABCD एउटा चक्रीय चतुर्भुज हो । A, B, C र D चक्रीय विन्दुहरू हुन् । साथै तथ्य 4 अनुसार $\therefore \angle A + \angle C = 180^\circ$ र $\therefore \angle B + \angle D = 180^\circ$

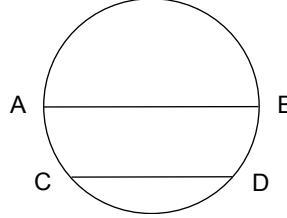


- चक्रीय चतुर्भुजको बाह्यकोण भन्नाले यसको कुनै एउटा भुजालाई लम्ब्याउँदा बन्ने बाहिरी कोण हो । जस्तै : $\angle BAF$, $\angle CBG$, $\angle DCE$ र $\angle ADH$ बाह्य कोणहरू हुन् । आधारभूत तथ्य 5 अनुसार $\angle DEC = \angle BAD$, $\angle ADH = \angle ABC$, $\angle BAF = \angle BCD$ र $\angle GBC = \angle ADC$

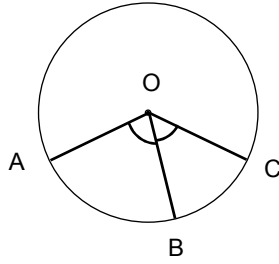


- समानान्तर जीवाहरूले काटेका चापहरू बराबर हुन्छन् । साथै बराबर चापहरू काट्ने जीवाहरू समानान्तर हुन्छन् ।

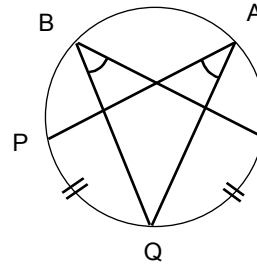
जस्तै : यदि $AB \parallel CD$ भए $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ हुन्छ र यदि $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ भए $AB \parallel CD$ हुन्छ ।



- आधारभूत तथ्य 8 र 9 अनुसार चित्र 1 मा यदि $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ भए, $\angle AOB = \angle BOC$ हुन्छ र $\angle AOB = \angle BOC$ भए $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ हुन्छ ।



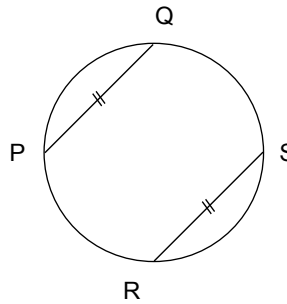
चित्र (i)



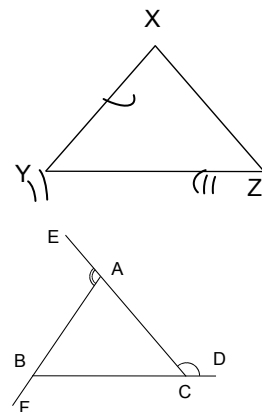
चित्र (ii)

चित्र (ii) मा यदि $\angle A = \angle B$ भए $\widehat{PQ} = \widehat{QR}$ हुन्छ र $\widehat{PQ} = \widehat{QR}$ भए $\angle A = \angle B$ हुन्छ ।

- आधारभूत तथ्य 10 र 11 अनुसार यदि $PQ = RS$ भए, $\widehat{PQ} = \widehat{RS}$ हुन्छ । र $\widehat{PQ} = \widehat{RS}$ भए $PQ = RS$ हुन्छ ।



त्रिभुजको तिन ओटा कोणहरूको योग 180° हुन्छ । जस्तै : $\angle X + \angle Y + \angle Z = 180^\circ$



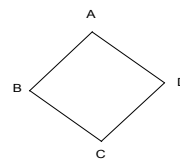
- त्रिभुजको एउटा भुजालाई लम्ब्याउँदा बन्ने बाह्यकोण त्यसको भित्री विपरित दुई कोणहरूको योगसँग बराबर हुन्छ । जस्तै : $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$,

$$\angle BAE = \angle ABC + \angle ACB \text{ र}$$

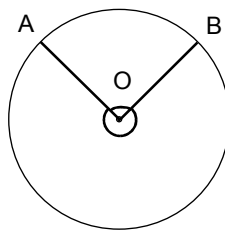
$$\angle CBF = \angle BAC + \angle ACB$$

- चतुर्भुजको चार ओटा कोणहरूको योगफल 360° हुन्छ ।

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$



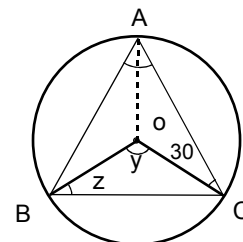
- एक परिधि = 360° हुन्छ । अर्थात् कुनै बिन्दुको वरिपरिको एक चक्करको कोण 360° हुन्छ । जस्तै : परिधि ABC = 360° र $\angle AOB + \text{बृहत् } \angle AOB = 360^\circ$



छोटो प्रश्नोत्तर र अभ्यास :

नमुना प्रश्न १:

दिइएको वृत्तमा O केन्द्र हो । यदि $\angle ABO = 20^\circ$ र $\angle ACO = 30^\circ$ भए x°, y° र z° का मानहरू निकाल्नुहोस् ।



समाधान :

जुक्ति : AO जोडौं ।

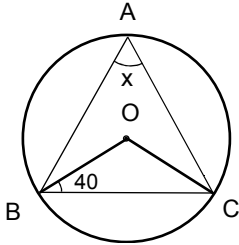
- $AO = BO = CO$ (एउटै वृत्तका अर्ध व्यासहरू)
- $\angle BAO = \angle ABO = 20^\circ$ (समद्विबाहु $\triangle AOB$ का आधारका कोणहरू)
- $\angle CAO = \angle ACO = 30^\circ$ (समद्विबाहु $\triangle AOC$ का आधारका कोणहरू)
- $\therefore \angle BAC(x^\circ) = \angle BAO + \angle CAO$
 $= 20^\circ + 30^\circ$
 $= 50^\circ$
- $y^\circ = 2 \times x^\circ$ (एउटै चापमा आधारित केन्द्रीय कोण र परिधिको कोणबिचको सम्बन्ध)
 $= 2 \times 50^\circ$
 $= 100^\circ$

6. फेरि $\angle OBC = \angle OCB = z^\circ$ (समद्विबाहु $\triangle BOC$ का आधारका कोणहरू)
7. $\angle OBC + \angle OCB + \angle BOC = 180^\circ$ ($\triangle BOC$ का कोणहरूको योग)
 or, $z + z + 100 = 180^\circ$
 or, $2z = 80^\circ$
 $\therefore z = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$
 $\therefore x^\circ = 50^\circ, y^\circ = 100^\circ$ र $z^\circ = 40^\circ$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

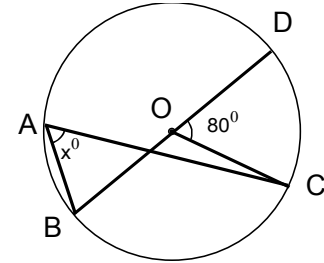
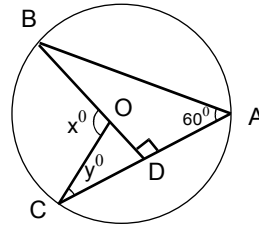
निम्न चित्रहरूबाट x° र y° को मानहरू निकाल्नुहोस् ।

(क)



(ग)

(ख)



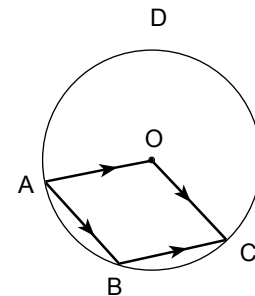
उत्तरहरू : (क) 50° (ख) $120^\circ, 30^\circ$ (ग) 50°

नमुना प्रश्न 2 :

दिइएको वृत्तमा O वृत्तको केन्द्र हो । यदि $AO \parallel BC$ र $AB \parallel OC$ भए $\angle OCB (= x^\circ)$ को मान निकाल्नुहोस् ।

समाधान :

- (i) $\angle AOC = \angle ABC = a^\circ$ (मानौं) (समानान्तर चतुर्भुज ABCO का सम्मुख कोणहरू ।)
- (ii) बृहत् $\angle AOC = 2 \times \angle ABC$ (एउटै चाप ADC मा आधारित)



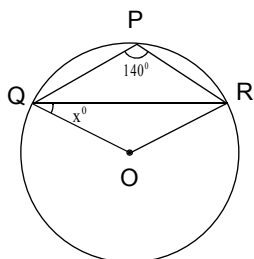
केन्द्रीय कोण र परिधि कोण बिचको सम्बन्ध)
 $= 2a^\circ$

- (iii) $\angle AOC + \text{बृहत } \angle AOC = 360^\circ$ (विन्दु O को वरिपरिको एक चक्करको कोण भएकाले)
 or, $a^\circ + 2a^\circ = 360^\circ$
 $\therefore a^\circ = 120^\circ$
- (iv) $\angle OCB + \angle ABC = 180^\circ$ (क्रमागत भित्री कोणहरूको योगफल : $AB \parallel OC$)
 or, $x^\circ + a^\circ = 180^\circ$
 $\therefore x^\circ = 60^\circ$

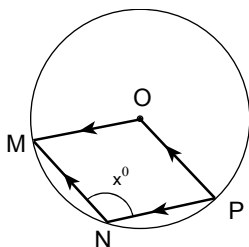
अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

१. तल दिइएका चित्रहरूबाट x° को मान निकाल्नुहोस् ।

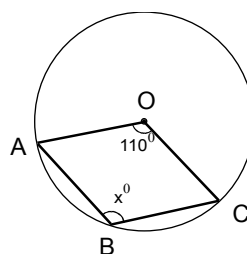
(क)



(ख)



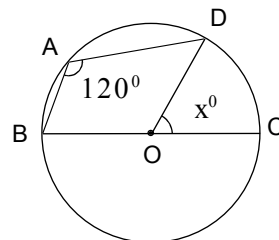
(ग)



उत्तरहरू : (क) 120° (ख) 125° (ग) 50°

नमुना प्रश्न 3 :

दिइएका वृत्तमा O वृत्तको केन्द्र हो । यदि
 $\angle BAD = 120^\circ$ भए, $\angle COD (x^\circ)$ को नाप
 पत्ता लगाउनुहोस् ।



समाधान :

1. बृहत $\angle BOD = 2\angle BAD$ - (एउटै चाप BCD मा आधारित केन्द्रीय = $2 \times 120^\circ$ - कोण र परिधि कोण बिचको सम्बन्ध 1)

$$= 240^\circ$$

2. $\angle BOC = 180^\circ$ - सरल कोण भएकाले ।

3. $\therefore \angle COD (x^\circ) = 240^\circ - 180^\circ = 60^\circ$

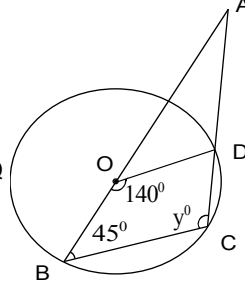
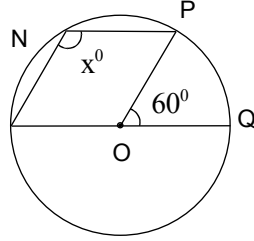
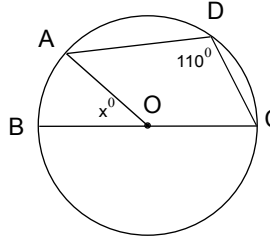
अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

दिइएको चित्रहरूबाट x° र y° को मान निकाल्नुहोस् ।

(क)

(ख)

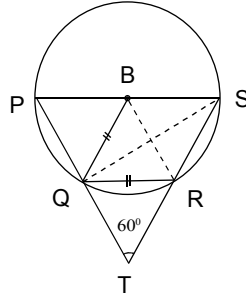
(ग)



उत्तरहरू : (क) 40° (ख) 120° (ग) $25^\circ, 110^\circ$

नमुना प्रश्न 4 :

दिइएको वृत्तमा केन्द्रविन्दु O छ । यदि $QO = QR$ भए,
 $\angle PTS$ को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।



समाधान :

जुक्ति : QS र RO जोडौं ।

यहाँ,

- (i) $QO = QR$ - दिइएको ।
- (ii) $QO = RO$ - अर्ध व्यासहरू ।
- (iii) $\therefore QO = QR = RO$ - (i) र (ii) अनुसार ।
- (iv) $\therefore \angle QOR = 60^\circ$ - $\triangle QOR$ समबाहु त्रिभुज भएकाले ।
- (v) $\angle PQS = 90^\circ$ - अर्ध वृत्तको कोण भएकाले ।
- (vi) $\angle QSR = \frac{1}{2} \angle QOR$ - एउटै चाप QR मा आधारित परिधि कोण र केन्द्रीय कोणको सम्बन्ध ।
 $= \frac{1}{2} \times 60^\circ$
 $= 30^\circ$
- (vii) $\angle PQS = \angle PTS + \angle QST$ - $\triangle QST$ को बाह्य कोण र त्यसको भित्री विपरित दुई कोणहरूको सम्बन्ध

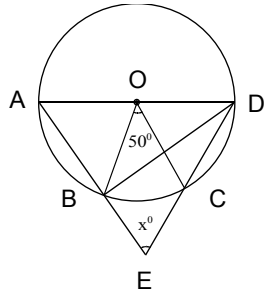
$$\text{or, } 90^\circ = \angle PTS + 30^\circ$$

$$\therefore \angle PTS = 60^\circ$$

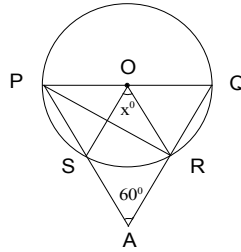
अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

दिइएको चित्रहरूबाट x° र y° को मानहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

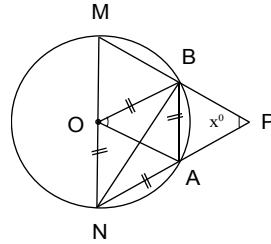
(क)



(ख)



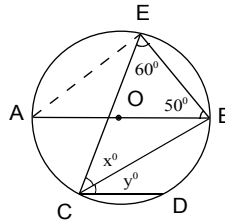
(ग)



उत्तरहरू : (क) 65° (ख) 60° (ग) 60°

नमुना प्रश्न 5 :

दिइएको चित्रमा O वृत्तको केन्द्र हो । यदि $AB \parallel CD$ $\angle BEC = 60^\circ$ र $\angle ABE = 50^\circ$ छन् भने x° र y° को मानहरू निकाल्नुहोस् ।



समाधान : ज्ञात : AE जोडौं ।

अब, (i) $\angle AEB = 90^\circ$

(ii) $\therefore \angle AEC = 90^\circ - 60^\circ$

(iii) $\therefore \angle ABC = \angle AEC = 30^\circ$

कोणहरू

(iv) $\therefore \angle BCD = \angle ABC$

$\therefore y^\circ = 30^\circ$

फेरि, (v) $\angle BAE = 90^\circ - 50^\circ$
 $= 40^\circ$

(vi) $\therefore \angle BCE = \angle BAE$

$\therefore x^\circ = 40^\circ$

त्यसैले, $\therefore x^\circ = 40^\circ$ र $y^\circ = 30^\circ$

- अर्ध वृत्तको कोण भएकाले

$= 30^\circ$ - $\angle AEC = \angle AEB - \angle BEC$ भएकाले ।

- एउटै चाप AC मा उभिएका परिधि

- एकान्तर कोणहरू : $AB \parallel CD$ भएकाले

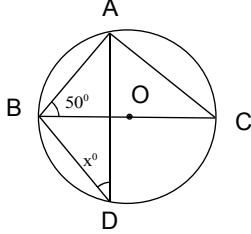
- $\triangle ABE$ मा, $\angle AEB = 90^\circ$ र $\angle ABE = 50^\circ$ भएकाले

- एउटै चाप BE मा उभिएका परिधि कोणहरू

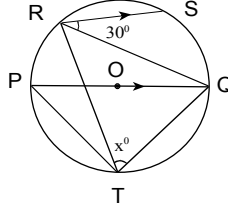
अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

दिइएको चित्रहरूबाट x° र y° का मानहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

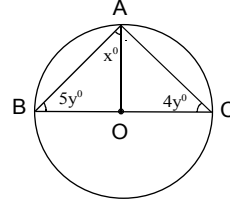
(क)



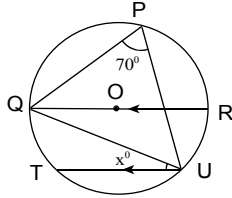
(ख)



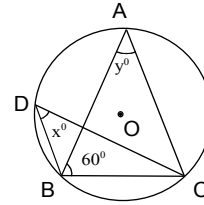
(ग)



(घ)



(ङ)

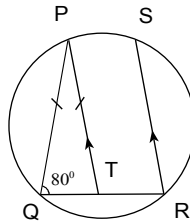


चित्रमा $AB=AC$ छन् ।

उत्तरहरू : (क) 40° (ख) 60° (ग) $50^\circ, 10^\circ$ (घ) 20° (ङ) $60^\circ, 60^\circ$

नमुना प्रश्न 6 :

दिइएको चित्रमा $PQ = PT$ र $PT \parallel SR$ छन् । यदि $\angle PQT = 80^\circ$ छ भने $\angle QPS$ को मान निकाल्नुहोस् ।



समाधान :

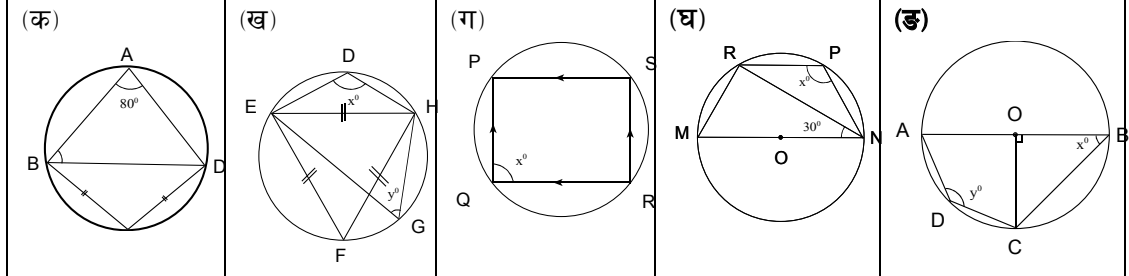
यहाँ,

- (i) $\angle PTQ = \angle PQT = 80^\circ$ ($PQ = PT$ भएकाले समद्विबाहु त्रिभुजका आधारका कोणहरू)
- (ii) $\angle QRS = \angle PTQ = 80^\circ$ (सङ्गत कोणहरू : $PT \parallel SR$ भएकाले)
- (iii) $\angle QPS + \angle QRS = 180^\circ$ (चक्रीय चतुर्भुज PQRS का सम्मुख कोणहरू भएकाले)
or, $\angle QPS + 80^\circ = 180^\circ$

$$\therefore \angle QPS = 100^\circ$$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

१. दिइएको चित्रहरूबाट x° को y° मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

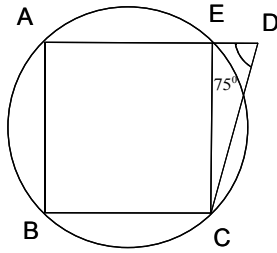


उत्तरहरू : (क) 40° (ख) $120^\circ, 60^\circ$ (ग) 90° (घ) 120° (ङ) $45^\circ, 135^\circ$

नमुना प्रश्न ७ :

दिइएको चित्रमा ABCD एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो ।

यदि $\angle CDE = 75^\circ$ भए $\angle CED$ को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।



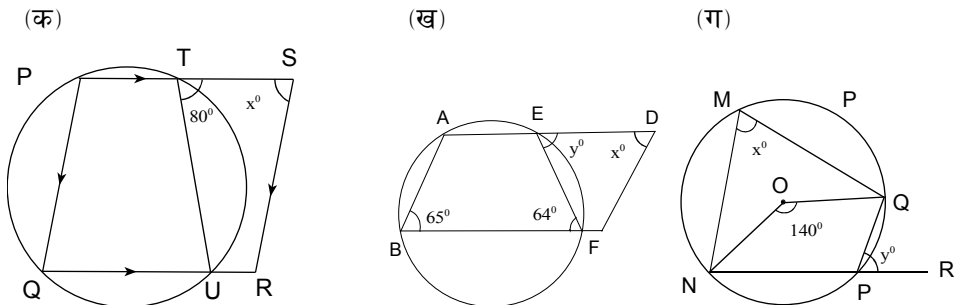
समाधान :

यहाँ,

- (i) $\angle ABC = \angle ADC = 75^\circ$ - समानान्तर चतुर्भुज का सम्मुख कोणहरू
- (ii) $\therefore \angle CED = \angle ABC$ - चक्रिय चतुर्भुजको बाह्य कोण त्यो कोणको भित्री विपरित
- $\therefore \angle CED = 75^\circ$ कोणसँग बराबर हुने भएकाले ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

दिइएको चित्रहरूमा x° र y° को नापहरू निकाल्नुहोस् ।

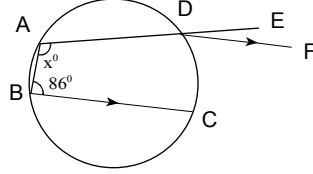


उत्तरहरू : (क) 80° (ख) $65^\circ, 66^\circ$ (ग) $70^\circ, 70^\circ$

नमुना प्रश्न 8 :

दिइएको चित्रमा $\angle CDE$ को अर्धक DF हो र $DF \parallel BC$ छन् ।

यदि $\angle ABC = 86^\circ$ भए x° को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।



समाधान :

(i) $\angle CDE = \angle ABC$ - चक्रीय चतुर्भुज ABCD को बाह्यकोण र त्यसको भित्री विपरित कोणको सम्बन्ध ।
 $= 86^\circ$

(ii) $\angle CDF = \angle EDF = \frac{1}{2} \angle CDE$ - $\angle CDE$ को अर्धक DF भएकाले
 $= \frac{1}{2} \times 86^\circ$
 $= 43^\circ$

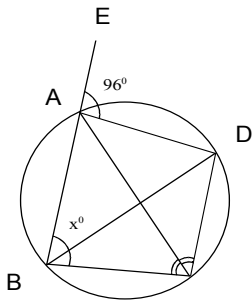
(iii) $\angle BCD = \angle CDF$ - एकान्तर कोणहरू : $BC \parallel DF$ छ ।
 $= 43^\circ$

(iv) $\therefore \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$ - चक्रीय चतुर्भुजको सम्मुख कोणहरू भएकाले ।
 or, $x^\circ + 43^\circ = 180^\circ$
 $\therefore x^\circ = 137^\circ$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

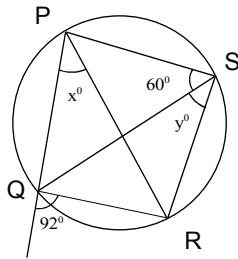
१. तल दिइएका चित्रहरूमा x° र y° को मान निकाल्नुहोस् ।

(क)



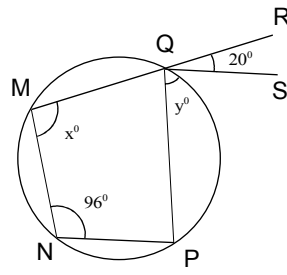
उत्तरहरू : (क) 48°

(ख)



(ख) $32^\circ, 32^\circ$

(ग)

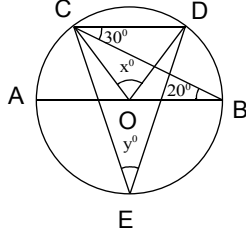


(ग) $104^\circ, 76^\circ$

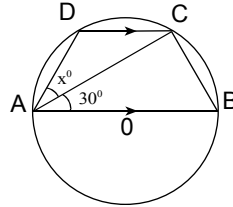
थप अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

तल दिइएका चित्रहरूमा x° र y° का मानहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

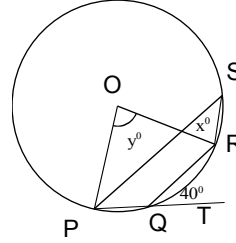
(क)



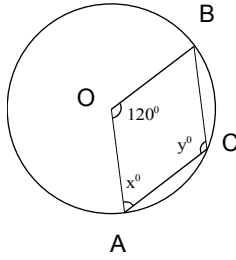
(ख)



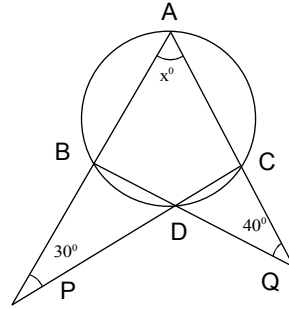
(ग)



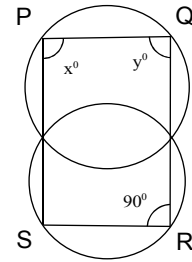
(घ)



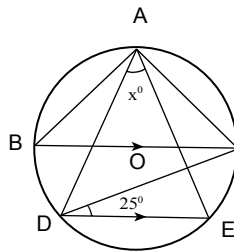
(ङ)



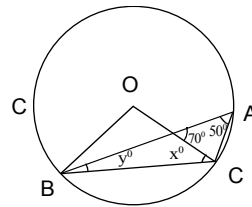
(च)



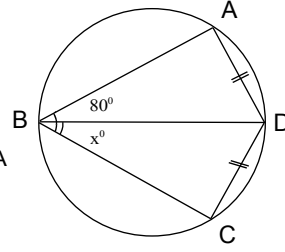
(छ)



(ज)



(झ)



उत्तरहरू : (क) $80^\circ, 40^\circ$

(ख) 30°

(ग) $40^\circ, 80^\circ$

(घ) $60^\circ, 120^\circ$

(ङ) 55°

(च) $80^\circ, 100^\circ$

(छ) 40°

(ज) $40^\circ, 30^\circ$ (झ) 40°

लामो उत्तर आउने प्रश्नहरू

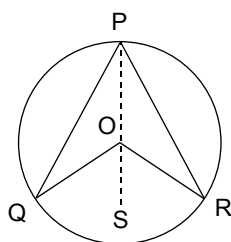
नमुना प्रश्न 1 :

एउटा वृत्त PQR को एउटै चाप QR मा बनेका केन्द्रीय कोण QOR परिधि कोण QPR को दुई गुणा हुन्छ भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।

थाहा दिइएको : O PQR को केन्द्र O हो । उही QR मा केन्द्रीय $\angle QOR$ र परिधि $\angle QPR$ उभिएका छन् ।

सिद्ध गर्नुपर्ने : $\angle QOR = 2\angle QPR$

जुक्ति : PO जोडौ र यसलाई विन्दु S सम्म लम्ब्याऔ ।

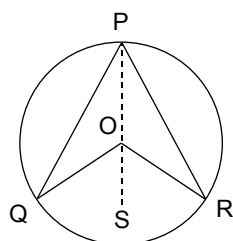


प्रमाण :

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	ΔPOQ मा $PO = QO$	1.	एउटै वृत्तका अर्ध व्यासहरू भएकाले
2.	$\angle PQO = \angle QPO$	2.	समद्विबाहु ΔPOQ का आधारका कोणहरू भएकाले ।
3.	$\begin{aligned}\angle QOS &= \angle PQO + \angle QPO \\ &= \angle QPO + \angle QPO \\ &= 2\angle QPO\end{aligned}$	3.	त्रिभुजको बाह्यकोण र त्यसको भित्री विपरित दुई कोणहरूको सम्बन्ध ।
4.	त्यस्तै, $\angle ROS = 2\angle RPO$	4.	माथिको जस्तै (ΔPOR बाट)
5.	$\angle QOS + \angle ROS = 2(\angle QPO + \angle RPO)$	5.	तथ्य 3 र 4 जोड्दा
6.	$\therefore \angle QOR = 2\angle QPR$	6.	सिङ्गोटुक्रे तथ्य

प्रमाणित भयो ।

अर्को तरिका :



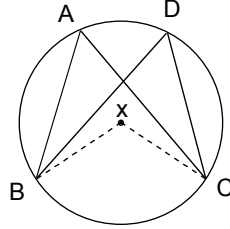
प्रमाण :

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\angle QOR \equiv \widehat{QR}$	1.	वृत्तको केन्द्रीय कोण र सम्मुख चापको सम्बन्धबाट ।
2.	$2\angle QPR \equiv \widehat{QR}$	2.	वृत्तको परिधि कोण र सम्मुख चापको सम्बन्धबाट ।
3.	$\therefore \angle QOR = 2\angle QPR$	3.	तथ्य 1 र 2 अनुसार (बराबरी तथ्य)

प्रमाणित भयो ।

नमुना प्रश्न 2 :

केन्द्रविन्दु X भएको वृत्तको चाप BC मा उभिएका परिधि कोणहरू $\angle BAC$ र $\angle BDC$ बराबर हुन्छन् भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



समाधान :

थाहा दिइएको : वृत्तको केन्द्रविन्दु X हो । परिधि कोणहरू $\angle BAC$ र $\angle BDC$ उही चाप BC मा उभिएका छन् ।

प्रमाणित गर्नुपर्ने : $\angle BAC = \angle BDC$

जुक्ति : BX र CX जोडिएको छ ।

प्रमाण :

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BXC$	1.	एउटै चाप BC मा आधारित केन्द्रीय कोण र परिधि कोणको सम्बन्ध ।
2.	$\angle BDC = \frac{1}{2} \angle BXC$	2.	कारण 1 अनुसार
3.	$\therefore \angle BAC = \angle BDC$	3.	तथ्य 1 र 2 अनुसार ।

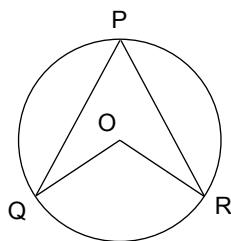
प्रमाणित भयो ।

प्रमाण :

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\triangle POQ$ मा $PO = QO$	1.	एउटै वृत्तका अर्ध व्यासहरू भएकाले
2.	$\angle PQO = \angle QPO$	2.	समद्विबाहु $\triangle POQ$ का आधारका कोणहरू भएकाले ।
3.	$\begin{aligned} \angle QOS &= \angle PQO + \angle QPO \\ &= \angle QPO + \angle QPO \\ &= 2\angle QPO \end{aligned}$	3.	त्रिभुजको बाह्यकोण र त्यसको भित्री विपरित दुई कोणहरूको सम्बन्ध ।
4.	त्यस्तै, $\angle ROS = 2\angle RPO$	4.	माथिको जस्तै ($\triangle POR$ बाट)
5.	$\angle QOS + \angle ROS = 2(\angle QPO + \angle RPO)$	5.	तथ्य 3 र 4 जोड्दा
6.	$\therefore \angle QOR = 2\angle QPR$	6.	सिङ्गोटुक्रे तथ्य

प्रमाणित भयो ।

अर्को तरिका :



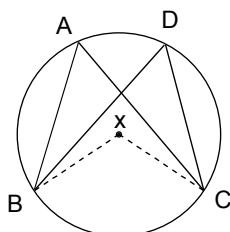
प्रमाण :

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\angle QOR \equiv \widehat{QR}$	1.	वृत्तको केन्द्रीय कोण र सम्मुख चापको सम्बन्धबाट ।
2.	$2\angle QPR \equiv \widehat{QR}$	2.	वृत्तको परिधि कोण र सम्मुख चापको सम्बन्धबाट ।
3.	$\therefore \angle QOR = 2 \angle QPR$	3.	तथ्य 1 र 2 अनुसार (बराबरी तथ्य)

प्रमाणित भयो ।

नमुना प्रश्न 3 :

केन्द्रविन्दु X भएको वृत्तको चाप BC मा उभिएका परिधि कोणहरू $\angle BAC$ र $\angle BDC$ बराबर हुन्छन् भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



समाधान :

थाहा दिइएको : वृत्तको केन्द्रविन्दु X हो । परिधि कोणहरू $\angle BAC$ र $\angle BDC$ उही चाप BC मा उभिएका छन् ।

प्रमाणित गर्नुपर्ने : $\angle BAC = \angle BDC$

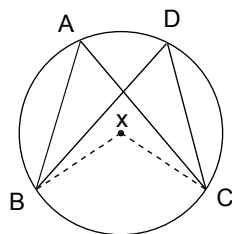
जुक्ति : BX र CX जोडिएको छ ।

प्रमाण :

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BXC$	1.	एउटै चाप BC मा आधारित केन्द्रीय कोण र परिधि कोणको सम्बन्ध ।
2.	$\angle BDC = \frac{1}{2} \angle BXC$	2.	कारण 1 अनुसार
3.	$\therefore \angle BAC = \angle BDC$	3.	तथ्य 1 र 2 अनुसार ।

प्रमाणित भयो ।

वैकल्पिक तरिका :



तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\angle BAC = \frac{1}{2} \widehat{BC}$	1.	वृत्तको परिधि कोण र सम्मुख चापको सम्बन्ध
2.	$\angle BDC = \frac{1}{2} \widehat{BC}$	2.	कारण 1 अनुसार
3.	$\angle BAC = \angle BDC$	3.	तथ्य 1 र 2 अनुसार

प्रमाणित भयो

नमुना प्रश्न 4 :

चक्रीय चतुर्भुज PQRS का सम्मुख कोणहरू परिपूरक हुन्छन् भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

समाधान :

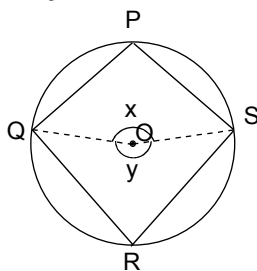
थाहा दिइएको : O वृत्तको केन्द्र हो र PQRS एउटा चक्रीय चतुर्भुज हो ।

प्रमाणित गर्नुपर्ने : (i) $\angle P + \angle R = 180^\circ$ र

(ii) $\angle Q + \angle S = 180^\circ$

जुक्ति : (i) QO र SO जोडौं ।

(ii) $\angle QOS = x^\circ$ र बृहत $\angle QOS = y^\circ$ मानौं ।



अर्को तरिका :

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\angle P = \frac{1}{2} \widehat{QRS}$	1.	वृत्तको परिधिकोण र सम्मुख चापको सम्बन्ध

2.	$\angle R \equiv \frac{1}{2} \widehat{QPS}$	2.	कारण (1) अनुसार
3.	$\angle P + \angle R = \frac{1}{2} (\widehat{QRS} + \widehat{QPS})$	3.	तथ्य 1 र 2 जोड्दा
4.	$\widehat{QPS} + \widehat{QRS} = O^{\text{ce}} \text{ PQRS} = 360^\circ$	4.	सिङ्गोटुक्रे तथ्य र एक परिधि = 360° हुने भएकाले ।
5.	$\therefore \angle P + \angle R = 180^\circ$ त्यसरी नै $\angle Q + \angle S = 180^\circ$	5.	तथ्य 3 र 4 अनुसार

प्रमाणित भयो ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

- केन्द्र X भएको एउटा वृत्तको चाप BC मा आधारित केन्द्रीय $\angle BXC$ परिधि $\angle BAC$ को दोब्बर हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।
- केन्द्र A भएको एउटा वृत्तको परिधिमा बिन्दुहरू X, Y र Z छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् ।
 $\angle YXZ = \frac{1}{2} \angle YAZ$
- वृत्तको एउटै वृत्तखण्डमा बनेका कोणहरू बराबर हुन्छन् भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।
- केन्द्र O भएको एउटा वृत्तको परिधिमा बिन्दुहरू P, Q, R र S पर्दछन् भने $\angle PRQ = \angle PSQ$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।
- चक्रीय चतुर्भुज ABCD को सम्मुख कोणहरू परिपूरक हुन्छन् भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।
- चक्रीय चतुर्भुज PQRS मा प्रमाणित गर्नुहोस् : $\angle Q + \angle S = 180^\circ$

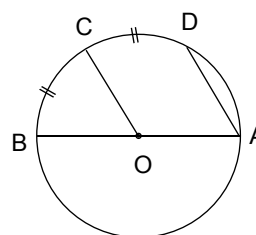
प्रमाण :

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\angle P = \frac{1}{2} x^\circ$	1.	एउटै चाप QRS मा उभिएका परिधि कोण र केन्द्रीय कोणको सम्बन्ध ।
2.	$\angle R = \frac{1}{2} x^\circ$	2.	एउटै चाप QPS मा उभिएका परिधि कोण र केन्द्रीय कोणको सम्बन्ध
3.	$\angle P + \angle R = \frac{1}{2} (x^\circ + y^\circ)$	3.	तथ्य 1 र 2 जोड्दा
4.	$x^\circ + y^\circ = 360^\circ$	4.	बिन्दु O को वरिपरिको एक चक्करको कोण भएकाले ।
5.	$\therefore \angle P + \angle R = 180^\circ$ त्यसरी नै $\angle Q + \angle S = 180^\circ$	5.	तथ्य 3 र 4 अनुसार

प्रमाणित भयो ।

नमुना प्रश्न 5 :

दिइएको वृत्तमा केन्द्रबिन्दु O हो र $BC = DC$ छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् । $AD \parallel BC$



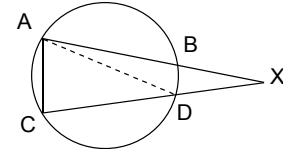
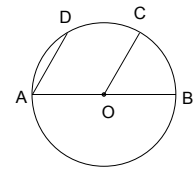
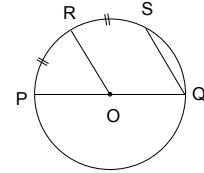
समाधान :

तथ्यहरू		कारणहरू	
(i)	$\angle BOC \equiv \widehat{BC}$	(i)	केन्द्रीय कोण र सम्मुख चापको सम्बन्ध ।
(ii)	$\angle BAD \equiv \frac{1}{2} \widehat{BCD}$	(ii)	परिधि कोण र सम्मुख चापको सम्बन्ध ।
(iii)	$\angle BAD \equiv \frac{1}{2} 2 \widehat{BC} \equiv \widehat{BC}$	(iii)	$\widehat{BC} = \widehat{CD}$ भएकाले $\widehat{BCD} = 2 \widehat{BC}$ हुन्छ ।
(iv)	$\therefore \angle BOC = \angle BAD$	(iv)	तथ्य (i) र (iii) अनुसार
(v)	$\therefore AD \parallel OC$	(v)	तथ्य (iv) अनुसार, सङ्गत कोणहरू बराबर भएकाले ।

प्रमाणित भयो ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

- दिइएको वृत्तमा O केन्द्र र चाप PS को मध्य बिन्दु R हो भने, प्रमाणित गर्नुहोस् । $RO \parallel SQ$
- दिइएको वृत्तमा O केन्द्र हो । यदि $AD \parallel OC$ छ भने $BC = DC$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।
- समानान्तर जीवाहरूले बराबर चाप प्रतिच्छेदन गर्दछन् भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।



नमुना प्रश्न 6 :

दिइएको चित्रमा वृत्तको दुई जीवाहरू AB र CD बाह्यबिन्दु X मा भेटिएका छन् । प्रमाणित गर्नुहोस् :

$$\angle AXC \equiv \frac{1}{2} (\widehat{AC} - \widehat{BD})$$

समाधान : जुक्ति : A र D जोडौं ।

तथ्यहरू		कारणहरू	
(i)	$\angle BAD \equiv \frac{1}{2} \widehat{BD}$ र $\angle ADC \equiv \frac{1}{2} \widehat{AC}$	(i)	वृत्तको परिधि कोण र सम्मुख चापको सम्बन्ध
(ii)	$\angle ADC = \angle BAD + \angle AXC$	(ii)	$\triangle ADX$ को बाह्य कोण त्यसको भित्री दुई विपरित कोणहरूको योगसँग बराबर हुन्छ ।

(iii)	$\angle AXC = \angle ADC - \angle BAD$	(iii)	तथ्य 2 अनुसार (पक्षान्तर गर्दा)
(iv)	$\angle AXC \equiv \frac{1}{2} \widehat{AC} - \frac{1}{2} \widehat{BD}$ <p>अर्थात्</p> $\angle AXC \equiv \frac{1}{2} (\widehat{AC} - \widehat{BD})$	(iv)	तथ्य (i) र (iii) अनुसार

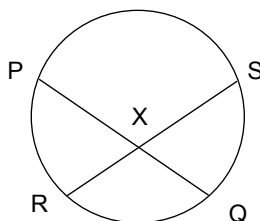
प्रमाणित भयो ।

अभ्यास लागि प्रश्नहरू :

- एउटा वृत्तको दुई ओटा जीवाहरू PQ र RS बाह्य बिन्दु X मा प्रतिच्छेदन हुन्छन् । प्रमाणित गर्नुहोस् : $\angle PXR = \frac{1}{2} (\widehat{PR} - \widehat{QS})$

- चित्रमा वृत्तका दुई जीवाहरू PQ र RS भित्री बिन्दु X मा प्रतिच्छेदन भएका छन् । प्रमाणित गर्नुहोस् :

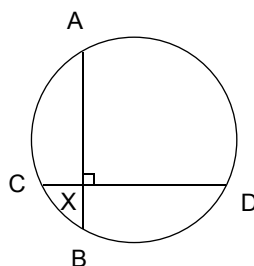
$$(i) \angle PXR = \frac{1}{2} (\widehat{PR} + \widehat{QS}) \quad (ii) \angle PXS = \frac{1}{2} (\widehat{PS} + \widehat{QR})$$



- दिइएको वृत्तमा जीवाहरू AB र CD आपसमा बिन्दु X मा लम्ब छन् । प्रमाणित गर्नुहोस् ।

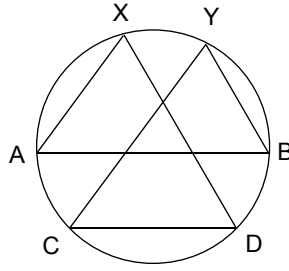
$$(i) \widehat{BC} + \widehat{AD} = 180^\circ$$

$$(ii) \widehat{BC} + \widehat{AD} = \widehat{AC} + \widehat{BD}$$



नमुना प्रश्न 7 :

दिइएको वृत्तमा $\angle AXD = \angle BYC$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् : $AB \parallel CD$



समाधान :

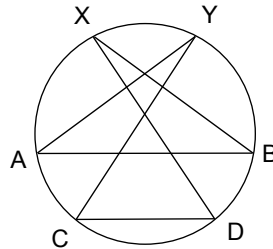
प्रमाण :

तथ्यहरू		कारणहरू	
(i)	$\angle X = \angle Y$	(i)	दिइएको
(ii)	$\widehat{ACD} = \widehat{BDC}$	(ii)	बराबर परिधि कोणहरूका सम्मुख चापहरू भएकाले
(iii)	$\widehat{ACD} - \widehat{CD} = \widehat{BDC} - \widehat{CD}$	(iii)	तथ्य (ii) को दुवै तर्फबाट उही \widehat{CD} घटाउँदा
(iv)	$\widehat{AC} = \widehat{BD}$	(iv)	शेष तथ्य
(v)	$AB \parallel CD$		तथ्य 4 अनुसार बराबर चाप प्रतिच्छेदन गर्ने जीवाहरू समानान्तर हुने भएकाले

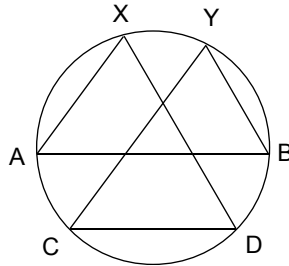
प्रमाणित भयो ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

- दिइएको वृत्तमा $\angle X = \angle Y$ भए $AB \parallel CD$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



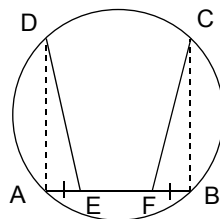
- दिइएको वृत्तमा यदि $AB \parallel CD$ भए $\angle X = \angle Y$ हुन्छ भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।



नमूना प्रश्न : 8 :

दिइएको वृत्तमा $\widehat{BC} = \widehat{AD}$ र $AE = BF$ छन् ।

प्रमाणित गर्नुहोस् : $\angle AED = \angle BFC$



समाधान :

जुक्ति : AD र BC जोडौं ।

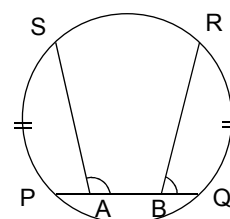
प्रमाण :

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\widehat{AD} = \widehat{BC}$	1.	दिइएको
2.	$\widehat{AD} + \widehat{DC} = \widehat{BC} + \widehat{DC}$	2.	योगतथ्य
3.	$\widehat{ADC} = \widehat{BCD}$	3.	सिङ्गोदुक्रे तथ्य
4.	$\angle ABC = \angle BAD$	4.	तथ्य 3 अनुसार बराबर चापहरूले बनाएको परिधि कोणहरू
5.	अब $\triangle ADE$ र $\triangle BCF$ मा,	5.	
	(i) $AD = BC$		(i) तथ्य 1 अनुसार बराबर चापहरूले बनाएको जीवाहरू
	(ii) $\angle A = \angle B$		(ii) तथ्य 4 अनुसार
	(iii) $AE = BF$		(iii) थाहा दिइएकोबाट
6.	$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BCF$	6.	भु.को.भु. तथ्य
7.	$\therefore \angle AED = \angle BFC$	7.	अनुरूप त्रिभुजहरूका संगती कोणहरू भएकाले

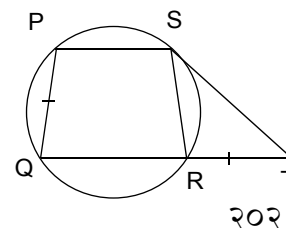
प्रमाणित भयो ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

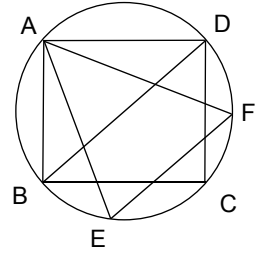
1. दिइएको वृत्तमा $\widehat{PS} = \widehat{QR}$ र $\angle PAS = \angle QBR$ छन् भने, प्रमाणित गर्नुहोस् : $PA = QB$



2. दिइएको चित्रमा $PQ = RT$ र $\angle PQR$ को QS अर्धक हो । प्रमाणित गर्नुहोस् । $SQ = ST$

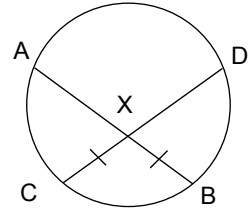


3. दिइएको चित्रमा ABCD एउटा वर्ग हो । यदि $AE = AF$ भए, $BD \parallel EF$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

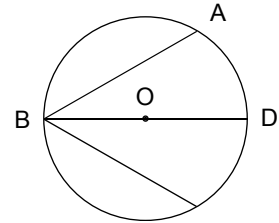


थप अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

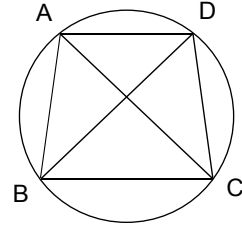
1. दिइएको चित्रमा जीवाहरू AB र CD बिन्दु X मा प्रतिच्छेदन भएका छन् । यदि $CX = BX$ भए, प्रमाणित गर्नुहोस् :
- (i) $\widehat{ACB} = \widehat{CBD}$ (ii) $AB = CD$



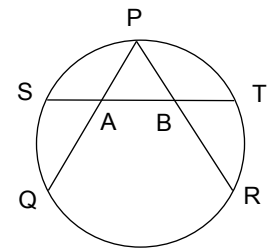
2. दिइएको वृत्तमा O केन्द्र हो । यदि $AB = BC$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् :
- (i) $\widehat{AD} = \widehat{CD}$ (ii) $\angle ABC$ को अर्धक BD हो ।



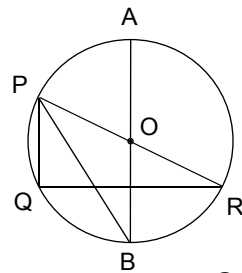
3. दिइएको वृत्तमा $AC = BD$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् :
- (i) $AB = CD$ (ii) $AD \parallel BC$



4. दिइएको वृत्तमा चाप QP र चाप RP का मध्य बिन्दुहरू क्रमशः S र T भए, प्रमाणित गर्नुहोस् । $PA = PB$.



5. दिइएको वृत्तमा O केन्द्रबिन्दु र $\widehat{BQ} = \widehat{BR}$ छन् । प्रमाणित गर्नुहोस् : $\angle B = \frac{1}{2} (\angle Q - \angle R)$



नमुना प्रश्न 9:

दिइएको वृत्तको केन्द्र O हो । प्रमाणित गर्नुहोस् ।

$$\angle AOC - \angle BOD = 2\angle AEC$$

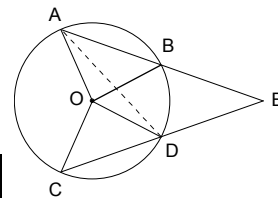
समाधान :

जुक्ति : A र D जोडौं ।

प्रमाण :

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\angle AOC = 2\angle ADC$	1.	एउटै चाप AC मा आधारित केन्द्रीय कोण र परिधि कोणको सम्बन्ध
2.	$\angle BOD = 2\angle BAD$	2.	एउटै चाप BD मा आधारित केन्द्रीय कोण र परिधि कोणको सम्बन्ध
3.	$\angle AOC - \angle BOD = 2(\angle ADC - \angle BAD)$	3.	तथ्य 1 बाट 2 घटाउँदा
4.	$\angle ADC = \angle BAD + \angle AEC$	4.	$\triangle AED$ को बाह्यकोण र त्यसको भित्री दुई विपरित कोणहरूको सम्बन्ध
5.	$\therefore \angle ADC - \angle BAD = \angle AEC$	5.	तथ्य 4 बाट पक्षान्तर गर्दा
6.	$\therefore \angle AOC - \angle BOD = 2\angle AEC$	6.	तथ्य 3 र 5 अनुसार

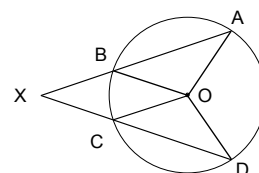
प्रमाणित भयो ।



अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

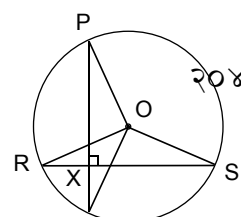
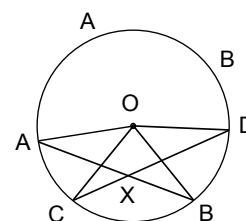
1. दिइएको चित्रमा O वृत्तको केन्द्र हो । प्रमाणित गर्नुहोस् ।

$$\angle AXD = \frac{1}{2} (\angle AOD - \angle BOC)$$



2. दिइएको चित्रमा O वृत्तको केन्द्र हो । प्रमाणित गर्नुहोस् ।

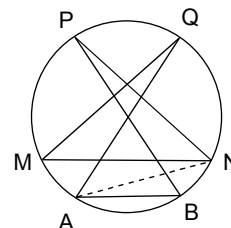
$$\angle AOC + \angle BOD = 2\angle AXC$$



3. दिइएको चित्रमा O वृत्तको केन्द्र हो । यदि $PQ \perp RS$ भए, प्रमाणित गर्नुहोस् : $\angle ROQ + \angle SOP = 180^\circ$

नमुना प्रश्न 10 :

दिइएको वृत्तमा $MN \parallel AB$ भए
प्रमाणित गर्नुहोस् : $\angle P = \angle Q$



समाधान :

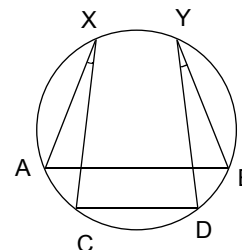
जुक्ति : AN जोडौं ।

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\angle Q = \angle N$	1.	एउटै चाप AM मा उभिएका परिधि कोणहरू
2.	$\angle P = \angle A$	2.	एउटै चाप BN मा उभिएका परिधि कोणहरू
3.	$\angle N = \angle A$	3.	एकान्तर कोणहरू ; $MN \parallel AB$ भएकाले
4.	$\therefore \angle P = \angle Q$	4.	तथ्यहरू 1, 2 र 3 अनुसार

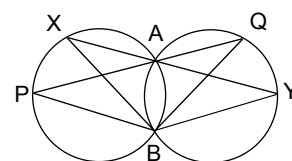
प्रमाणित भयो ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

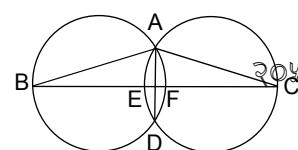
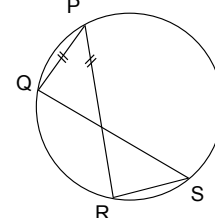
1. दिइएको वृत्तमा $\angle X = \angle Y$ छ भने $AB \parallel CD$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



2. दिइएको चित्रमा XAY र PAQ सरल रेखाहरू हुन् ।
प्रमाणित गर्नुहोस् : $\angle PBX = \angle QBY$



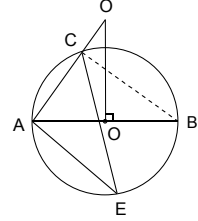
3. दिइएको वृत्तमा $PQ = PX$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् :
 $\triangle XRS$ एउटा समद्विबाहु त्रिभुज हो ।



4. दिइएको चित्रमा $\angle EDF$ को अर्धक AD हो भने $AB = AC$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

नमुना प्रश्न 11 :

दिएको वृत्तको केन्द्र O हो र $DO \perp AB$ छन् ।
प्रमाणित गर्नुहोस् । $\angle ADO = \angle AEC$



समाधान : जुक्ती BC जोडौं ।

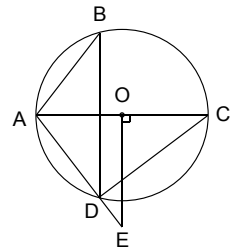
प्रमाण :

तथ्य		कारण	
i)	$\angle ACB = 90^\circ$	i)	अर्ध वृत्तको कोण भएकाले ।
ii)	$\therefore \angle ABC + \angle BAC = 90^\circ$	ii)	समकोण $\triangle ABC$ का न्यून कोणहरू
iii)	$\angle AOD = 90^\circ$	iii)	दिएकोबाट $DO \perp AB$ भएकाले
iv)	$\therefore \angle ADO + \angle OAD = 90^\circ$	iv)	समकोण $\triangle ADO$ का न्यून कोणहरू
v)	$\therefore \angle ADO = \angle ABC$	v)	तथ्य (i) र (ii) अनुसार एउटै कोण $\angle BAC$ ($\angle OAD$) का समपुरकहरू भएकाले
iv)	$\angle ABC = \angle AEC$	iv)	एउटै चाप AC मा उभिएका परिधि कोणहरू
vii)	$\therefore \angle ADO = \angle AEC$	vii)	तथ्य (v) र (vi) अनुसार ।

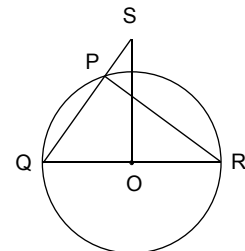
प्रमाणित भयो ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

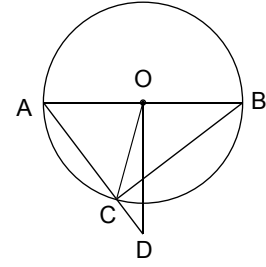
1. दिइएको चित्रमा O वृत्तको केन्द्र र $EO \perp AC$ छन् ।
प्रमाणित गर्नुहोस् । $\angle B = \angle E$



2. दिइएको चित्रमा O वृत्तको केन्द्र हो र $SO \perp QR$ छन् ।
प्रमाणित गर्नुहोस् : $\angle OPR = \angle OSQ$



3. दिइएको चित्रमा O वृत्तको केन्द्र छन् । यदि $\angle OCB = \angle ADO$ छन् भने $DO \perp AB$ हुन्छ, भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



नमुना प्रश्न 12 :

दिइएको चित्रमा दुई ओटा वृत्तहरू A र B बिन्दुमा

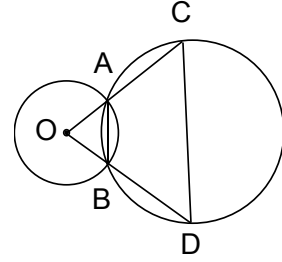
प्रतिच्छेदन भएका छन् । O सानो वृत्तको केन्द्र हो ।

OA र OB लाई जोडेर ठूलो वृत्तको परिधिको

बिन्दुहरू क्रमशः C र D सम्म पुग्ने गरी लम्ब्याइएका

छन् ।

प्रमाणित गर्नुहोस् : (i) $AB \parallel CD$ (ii) $AC = BD$



समाधान :

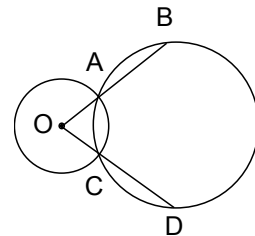
प्रमाण

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$OA = OB$	1.	एउटै वृत्तका अर्ध व्यासहरू
2.	$\angle OAB = \angle OBA$	2.	समद्विबाहु $\triangle OAB$ का आधारका कोणहरू
3.	$\angle OAB = \angle ODC$	3.	चक्रीय चतुर्भुज ABDC को बाह्य कोण र त्यसको भित्री विपरित कोणको सम्बन्ध
4.	$\therefore \angle OBA = \angle ODC$	4.	तथ्य 2 र 3 अनुसार
5.	$\therefore AB \parallel CD$	5.	तथ्य 4 मा सङ्गत कोणहरू बराबर भएकाले
6.	फेरि, $\angle OBA = \angle OCD$	6.	कारण (3) अनुसार
7.	$\therefore \angle ODC = \angle OCD$	7.	तथ्य (4) र (6) अनुसार
8.	$OC = OD$	8.	$\triangle OCD$ मा बराबर कोणहरू $\angle C$ र $\angle D$ का सम्मुख भुजाहरू भएकाले
9.	$\therefore OC - OA = OD - OB$	9.	तथ्य (8) बाट (1) घटाउँदा
10.	$\therefore AC = BD$	10.	शेष तथ्य
11.	त्यसैले $AB \parallel CD$ र $AC = BD$	11.	तथ्य 5 र 10 बाट

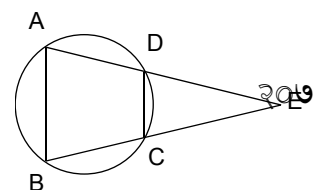
प्रमाणित भयो ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

1. चित्रमा O सानो वृत्तको केन्द्र हो । यदि OAB र OCD सरल रेखाहरू हुन् भने $AB = CD$ हुन्छन् भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

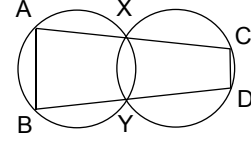


2. चित्रमा चक्रीय चतुर्भुज ABCD को

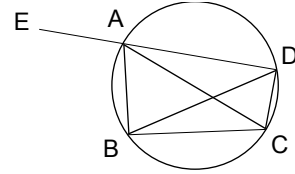


भुजाहरू AD र BC लाई E सम्म लम्ब्याइएको छ । यदि $AE = BE$ छ भने,
प्रमाणित गर्नुहोस् : (i) $AB \parallel DC$ (ii) $DE = CE$

3. दिइएको चित्रमा दुई ओटा वृत्तहरू बिन्दु X र Y मा प्रतिच्छेदन भएका छन् । यदि AXC र BYD सरल रेखाहरू हुन् भने $AB \parallel CD$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

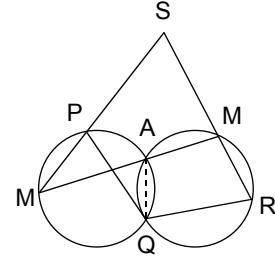


4. दिइएको चित्रमा यदि $\angle EAC$ को अर्धक AB हो भने प्रमाणित गर्नुहोस् : $BC = BD$



नमुना प्रश्न 13 :

दिइएको चित्रमा NPS, MAN र RMS सरल रेखाहरू हुन् भने PQRS एउटा चक्रीय चतुर्भुज हो भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



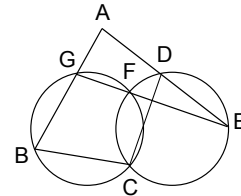
समाधान : जुक्ति : AQ जोडौं ।

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\angle NPQ = \angle NAQ$	1.	एउटै चाप NQ मा आधारित परिधि कोणहरू ।
2.	$\angle NAQ = \angle MRQ$	2.	चक्रीय चतुर्भुज AQRM को बाह्य कोण र त्यसको भित्री विपरित कोणको सम्बन्ध ।
3.	$\therefore \angle NPQ = \angle MRQ$	3.	तथ्य 1 र 2 बाट ।
4.	$\therefore PQRS$ एउटा चक्रीय चतुर्भुज हो ।	4.	तथ्य 3 अनुसार चतुर्भुज PQRS को बाह्य कोण त्यसको भित्री विपरित कोणसँग बराबर भएकाले ।

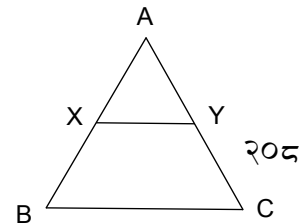
प्रमाणित भयो ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

1. दिइएको चित्रमा प्रमाणित गर्नुहोस् : ABCD एउटा चक्रीय चतुर्भुज हो ।

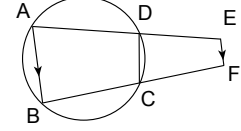


2. दिइएको चित्रमा $AC=AB$ र $XY \parallel BC$

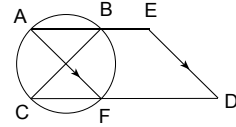


भए $XBCY$ एउटा चक्रीय चतुर्भुज हो भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।

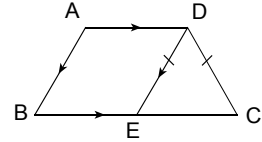
3. दिइएको चित्रमा AB र EF आपसमा समानान्तर छन् भने $CDEF$ एउटा चक्रीय चतुर्भुज हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



4. दिइएको चित्रमा $AF \parallel ED$ छन् भने $BCDE$ एउटा चक्रीय चतुर्भुज हो भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



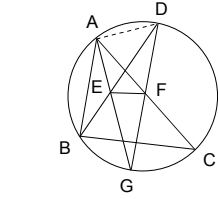
5. दिइएको चित्रमा $AD \parallel BC$ र $AB \parallel DE$ छन् । यदि $DE=DC$ भए $ABCD$ एउटा चक्रीय चतुर्भुज हो भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



नमुना प्रश्न 14 :

दिइएको चित्रमा $\angle BAC$ को अर्धक AG हो भने प्रमाणित गर्नुहोस् :

- (i) A, E, F र D चक्रीय बिन्दुहरू हुन् ।
(ii) $EF \parallel BC$



समाधान

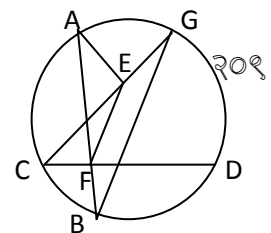
जुक्ति : A र D जोडिएका छन् ।

प्रमाण :

तथ्यहरू		कारणहरू	
1.	$\angle BAG = \angle CAG$	1.	$\angle BAC$ को अर्धक AG भएकाले
2.	$\angle BAG = \angle BDG$	2.	एउटै चाप BG मा उभिएका परिधि कोणहरू
3.	$\therefore \angle CAG = \angle BDG$ अर्थात् $\angle EAF = \angle EDF$	3.	तथ्य 1 र 2 अनुसार
4.	$\therefore A, E, F$ र D चक्रीय बिन्दुहरू हुन्	4.	तथ्य 3 अनुसार EF ले A र D मा बराबर कोणहरू बनाएकोले
5.	$\angle CAD = \angle DEF$	5.	एउटै चाप DF मा आधारित परिधि कोणहरू
6.	$\angle CAD = \angle DBC$	6.	एउटै चाप DC मा आधारित परिधि कोणहरू
7.	$\therefore \angle DEF = \angle DBC$	7.	तथ्य 5 र 6 अनुसार
8.	$\therefore EF \parallel BC$	8.	तथ्य 7 मा सङ्गत कोणहरू बराबर भएकाले

प्रमाणित भयो ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

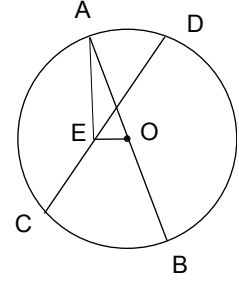


1. दिइएको वृत्तमा $AB=AC$ छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् ।

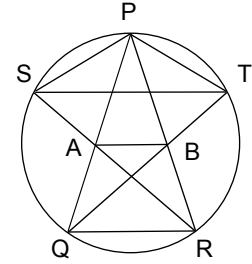
(i) D, E, G र F चाक्रिक बिन्दुहरू हुन् ।

(ii) $BC \parallel FG$

2. दिइएको वृत्तको केन्द्र O हो । यदि $AE=CE$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् : $EO \parallel CB$

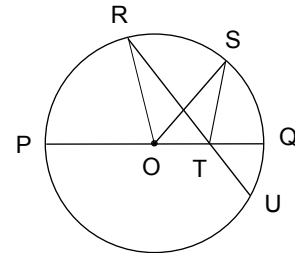


3. दिइएको चित्रमा, यदि $ST \parallel AB$ छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् $PS = PT$

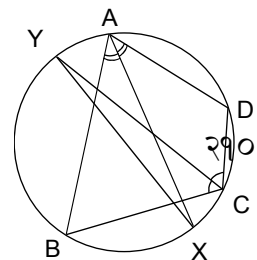
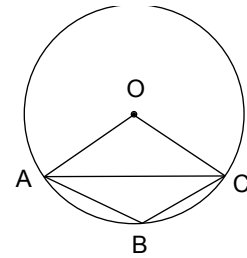


थप अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

1. दिइएको वृत्तको केन्द्र O हो । यदि $ST = UT$ छ भने प्रमाणित गर्नुहोस् । $\angle R = \angle S$

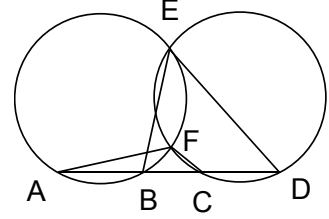


2. दिइएको वृत्तको केन्द्र O हो ।
प्रमाणित गर्नुहोस् : $\angle AOC = 2(\angle ACB + \angle BAC)$

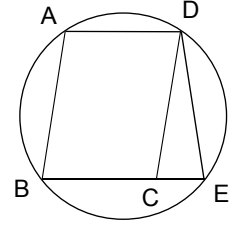


3. दिइएको वृत्तमा $\angle BAD$ र $\angle BCD$ का अर्धकहरू क्रमशः AX र CY हुन् भने XY वृत्तको व्यास हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

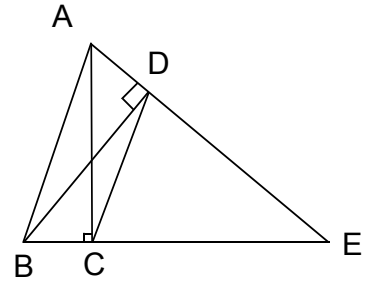
4. दिइएको चित्रमा दुई ओटा वृत्तहरू बिन्दु E र F मा प्रतिच्छेदन भएका छन् । यदि ABCD एउटा सीधारेखा हो भने प्रमाणित गर्नुहोस् : $\angle AFC + \angle BED = 180^\circ$



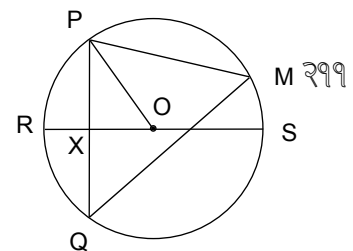
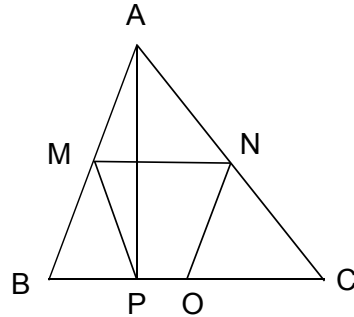
5. दिइएको वृत्तमा ABCD एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो । प्रमाणित गर्नुहोस् । $CD = ED$



6. दिइएका $\triangle ABE$ मा $AC \perp BE$ र $BD \perp AE$ छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् : $\angle DCE = \angle BAD$



7. दिइएको $\triangle ABC$ मा AB, BC र CA का मध्य बिन्दुहरू क्रमशः M, O र N हुन् । यदि $AP \perp BC$ छ भने MNOP एउटा चक्रीय चतुर्भुज हो भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



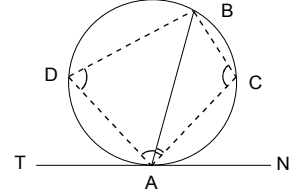
8. दिइएको वृत्तमा केन्द्रविन्दु O छ । यदि $PQ \perp RS$ छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् :
- (i) $\angle POR = \angle PMQ$
- (ii) MNOP एउटा चक्रीय चतुर्भुज हो ।

१. परिचय

यस पाठबाट छोटो उत्तर आउने एउटा प्रश्न एसएलसी परीक्षामा सोधिने व्यवस्था छ ।

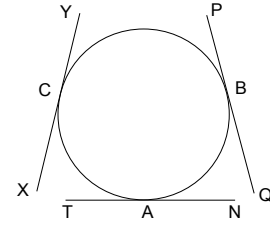
२. आधारभूत तथ्यहरू

- वृत्तको केन्द्रविन्दु र स्पर्श विन्दु जोड्ने अर्ध व्यास स्पर्श रेखामा लम्ब हुन्छ ।
- वृत्तको बाह्य विन्दुबाट खिचिएका दुई स्पर्श रेखाहरूको स्पर्श विन्दुहरूसम्मको दुरी बराबर हुन्छन् ।
- वृत्तको स्पर्श विन्दुबाट खिचिएको जीवाले स्पर्श रेखासित बनाएका कोणहरू क्रमशः एकान्तर वृत्त खण्डका कोणहरूसँग बराबर हुन्छन् ।
- समकोण त्रिभुजमा, $(कर्ण)^2 = (लम्ब)^2 + (आधार)^2$ हुन्छ ।

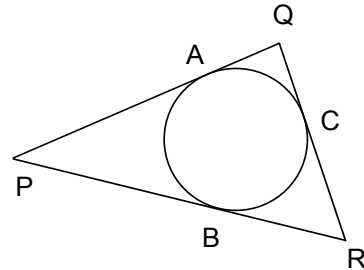


ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू

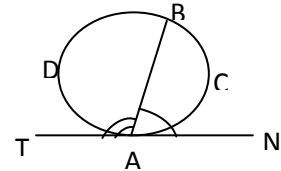
- (i) वृत्तको स्पर्श रेखा भन्नाले वृत्तको परिधिको एउटा विन्दुलाई छोएर जाने रेखा हो । स्पर्श विन्दु भन्नाले त्यो छोएको विन्दुलाई बुझ्नुपर्दछ ।
जस्तै : TN, XY र PQ स्पर्श रेखाहरू हुन् भने A, B र C विन्दुहरू स्पर्शविन्दुहरू हुन् ।



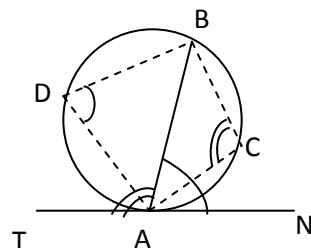
- (ii) आधारभूत तथ्य २ अनुसार $PA = PB$, $QA = QC$ र $RB = RC$ हुन्छन् ।



- (iii) चित्रमा जीवा AB ले वृत्तलाई दुई ओटा खण्डमा विभाजन गरिएको छ । त्यसैले ADB र ACB वृत्त खण्डहरू हुन् । त्यसैले AB ले स्पर्श रेखा TN सँग बनाएका कोणहरू $\angle BAN$ र $\angle BAT$ बनाएका छन् । अब, $\angle BAN$ को एकान्तर वृत्त खण्ड ADB हो भने $\angle BAT$ को एकान्तरवृत्तखण्ड भन्नाले वृत्तखण्ड ACB लाई बुझ्नुपर्दछ । त्यसैले तथ्य ३ अनुसार $\angle BAN = \angle BDA$ र $\angle BAT = \angle BCA$ हुन्छन् ।



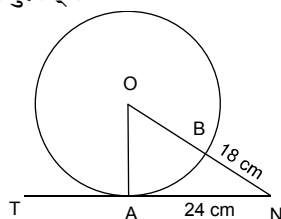
- (iv) समकोण त्रिभुजको कर्ण भन्नाले समकोणको सम्मुख भुजा र अरु दुई भुजालाई लम्ब र आधार बुझ्नुपर्दछ । जस्तै $\triangle ABC$ मा $\angle ABC = 90^\circ$ त्यसैले AC कर्ण भयो ।
 $\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$ (यसलाई पाइथागोरस साध्य भनिन्छ)



छोटो उत्तर आउने प्रश्नहरूको उत्तर र अभ्यासका लागि

प्रश्नहरू :

1. दिइएको चित्रमा TAN स्पर्शरेखा र A स्पर्श बिन्दु छन् । यदि AN = 24cm र BN=18cm छन् भने वृत्तको अर्ध व्यास पत्ता लगाउनुहोस् ।

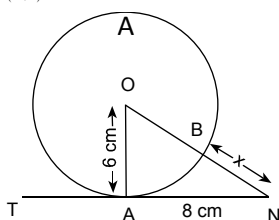


समाधान :

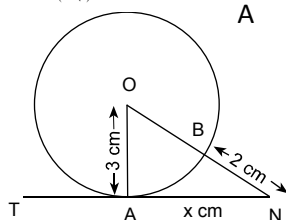
- (i) $OA \perp TN$ (वृत्तको अर्धव्यास स्पर्श रेखाको स्पर्श बिन्दुमा लम्ब हुने भएकोले)
(ii) $OA = OB = x$ (मानौं) (एउटै वृत्तका अर्ध व्यासहरू)
(iii) $\therefore ON^2 = OA^2 + AN^2$ (पाइथागोरस साध्य)
or, $(18+x)^2 = x^2 + 24^2$
or $324 + 36x + x^2 = x^2 + 576$
or $36x = 252$
 $\therefore x=7$ त्यसैले अर्धव्यास = 7cm

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू : दिइएको चित्रहरूमा X को मान निकाल्नुहोस् ।

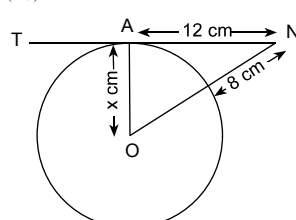
(क)



(ख)



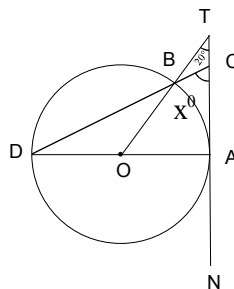
(ग)



उत्तरहरू : (क) 4cm (ख) 4cm (ग) 5cm

नमुना प्रश्न 1 :

दिइएको चित्रमा O वृत्तको केन्द्र, TAN स्पर्शरेखा र A स्पर्श बिन्दु हो । यदि $\angle OTA = 20^\circ$ भए $\angle DCA (= x)$ को मान निकाल्नुहोस् :



समाधान : (i) $\angle OAT = 90^\circ$ -

(अर्धव्यास OA स्पर्शरेखा TN मा लम्ब हुने भएकाले)

(ii) $\angle AOT = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$ ($\angle AOT + \angle OTA = 90^\circ$ हुन्छ ।)

(iii) $\angle ADB = \frac{1}{2} \angle AOB = 35^\circ$ (एउटै चाप AB मा आधारित परिधि कोण र केन्द्रिय कोणको सम्बन्ध)

(iv) $\therefore \angle ADC + \angle ACD = 90^\circ$ ($\triangle ADC$ मा $\angle DAC = 90^\circ$ भएकाले)

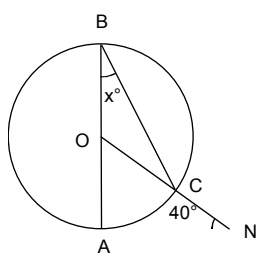
$$\therefore \angle ACD = 90^\circ - \angle ADC$$

$$= 90^\circ - 35^\circ$$

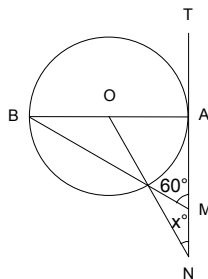
$$\therefore x = 55^\circ$$

अभ्यासका लागि प्रश्न : दिइएको चित्रहरूमा x° को मान निकाल्नुहोस् ।

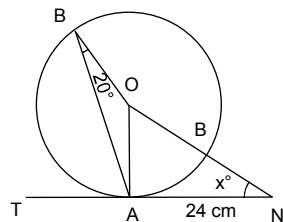
(क)



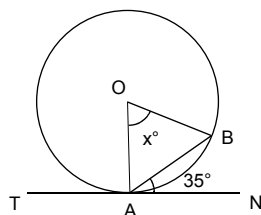
(ख)



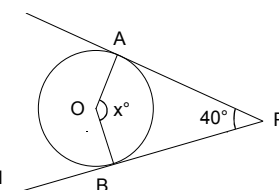
(ग)



(घ)



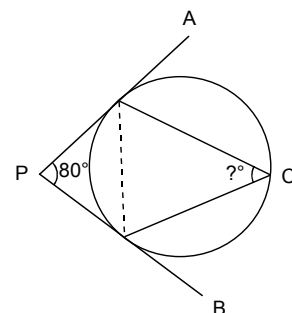
(ङ)



उत्तरहरू : (क) 25° (ख) 30° (ग) 50° (घ) 70° (ङ) 140°

नमुना प्रश्न 2 :

दिइएको चित्रमा PA र PB दुई स्पर्श रेखाहरू हुन् । यदि $\therefore \angle APB = 80^\circ$ भए, $\angle ACB$ को मान निकाल्नुहोस् ।



समाधान :

(i) $PA = PB$ (बाह्य बिन्दु P बाट वृत्तमा खिचिएका स्पर्श रेखाहरू)

(ii) $\angle PAB = \angle PBA = x^\circ$ (मानौं) (समद्विबाहु $\triangle PAB$ का

आधारका कोणहरू)

(iii) $80^\circ + x^\circ + x^\circ = 180^\circ$ ($\triangle PAB$ को तिन ओटा कोणहरूको योग)

$$\therefore x = 50^\circ$$

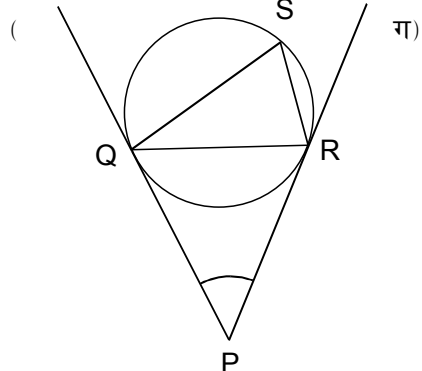
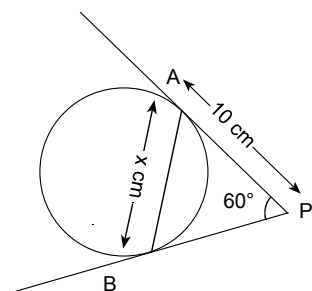
(iv) त्यसैले, $\angle PAB = \angle ACB$ (एकान्तर वृत्त खण्डका कोणहरू भएकाले)

$$\therefore \angle ACB = 50^\circ$$

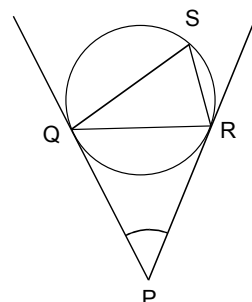
अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

तल दिइएका चित्रहरूमा x° को मान निकाल्नुहोस् ।

(क)



(ख)



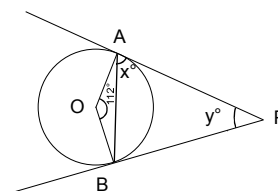
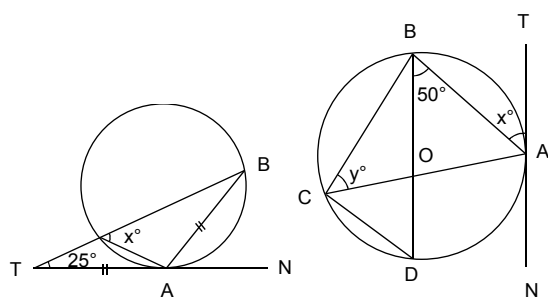
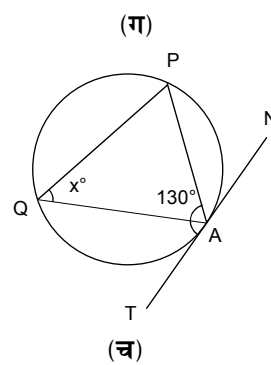
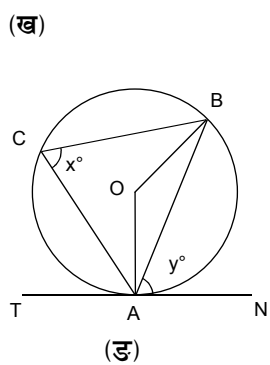
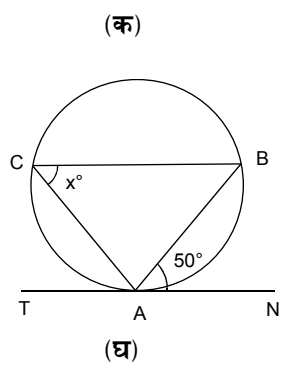
उत्तरहरू : (क) 10cm

(ख) 80°

(ग) 65°

थप अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

तल दिइएको चित्रहरूमा x° र y° को मान निकाल्नुहोस् ।



(TA=AB र $\angle ATC = 25^\circ$)

उत्तरहरू :

(क)	40°	(ख)	$60^\circ, 60^\circ$	(ग)	50°
(घ)	$40^\circ, 40^\circ$	(ङ)	25°	(च)	$56^\circ, 68^\circ$

1. परिचय

यस पाठमा त्रिभुज र चतुर्भुजको क्षेत्रफल सम्बन्धी साध्यहरूका आधारमा, बराबर क्षेत्रफल हुने त्रिभुज र चतुर्भुजको रचना गर्ने तरिकाका बारेमा चर्चा गरिएको छ। यस पाठबाट एसएलसी परीक्षामा लामो उत्तर आउने एउटा प्रश्न सोधिने छ भन्ने कुरा विशिष्टीकरण तालिकामा उल्लेख गरिएको छ।

2. आधारभूत तथ्यहरू

(क) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरू बिच रहेका

- (i) त्रिभुजहरूको क्षेत्रफल बराबर हुन्छन्।
- (ii) समानान्तर चतुर्भुजहरूको क्षेत्रफल बराबर हुन्छन्।
- (iii) त्रिभुजको क्षेत्रफल समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफलको आधा हुन्छ।

(ख) समानान्तर चतुर्भुजको

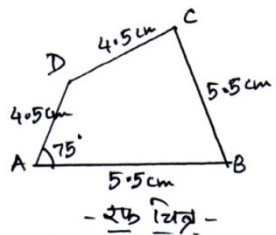
- (i) सम्मुख भुजाहरू बराबर हुन्छन्।
- (ii) सम्मुख कोणहरू बराबर हुन्छन्।
- (ii) विकर्णहरू परस्पर समद्विभाजन हुन्छन्।

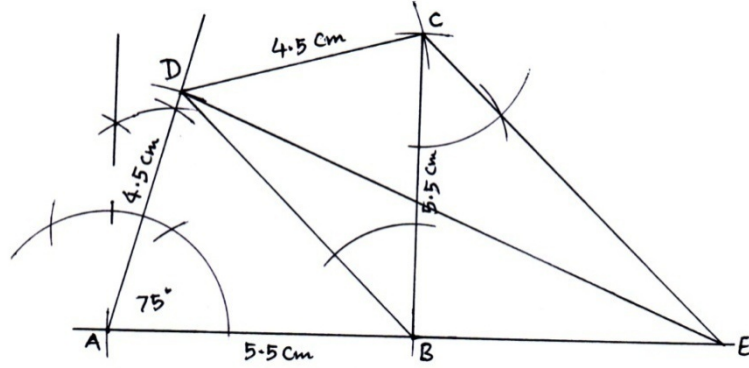
3. ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू

- (क) सर्वप्रथम रचना गर्नुपर्ने नामकरणसहित चित्रको खेसा (रफ) कोरेमा चित्र बनाउनमा सहजता आउँछ।
- (ख) स्पष्ट र मसिनो रेखा खिच्नुपर्दछ। रेखाको मोटाई कहीं मसिनो कहीं मोटो नभई एकनासको हुनु राम्रो हुन्छ।
- (ग) दिइएका नापहरू चित्रमा देखाउन र नामकरण गर्न विर्सनु हुँदैन।
- (घ) रचना गरेको चित्रलाई सैद्धान्तिक रूपमा जाँच्नुपर्दछ।
- (ङ) चित्र तयार गरेपछि अन्त्यमा आवश्यक चित्र यो हो भनी लेख्नुपर्दछ।
- (च) रचनाका चरणहरू उल्लेख गर्नुपर्दैन।

नमुना प्रश्न 1 :

$AB = BC = 5.5\text{cm}$, $CD = DA = 4.5\text{cm}$ र $\angle BAD = 75^\circ$ को भएको चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफलसँग बराबर हुने एउटा त्रिभुज ADE को रचना गर्नुहोस्।





यहाँ चतुर्भुज र त्रिभुजको साझा भुजा AD लाई चित्रमा जस्तै बाँया पक्षमा राखिएको ।

∴ आवश्यक $\triangle ADE$ को रचना गरियो ।

चरणहरू

1. दिइएको चतुर्भुज ABCD को रचना गर्ने । त्यसका लागि :
 - (i) आधार $AB = 5.5\text{cm}$ खिचौ ।
 - (ii) A मा $\angle BAD = 75^\circ$ खिची सो रेखामा $AD = 4.5\text{cm}$ को चाप काटौ ।
 - (iii) D बाट $DC = 4.5\text{cm}$ को चाप र B बाट $BC = 5.5\text{cm}$ को चाप एक आपसमा काटेर DC र BC जोडौ । यसरी चतुर्भुज ABCD पुरा तयार भयो ।
2. विकर्ण BD जोडेर योसँग C बाट समानान्तर रेखा खिच्ने । जसले AB लाई लम्ब्याइएको भागलाई बिन्दु E मा भेट्छ । समानान्तर रेखा CE खिच्नका लागि :
 - (i) चित्रमा देखिए जस्तै B बाट BD र BC लाई काट्ने गरी एउटा चाप PQ खिच्ने र सोही चाप बराबर हुनेगरी C बाट CB लाई काट्ने गरी अर्को चाप RS खिच्ने । चाप PQ नापेर R बाट RT चाप काट्ने । यसरी एकान्तर कोणहरू $\angle DBC = \angle BCE$ भई $DB \parallel CE$ हुन्छ । (परीक्षामा चरणहरू लेखिरहनु पर्दैन । चाप PQ र RT भनेर नामकरण पनि गर्नुपर्दैन ।)
3. A र E जोड्ने ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

1. $PQ = QR = 5\text{cm}$, $RS = Sp = 6\text{cm}$ र $\angle P = 60^\circ$ हुने चतुर्भुज PQRS रचना गरी सो चतुर्भुजको क्षेत्रफलसँग बराबर हुनेगरी $\triangle PST$ को रचना गर्नुहोस् ।
2. $AB = 6.2\text{cm}$, $BC = 5.3\text{cm}$ र $CD = 5\text{cm}$, $PS = 5.7\text{cm}$ र $AC = 5.6\text{cm}$ भएको चतुर्भुज ABCD रचना गरी उक्त चतुर्भुजको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने गरी $\triangle BCE$ को पनि रचना गर्नुहोस् ।

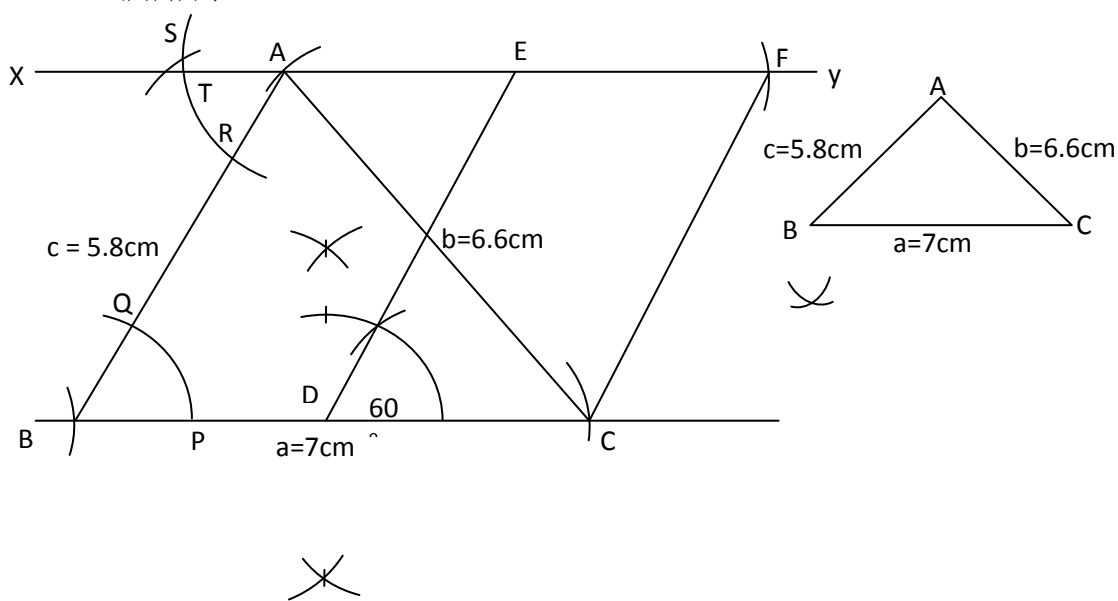
नमूना प्रश्न २ :

$a = 7\text{cm}$, $b = 6.6$ र $c = 5.8\text{cm}$ भएको एउटा $\triangle ABC$ रचना गरी त्यसको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने एउटा समानान्तर चतुर्भुज $CDEF$ को रचना गर्नुहोस् । जसको,

(i) एउटा कोण $\angle CDE = 60^\circ$ छ ।

(ii) एउटा भुजा $DE = 6.8\text{cm}$ छ ।

समाधान :

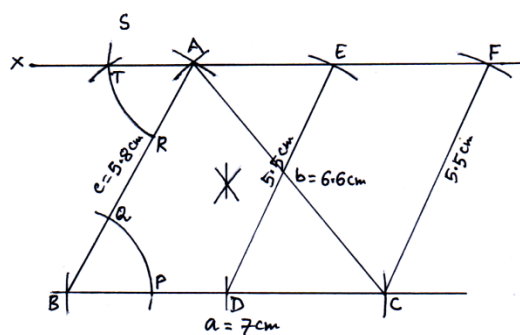


\therefore आवश्यक समानान्तर चतुर्भुज $CDEF$ रचना गरियो ।

चरणहरू :

1. $\triangle ABC$ को रचना :

- आधार $BC = a = 7\text{cm}$ खिचौ ।
- B बाट $AB = c = 5.8\text{cm}$ को चाप र C बाट $CA = b = 6.6\text{cm}$ को चाप एक आपसमा काटेको बिन्दु A सँग B र C जोडेर $\triangle ABC$ बनाऔ ।



2. आधार BC सँग समानान्तर हुनेगरी A बाट

रेखा XY खिचौ । जसको निमित्त

- B बाट एउटा चाप PQ खिचौ र सोही नाप बराबरको चाप RS बिन्दु A बाट खिचौ ।
- $\angle B$ बनाउने चाप PQ नापेर R बाट चाप RT काट्ने ।

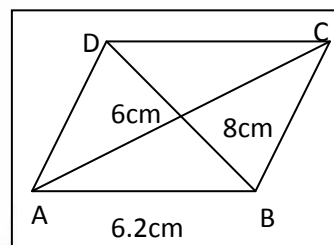
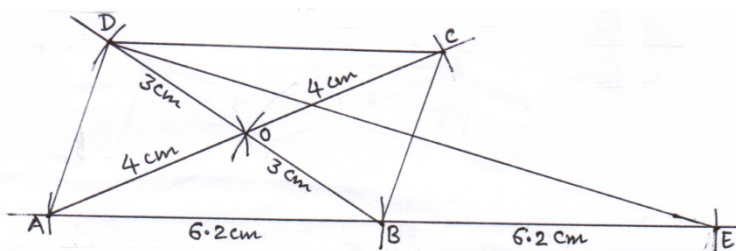
- (iii) A सँग T जोडेर समानान्तर रेखा XY खिच्ने । (एकान्तर कोणहरू $\angle BAX = \angle ABC$ भएकाले)
3. BC को लम्बार्धक खिचेर BC को मध्य बिन्दु D पत्ता लगाउने । जसको निमित्त :
- (i) BC को आधाभन्दा बढी नापको चाप लिएर B र C बाट चित्रमा देखाए जस्तै : यसको दुवै साइडमा चापहरू खिच्ने । यसरी चापहरू काटिएको बिन्दुहरू जोड्ने । जसले BC लाई D मा काट्छ ।
4. D मा $\angle CDE = 60^\circ$ को कोण खिचौ । DE ले XY लाई E मा भेट्छ ।
5. अब E बाट DC = EF हुने गरी XY मा चाप EF काट्ने र FC जोड्ने । यसरी समानान्तर चतुर्भुज CDEF को रचना पुरा भयो ।
- (ii) $\triangle ABC$ को क्षेत्रफल बराबर हुने गरी एउटा भुजा DE = 5.5cm भएको समानान्तर चतुर्भुज CDEF को रचना गर्न चरणहरू 1, 2 र 3 पूरा गर्ने ।
6. 5.5cm को चाप नापेर D र C बाट XY को दुई बिन्दुहरू E र F मा काट्ने । DE र CF जोडेर CDEF को रचना पुरा हुन्छ ।
- \therefore आवश्यक समानान्तर चतुर्भुज CDEF को रचना गरियो ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

1. $a = 7.8\text{cm}$, $b = 7.2\text{cm}$ र $c = 6.3\text{cm}$ भएको $\triangle ABC$ को क्षेत्रफलसँग बराबर हुनेगरी एउटा कोण 45° भएको एउटा समानान्तर चतुर्भुजको रचना गर्नुहोस् ।
2. $PQ = 7.5\text{cm}$, $QR = 6.8\text{cm}$ र $RP = 6\text{cm}$ भएको एउटा $\triangle PQR$ रचना गरी त्यसको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने गरी एउटा भुजा $TQ = 6.4\text{cm}$ भएको समानान्तर चतुर्भुज TQSU को रचना गर्नुहोस् ।
3. $AB = 6\text{cm}$, $BC = 7\text{cm}$ र $CA = 5\text{cm}$ भएको $\triangle ABC$ को रचना गरी त्यसको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने एउटा आयत CDEF को रचना गर्नुहोस् ।

नमुना प्रश्न 3. $AB = 6.2\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$ र $BD = 6\text{cm}$ भएको समानान्तर चतुर्भुज ABCD को रचना गरी त्यसको क्षेत्रफलसँग बराबर हुनेगरी $\triangle ADE$ को रचना गर्नुहोस् ।

\therefore आवश्यक $\triangle ADE$ को रचना भयो ।



चरणहरू : 1. दिइएको नापअनुसार समानान्तर चतुर्भुज ABCD खिच्ने ।

- (i) आधार $AB = 6.2$ खिचौ ।

- (ii) A बाट 4cm को चाप र B बाट 3cm को चाप खिचेर आपसमा बिन्दु O मा काटौं ।
- (iii) AO र DO लाई जोडेर लम्ब्याउने ।
- (iv) AO = CO 4cm को चाप लिएर O बाट चाप OC काट्ने र BO = OD = 3cm हुनेगरी O

बाट चाप OD काट्ने ।

- (v) AD, DC र BC जोडेर समानान्तर चतुर्भुज ABCD पुरा गर्ने ।
2. आधार AB लाई लम्ब्याएर AB = BE = 6.2cm बनाउने ।
 3. D र E जोड्ने ।

$\therefore \triangle ADE$ तयार भयो । जसको क्षेत्रफल $\square ABCD$ को क्षेत्रफलसँग बराबर हुन्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

1. AB = 4cm, $\angle ABC = 60^\circ$ र BC = 6cm भएको एउटा समानान्तर चतुर्भुज ABCD को रचना गरी त्यसको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने र एउटा कोण 30° भएको त्रिभुजको रचना गर्नुहोस् ।
2. समानान्तर चतुर्भुज PQRS को रचना गर्नुहोस् । जसमा PQ = 5cm विकर्ण PR = 6cm र विकर्ण QS = 8cm छन् । उक्त समानान्तर चतुर्भुजका क्षेत्रफलसँग बराबर हुनेगरी एउटा $\triangle PSA$ को रचना पनि गर्नुहोस् ।

पाठ १४. प्रयोगात्मक परीक्षण (EXPERIMENTAL VERIFICATION)

१. परिचय

यस पाठमा त्रिभुज र समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल तथा वृत्त सम्बन्धी साध्यहरूको प्रयोगद्वारा परीक्षण गर्ने तरिकाका बारेमा चर्चा गरिएको छ। विशिष्टीकरण तालिका अनुसार एसएलसी परीक्षामा यस पाठबाट लामो उत्तर आउने एउटा प्रश्न सोधिने छ।

२. ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू :

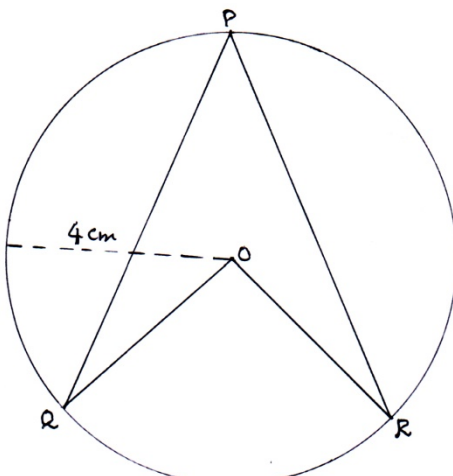
१. दुई ओटा फरक फरक नापका र आकृतिका चित्रहरू बनाउनुपर्दछ।
२. चित्रहरू ठुलो र स्पष्ट हुनुपर्दछ र नापहरू प्रश्नमा उल्लेख गरे अनुसार हुनुपर्दछ।
३. आवश्यक नापहरूलाई तालिकामा प्रस्तुत गरी त्यसको आधारमा निष्कर्ष निकाल्नुपर्दछ।
४. थाहा दिइएको लेखदा प्रयोगमा आउने ज्यामितीय उपकरणहरूको (जस्तै : पेन्सिल, कम्पास, प्रोट्याक्टर आदिको नाम पनि उल्लेख गरिए राम्रो हुन्छ।)
५. S.L.C परीक्षामा थाहा दिइएको र परीक्षण गर्नुपर्ने उल्लेख गरिरहनु आवश्यक छैन।

३. नमुना प्रश्नोत्तर र अभ्यास

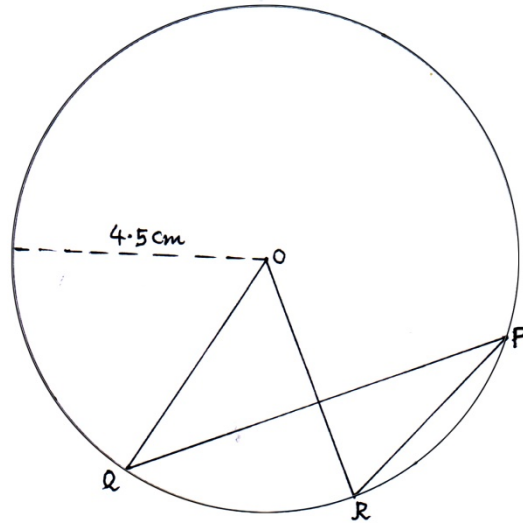
नमुना प्रश्न १:

वृत्तको एउटै चापमा आधारित केन्द्रीय कोण परिधि कोणको दोब्बर हुन्छ भनी प्रयोगद्वारा परीक्षण गर्नुहोस्।

कम्तीमा 3cm अर्धव्यासहरू भएका फरक फरक नापका दुई ओटा वृत्तहरू अनिवार्य छ।



चित्र (i)



चित्र (ii)

१. थाहा दिएको :

- (i) पेन्सिल कम्पासको मद्दतले 4cm र 4.5cm अर्धव्यासहरू भएका दुई ओटा वृत्तहरू खिचिएका छन्। केन्द्रलाई O ले जनाइएको छ।
- (ii) प्रत्येक वृत्तमा रूलरको सहायताले चाप QR मा आधारित हुने गरी फरक फरक नापका केन्द्रीय कोण QOR र परिधि कोण QPR बनाइएका छन्।

- परीक्षण गर्नुपर्ने : $\angle QOR = 2\angle QPR$
- विधि : दुवै चित्रमा प्रोट्याक्टरले $\angle QOP$ र $\angle QPR$ नापिएका छन् । नापहरू निम्न तालिकामा प्रस्तुत गरिएका छन् ।

नाप तालिका

चित्र	$\angle QOR$	$\angle QPR$	नतिजा
(i)	94°	47°	$\therefore \angle QOR = 2\angle QPR$
(ii)	54°	27°	$\angle QOR = 2\angle QPR$

- निष्कर्ष : माथिका तालिकाबाट वृत्तको एउटै चापमा आधारित केन्द्रीय कोण परिधि कोणको दोब्बर हुन्छ भन्ने तथ्य प्रमाणित हुन्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

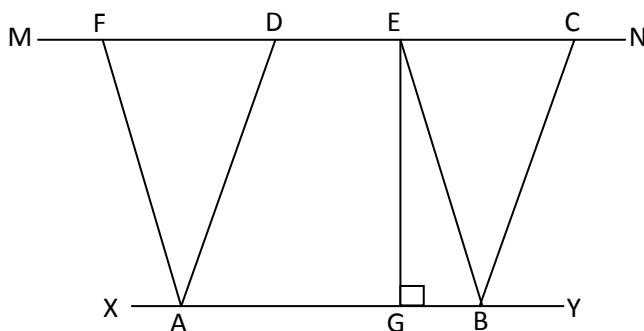
प्रयोगद्वारा सिद्ध गर्नुहोस् :

(3cm.भन्दा बढी अर्धव्यासहरू भएका दुईओटा वृत्तहरू अनिवार्य छन्)

- केन्द्रविन्दु O भएको वृत्तको चाप BC मा आधारित केन्द्रीय कोण $\angle BOC$ परिधि कोण $\angle BAC$ को दोब्बर हुन्छ ।
- वृत्तको उही चाप BC मा बनेका परिधि कोणहरू $\angle BAC$ र $\angle BDC$ बराबर हुन्छन् ।
- अर्धवृत्तमा बन्ने कोण एक समकोण हुन्छ ।
- चक्रीय चतुर्भुज PQRS मा $\angle P + \angle R = 180^\circ$ हुन्छ ।

नमुना प्रश्न 2:

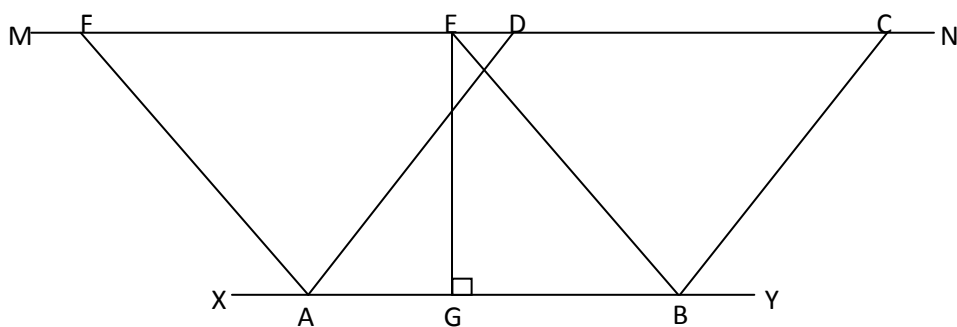
एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरू बिच बनेका समानान्तर चतुर्भुजहरूको क्षेत्रफलहरू बराबर हुन्छन् ।



- थाहा दिइएको :
(i) सेट स्क्वायरको मद्दतले रेखाहरू $XY \parallel MN$ खिचिएको छ ।
(ii) XY मा फरक नापको आधार AB लिई समानान्तर रेखाहरू

बिचमा फरक नापका दुई ओटा समानान्तर चतुर्भुजहरू $ABCD$ र $ABEF$ बनाइएका छन् ।

- (iii) सेट स्क्वायरको सहायताले AB मा EG लम्ब खिचिएको छ ।



2. परिक्षण गर्नुपर्ने : $\square ABCD$ को क्षेत्रफल = $\square ABEF$ को क्षेत्रफल
3. विधि : डिभाइडर र रूलरको मद्दतले प्रत्येक चित्रमा आधार AB र EG चाप नापेर $\square ABCD$ र $\square ABEF$ को क्षेत्रफल गणना गरेर तलको तालिकामा प्रस्तुत गरिएको छ ।

चित्र	AB	EG	ABCD को क्षेत्रफल = (AB.EG)	ABEF को क्षेत्रफल = (AB.EG)	नतिजा
(i)	3.8cm	3.3cm	12.54cm ²	12.54cm ²	$\square ABCD = \square ABEF$
(ii)	5.5cm	4cm	22cm ²	22cm ²	$\square ABCD = \square ABEF$

4. निष्कर्ष : यसरी माथिको तालिकाबाट एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरू बिचका समानान्तर चतुर्भुजहरूको क्षेत्रफल बराबर हुन्छन् भन्ने तथ्य प्रमाणित हुन्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू :

प्रयोगद्वारा परीक्षण गर्नुहोस् ।

- एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरू बिचका त्रिभुजहरूको क्षेत्रफल बराबर हुन्छन् ।
- एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरू बिच रहेको त्रिभुजको क्षेत्रफल समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफलको आधा हुन्छ ।
- एउटै आधार PQ र उही समानान्तर रेखाहरू PQ र ST बिच रहेका समानान्तर चतुर्भुजहरू PQRS र PQTU को क्षेत्रफल बराबर हुन्छन् ।

क्षेत्र : ६ त्रिकोणमिति (Trigonometry)

१. परिचय (Introduction)

त्रिकोणमिति (Trigonometry) शब्द ग्रीक Word Triangle

Metron : To Measure अथवा the Measurement of the angle of a triangle अर्थात् त्रिभुजको तिन ओटा कोणको नापलाई त्रिकोणमिति भनिन्छ । त्रिभुजको हल गर्नु नै यसको विशेषता हो । त्रिकोणमिति र ज्यामिति आपसमा सम्बन्धित विषयहरू हुन् । त्रिकोणमितिको विकासमा ग्रीक Astronomer Hipparchus को महत्त्वपूर्ण भूमिका देखिन्छ त्यसैले उनलाई त्रिकोणमितिका जन्मदाताका रूपमा लिन्छ । आजभोलि आएर त्रिकोणमितिको प्रयोग अन्य क्षेत्रहरू Engineering, Geology, Astrological Survey, Navigation र विज्ञानका अन्य क्षेत्रहरूमा भएको पाइन्छ । त्रिकोणमितिलाई गणितको सबैभन्दा व्यावहारिक अङ्ग मानिन्छ । विज्ञानको उन्नतिलाई शिखरमा पुऱ्याउनमा यसको ठुलो भूमिका रहेको पाइन्छ ।

मुख्य विषयवस्तुहरू (Main Subject matters)

(क) त्रिकोणमितिय अनुपातहरू (trigonometric ratios)

(ख) त्रिकोणमितिय सूत्रहरू प्रयोग गरी त्रिभुज तथा चतुर्भुजका क्षेत्रफल

(ग) उन्नतांश कोण (angle of elevation) र अवनतिकोण (angle of depression) कोण

(घ) त्रिकोणमितिय अनुपातको प्रयोग गरी उचाइ तथा दुरीसँग सम्बन्धित समस्याहरूको समाधान

S.L.C Exam Specification Grid – 2065

एसएलसी परीक्षा विशिष्टीकरण तालिका : 2065

क्षेत्र (Area)	संज्ञान (cognitive domain)	ज्ञान (knowledge) बोध (understanding)	सिप (skill)	जम्मा अङ्क (total marks)	सिप (skill)	समस्या समाधान (problem solving)	जम्मा अङ्क (total marks)	कूल जम्मा (Grand total marks)
	विषयवस्तु (content)	छोटो उत्तर आउने प्रश्न (short answer) questions			लामो उत्तर आउने प्रश्न (Long answer) questions			
त्रिकोणमिति (trigonometry)	त्रिभुजको क्षेत्रफल (Area of Triangle)	11	-	2	-	-	-	2
	उचाइ र दूरी (Height and Distance)	-	-	-	-	1	4	4

उत्तर कुञ्जिका
Marking Scheme

छोटो उत्तर आउने प्रश्नका लागि

त्रिभुजको क्षेत्रफल ठिक सूत्र प्रयोग बापत	1 अङ्क
ठिक उत्तर निकले बापत	1 अङ्क
जम्मा :	2 अङ्क

उदाहरण : दिइएको चित्रमा $AB = 7\text{cm}$, $BC = 16\text{cm}$

र $\triangle ABC$ को क्षेत्रफल $28\sqrt{3}$ भने $\angle ABC$ को मान निकाल्नुहोस् ।

समाधान

$$ABC \text{ को क्षेत्रफल (A)} = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \theta$$

$$\text{or, } 28\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 7 \times 16 \times \sin \theta \dots\dots (1) \text{ Marks}$$

$$\text{or, } \sin \theta = \frac{28 \times 2\sqrt{3}}{7 \times 16}$$

$$\text{or, } \sin \theta = \sin 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ \dots (1) \text{ Marks}$$

लामो उत्तर आउने प्रश्नका लागि उत्तर कुञ्जिका

ठिक चित्र तथा वर्णन बापत	1 अङ्क
कुनै भुजा वा कोण पत्ता लगाएर बापत	1 अङ्क
प्रश्नले सोधेअनुसारको ठिक मान	1 अङ्क
गणना गरे बापत जम्मा	4 अङ्क

उदाहरण : एउटा घरको छतबाट केही मिटर टाढा रहेको रुखको टुप्पोमा हेर्दा 30° को उन्नतांश कोण बन्छ । यदि उक्त घर र रुखको उचाइ क्रमशः 6 मिटर 18 मिटर छ भने घर र रुख बिचको दुरी पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

मानौं AB एउटा घर हो जसको उचाइ 6m छ । CE एउटा रुख हो जसको उचाइ 18 m छ ।

घरको छत A बाट रुखको टुप्पो E मा हेर्दा 30° को उन्नतांश कोण बनेको छ ।

$$AB = CD = 6\text{m}$$

$$CE = 18\text{m}$$

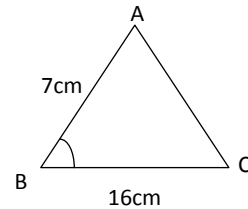
$$\angle EAD = 30^\circ$$

$$ED = EC - DC$$

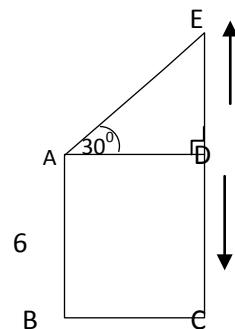
$$= 18 - 6$$

$$= 12\text{ m} \dots\dots\dots 1 \text{ Marks}$$

समकोण $\triangle ADE$ बाट



18m
┐



$$\tan 30^\circ = \frac{DE}{AD} \dots\dots\dots 1 \text{ Marks}$$

AD

$$\text{Or, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{12}{AD}$$

$$\text{Or, } AD = 12\sqrt{3}$$

$$\text{Or, } AD = 12 \times 1.732$$

$$\text{Or, } AD = 20.78 \text{ m}$$

घर र खूब बिचको दुरी = 20.78 m1 Marks

आधारभूत तथ्यहरू तथा सूत्रहरू

(Basic Facts and Formula)

i). त्रिकोणमिति अनुपातहरू (Trigonometric Ratios)

$$\sin A = \frac{P}{h} = \frac{BC}{AC}$$

$$\cos B = \frac{b}{h} = \frac{AB}{AC}$$

$$\tan C = \frac{P}{b} = \frac{BC}{AB}$$

$$(ii) \triangle ABC \text{ को क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} ab \sin C$$

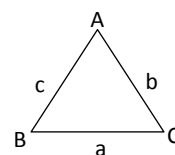
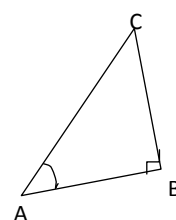
यो सूत्र प्रयोग गर्न त्रिभुजमा

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \text{ अवस्था सन्तुष्ट हुनुपर्दछ जहाँ } a, b, c \text{ त्रिभुजका तिन}$$

ओटा भुजाहरू हुन् ।

iii) विभिन्न विशिष्ट कोणहरूको त्रिकोणमिति अनुपात

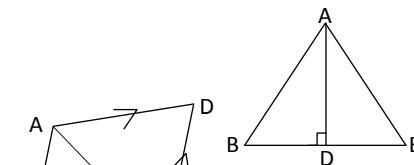
Angle Ratio	0°	30°	45°	60°	90°
Sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞ (undefined)



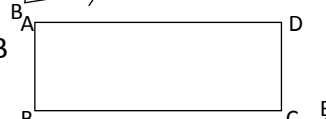
iv) ABC को क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{उचाइ}$

$$\frac{1}{2} \times BC \times AD$$

v) समानान्तर चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफल = 2ABC को क्षेत्रफल



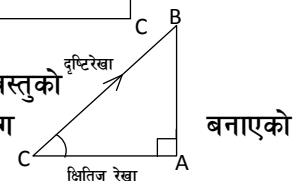
vi) आयतन ABCD को क्षेत्रफल = आधार x उचाइ = BC x AB



vii) उन्नतांश कोण (angle of elevation)

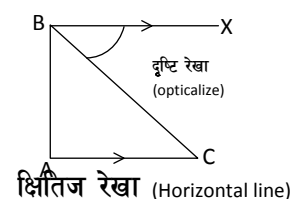
अवलोकन कर्ताले होचो स्थानमा बसि अग्लो स्थानमा रहेको वस्तुको अवलोकन गर्दा दृष्टि रेखा ले जमिन वा जमिन संग समानान्तर रेखा संग कोणलाई उन्नतांश कोण भनिन्छ ।

चित्रमा $\angle ACB =$ उन्नतांश कोण हो ।



viii) अवनति कोण (angle of depression)

अवलोकनकर्ताले होचो स्थानमा बसी अग्लो स्थानमा रहेको वस्तुको अवलोकन गर्दा दृष्टि रेखाले जमिन वा जमिनसँग समानान्तर रेखासँग बनाएको कोणलाई अवनति कोण भनिन्छ ।

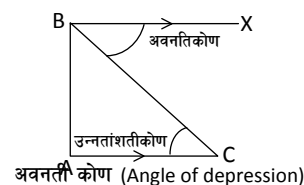


15.1.3 विशेष ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू

i) अवनति कोण र उन्नतांश कोण जहिले पनि बराबर हुन्छ किनकि

यी दुई कोणहरू एकान्तर कोण हुन् ।

अर्थात्, $\angle ACB = \angle CBX$ हुन्छ ।



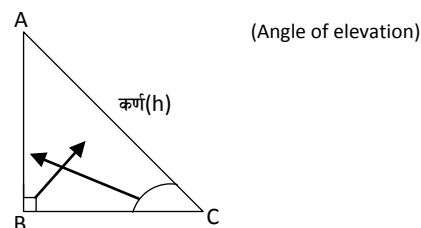
ii) $\angle B 90^\circ$ समकोण $\triangle ABC$ मा $\angle B = 90^\circ$ भएकाले

$\angle B$ सामुनेको भुजा AC लाई कर्ण (h) भनिन्छ ।

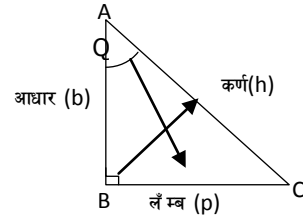
त्यस्तै लाई न्यूनकोण भनिन्छ

र यसलाई angle of reference भनिन्छ र यो angle of reference को सामुनेको भुजा AB लाई लम्ब (p) भनिन्छ र बाँकी तेस्रो भुजा BC लाई आधार (b) भनिन्छ ।

कर्ण सधैं 90° को सम्मुख भुजा हुन्छ तर लम्ब र आधार भने Angle of reference का आधारमा निर्धारण गरिने भएकोले फरक पर्न सक्छ ।



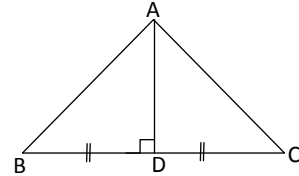
जस्तै :



iii) मध्यकाले त्रिभुजलाई आधा गर्दछ ।

चित्रमा, मध्यिका AD ले ABC लाई आधा गर्दछ त्यसैले

ABD को क्षेत्रफल = ADC को क्षेत्रफल



vi) एउटै आधार AB र उही समानान्तर

रेखाहरू AB र CD बिच रहेका

त्रिभुज ABE र समानान्तर चतुर्भुज ABCD मा त्रिभुजको

क्षेत्रफल समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफलको आधा हुन्छ । अर्थात्

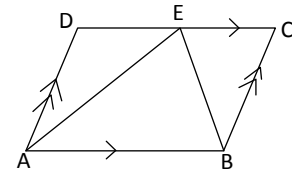
ABE को क्षेत्रफल = $\frac{\square ABCD}{2}$ को क्षेत्रफल

अर्थात् 2 ΔABE को क्षेत्रफल = $\square ABCD$ को क्षेत्रफल

v) उचाइ र दूरी सम्बन्धी समस्यालाई समकोण त्रिभुज (right angled triangle) मा बदली चित्र बनाउनु अवश्यक हुन्छ ।

vi) त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्दा प्रयोग हुने कोण थाहा दिइएको 2 ओटा भुजाको बिचमा परे नपरेको विचार गर्नुपर्दछ र यदि बिचमा नपरेको भए त्यसलाई बिचमा पार्ने उपायहरूको खोजी गर्नुपर्दछ ।

vii) त्रिभुजको क्षेत्रफलको परिमाण लेखिसकेपछि एकाइ लेख्न बिर्सनु हुँदैन, जस्तै : $\Delta ABC = 10$ वर्ग से.मि. 10 वर्ग एकाइ आदि ।



नमुन प्रश्न उत्तर

छोटो उत्तर आउने प्रश्नहरू

नमुना प्रश्न 1 :

दिइएको ΔABC मा $a = 12$ cm, $c = 15\sqrt{2}$ cm र $\angle ABC = 45^\circ$ छ भने ΔABC को क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

समाधान

ΔABC को क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times BC \times AB \times \sin 45^\circ$

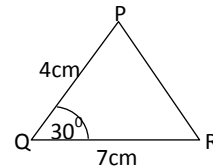
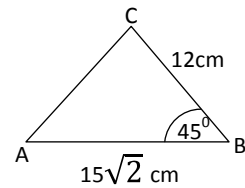
= $\frac{1}{2} \times 12 \times 15\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$

= 90cm^2

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

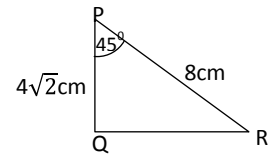
1. दिइएको ΔPQR मा यदि $PQ = 4$ cm $QR = 7$ cm र $\angle PQR = 30^\circ$ भए ΔPQR को क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

Ans: 7cm^2

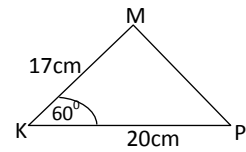


2. दिइएको $\triangle PQR$ मा $PQ = 4\sqrt{2}\text{cm}$
 $PR = 8\text{cm}$ र $\angle QPR = 45^\circ$ छ भने
 $\triangle PQR$ को क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

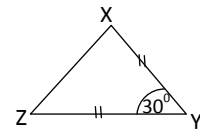
Ans: 16cm^2



3. दिइएको त्रिभुजमा $KM = 17\text{cm}$
 $\angle MKP = 60^\circ$ र $KP = 20\text{cm}$
 भए $\triangle MPK$ को क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् । Ans: 147.22cm^2

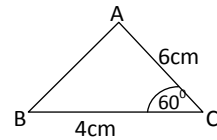


4. दिइएको चित्र $\triangle XYZ$ मा $XY = YZ = 12\text{cm}$
 र $\angle XYZ = 30^\circ$ भए $\triangle XYZ$ को क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।
 Ans: 36cm^2



5. दिइएको चित्रमा $a = 4\text{cm}$, $b = 6\text{cm}$ र $\angle C = 60^\circ$ भए $\triangle ABC$ को
 क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

Ans: 10.39cm^2



नमुना प्रश्न नं. 2 :

दिइएको चित्रमा $\angle XYZ = 30^\circ$, $yz = 12\text{cm}$ र $\triangle xyz$ को क्षेत्रफल = 27cm^2 छ
 भने भुजा XY को नाप निकाल्नुहोस् ।

समाधान

दिइएको $\triangle XYZ$ को क्षेत्रफल (A) = $\frac{1}{2} \times xy \times yz \times \sin 30^\circ$

$$\text{or, } 27 = \frac{1}{2} \times xy \times 12 \times \frac{1}{2}$$

$$\text{or, } 27 = 3xy$$

$$\text{or, } 3xy = 27$$

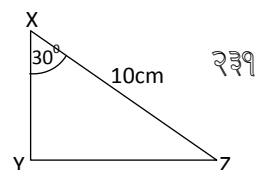
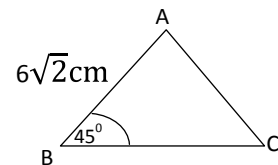
$$\text{or, } xy = \frac{27}{3}$$

$$\text{or, } xy = 9\text{cm}$$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

1. दिइएको चित्रमा $AB = 6\sqrt{2}\text{cm}$,
 $\angle ABC = 45^\circ$ र $\triangle ABC$ को क्षेत्रफल = 24cm^2
 छ भने भुजा BC को नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

Ans: 8cm



2. दिइएको चित्रमा $xz = 10\text{cm}$, $\angle yxz = 30^\circ$

र Δxyz को क्षेत्रफल $= 24\text{cm}^2$ छ भने

xy को नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

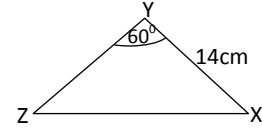
Ans: 9.6cm

3. दिइएको Δxyz मा यदि $xy = 14\text{cm}$

$\angle xyz = 60^\circ$ र Δxyz को क्षेत्रफल $= 28\sqrt{3}\text{cm}^2$ भए

भुजा yz को लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

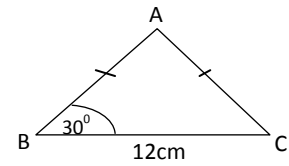
Ans: 8cm



4. दिइएको ΔABC मा $BC = 12\text{cm}$, $AB = AC$,

$\angle B = 30^\circ$ र ΔABC को क्षेत्रफल 27cm^2 छ

भने भुजा AC को लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।



[Hint: (ΔABC समाद्विबाहु त्रिभुज भएकाले यसका आधारका कोणहरू बराबर हुन्छ अर्थात् $\angle B = \angle C = 30^\circ$ हुन्छ त्यसपछि ΔABC को क्षेत्रफलको सूत्र प्रयोग गर्ने)] Ans: 12cm

5. सँगै दिइएको ΔABC मा

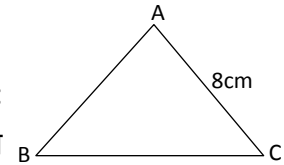
$\angle A + \angle B = 150^\circ$, $AC = 8\text{cm}$ र

ΔABC को क्षेत्रफल 24cm^2 भए

भुजा BC को नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

Ans: 12cm [Hint :

(सुरुमा $\angle C$ को मान पत्ता लगाउने र त्यसपछि ΔABC को क्षेत्रफलको सूत्र लगाउने)]



नमुना प्रश्न नं. 3 :

सँगै दिइएको चित्रमा $AB = 6\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$

र ΔABC को क्षेत्रफल $= 12\sqrt{3}\text{cm}^2$ भए

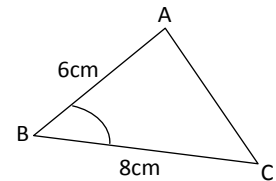
$\angle ABC$ को नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

$$\Delta ABC \text{ को क्षेत्रफल (A)} = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin ABC$$

$$\text{Or, } 12\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin ABC$$

$$\text{Or, } 12\sqrt{3} = 24 \sin ABC$$



$$\text{Or, } 24 \sin ABC = 12\sqrt{3}$$

$$\text{Or, } \sin ABC = \frac{12\sqrt{3}}{24}$$

$$\text{Or, } \sin ABC = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Or, } \sin ABC = \sin 60^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 60^\circ$$

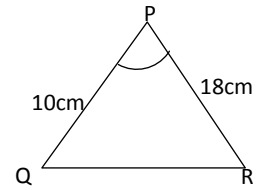
अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

1. दिइएको त्रिभुजमा $PQ = 10\text{cm}$, $PR = 18\text{cm}$

र $\triangle PQR$ को क्षेत्रफल $= 45\sqrt{3}\text{cm}^2$ भए

$\angle QPR$ को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

Ans: 60°



2. दिइएको $\triangle DEF$ मा $DF = 7\text{cm}$,

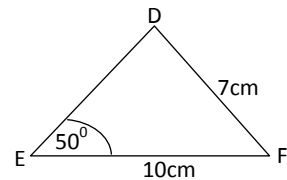
$$EF = 10\text{cm}, \triangle DEF \text{ को क्षेत्रफल} = \frac{35}{2}\sqrt{3}\text{cm}^2$$

र $\angle DEF = 50^\circ$ भए $\angle EDF$ को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

Hint: सुरुमा \triangle को क्षेत्रफलको सूत्रबाट

Ans: 70°

$\angle DEF$ पत्ता लगाउने त्यसपछि अन्तिममा $\angle EDF$ को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

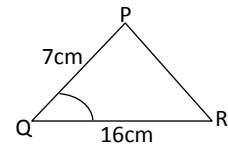


3. सँगैको चित्रमा $PQ = 7\text{cm}$,

$QR = 16\text{cm}$ र $\triangle PQR$ को क्षेत्रफल $= 28\sqrt{3}\text{cm}^2$ छ

भने $\angle PQR$ को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

Ans: 60°

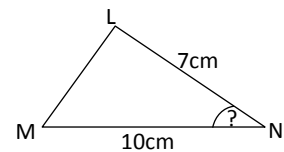


4. दिइएको $\triangle LMN$ मा $LN = 7\text{cm}$, $MN = 10\text{cm}$ र \triangle

LMN को क्षेत्रफल $= \frac{35}{2}\sqrt{3}\text{cm}^2$ भए $\angle MNL$ को मान

निकाल्नुहोस् ।

Ans: 60°

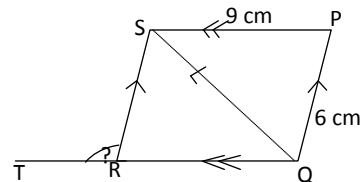


नमुना प्रश्न नं. 4 :

दिइएको चित्रमा PQRS एउटा समानान्तर चतुर्भुज

हो जसमा QR लाई T बिन्दुसम्म बढाएको छ ।

यदि समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल $= 27\sqrt{3}\text{cm}^2$



भुजा $QP = 6\text{cm}$ र भुजमा $PS = 9\text{cm}$
 भए $\angle SRT$ को नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

दिएको, = स.च. PQRS छ । $(A) = 27\sqrt{3}\text{cm}^2$

$PQ = 6\text{cm} = SR$ अर्थात् $PQ = SR = 6\text{cm}$

त्यस्तै, $PS = 9\text{cm} = RQ$

अर्थात् $PS = RQ = 9\text{cm}$

रचना : विकर्ण SQ लाई जोडौं ।

अब,

स.च. PQRS को क्षेत्रफल $(A) = 2\Delta SRQ$ को क्षेत्रफल (स.च.को विकर्णले स.च. लाई आधा गर्ने भएकाले ।)

$$\text{or, } 27\sqrt{3}\text{cm}^2 = 2 \times \frac{1}{2} RQ \times SR \times \sin SRQ$$

$$\text{or, } 27\sqrt{3} = 6 \times 9 \times \sin SRQ$$

$$\text{or, } 27\sqrt{3} = 54 \sin SRQ$$

$$\text{or, } 54 \sin SRQ = 27\sqrt{3}$$

$$\text{or, } 54 \sin SRQ = 27\sqrt{3}$$

$$\text{or, } \sin SRQ = \frac{27\sqrt{3}}{54}$$

$$\text{or, } \sin SRQ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{or, } \sin SRQ = \sin 60^\circ$$

$$\therefore \angle SRQ = 60^\circ$$

अब फेरि $\angle SRQ + \angle SRT = 180^\circ$ (सरल कोण 180° हुने भएकाले ।)

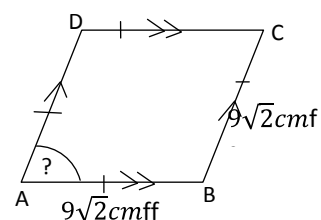
$$\text{or, } 60^\circ + \angle SRT = 180^\circ$$

$$\text{or, } \angle SRT = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

अभ्यसका लागि प्रश्नहरू

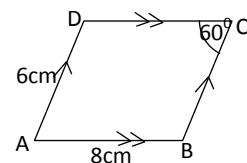
- दिइएको चित्रमा समानान्तर चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफल $= 81\sqrt{3}\text{cm}^2$ छ । यदि $BC = 9\sqrt{2}\text{cm}$ र $AB = 9\sqrt{2}\text{cm}$ भए $\angle DAB$ को नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

Ans: 60°



- दिइएको समानान्तर चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् जसमा $AD = 6\text{cm}$, $AB = 8\text{cm}$ र $\angle BCA = 60^\circ$ छ ।

Ans: $24\sqrt{3}\text{cm}^2$



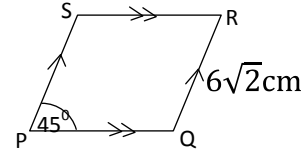
3. सँगैको चित्रमा समानान्तर

चतुर्भुज PQRS को क्षेत्रफल = $42\sqrt{3}\text{cm}^2$ छ ।

यदि $\angle P = 45^\circ$ र $QR = 6\sqrt{2}\text{cm}$ भए

भुजा SR को लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

Ans: $7\sqrt{3}\text{cm}$



नमुना प्रश्न 5 :

दिइएको चित्रमा 60 वर्ग से.मि. क्षेत्रफल भएको

समानान्तर चतुर्भुज PQRS र $\triangle MRS$ एउटै

आधार SR मा रहेका छन् । यदि $SM = 5\sqrt{3}\text{cm}$

$SR = 8\text{cm}$ भए $\angle AMR$ को मान निकाल्नुहोस् ।

समाधान

स.च. PQRS को क्षेत्रफल (A) = $2\triangle SMR$ को क्षेत्रफल (एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिच रहेका त्रिभुज र समानान्तर चतुर्भुजमा स.च. को क्षेत्रफल त्रिभुजको क्षेत्रफलको 2 गुणासँग बराबर हुने भएकाले ।)

$$\text{or, } 60 = 2 \times \frac{1}{2} \times SM \times SR \times \sin MSR$$

$$\text{or, } 60 = 5\sqrt{3} \times 8 \times \sin MSR$$

$$\text{or, } 60 = 40\sqrt{3} \sin MSR$$

$$\text{or, } 40\sqrt{3} \sin MSR = 60$$

$$\text{or, } \sin MSR = \frac{60}{40\sqrt{3}}$$

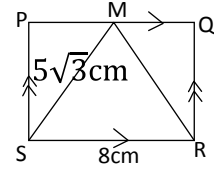
$$\text{or, } \sin MSR = \frac{3}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{or, } \sin MSR = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{or, } \sin MSR = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{or, } \sin MSR = \sin 60^\circ$$

$$\therefore \angle MSR = 60^\circ$$



अभ्यासका लागि प्रश्न

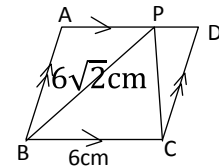
1. दिइएको चित्रमा 18 वर्ग से.मि. क्षेत्रफल भएको

समानान्तर चतुर्भुज ABCD र $\triangle BPC$ एउटै

आधार BC मा रहेका छन् । यदि $BC = 6\text{cm}$

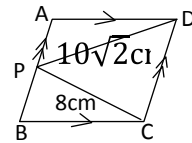
र $BP = 6\sqrt{2}\text{cm}$ भए $\angle PBC$ निकाल्नुहोस् ।

Ans: 30°



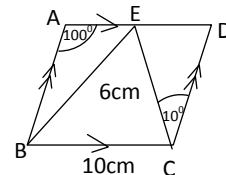
2. दिइएको चित्रमा 80 वर्ग से.मि. क्षेत्रफल भएको समानान्तर चतुर्भुज ABCD र त्रिभुज PCD एउटै आधार DC मा रहेका छन् । यदि $PC = 8\text{cm}$ र $PD = 10\sqrt{2}\text{ cm}$ भए $\angle CPD$ निकाल्नुहोस् ।

Ans: 45°



3. दिइएको चित्रबाट समानान्तर चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् । जहाँ $BC = 10\text{cm}$, $CE = 6\text{cm}$, $\angle DCE = 10^\circ$ र $\angle BAD = 100^\circ$ छन् ।

Ans: 60cm^2



[Hint: $\angle BAD = \angle BCD = 100^\circ$ (= स.च.को सम्मुखकोणहरू बराबर हुने भएकाले ।)

तर $\angle ECD = 10^\circ$

त्यसैले $\angle BCE = 100 - 10^\circ$

$= 90^\circ$

अब माथिको जस्तै गरी स.च. ABCD को क्षेत्रफल निकाल्ने ।]

नमुना प्रश्न नं. 6 :

दिइएको चित्रमा ABCD एउटा समबाहु चतुर्भुज हो जसको क्षेत्रफल $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$ छ र $\angle ABC = 60^\circ$ छ भने भुजा AB को नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

अब,

समबाहु चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफल $= 2\Delta ABC$ को क्षेत्रफल

$$\text{or, } 18\sqrt{3} = 2 \times \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin 60^\circ$$

$$\text{or, } 18\sqrt{3} = AB \times AB \times \frac{\sqrt{3}}{2} \quad [AB = BC]$$

$$\text{or, } 18\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} (AB)^2$$

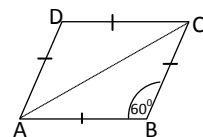
$$\text{or, } \frac{\sqrt{3}}{2} (AB)^2 = 18\sqrt{3}$$

$$\text{or, } (AB)^2 = \frac{18\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\text{or, } (AB)^2 = 36$$

$$\text{or, } (AB)^2 = (6)^2$$

$$\therefore AB = 6\text{cm}$$

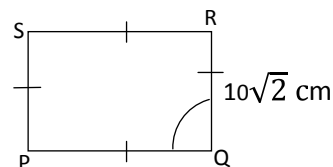


अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

1. दिइएको चित्रमा PQRS एउटा समबाहु चतुर्भुज हो ।

यदि $PQ = 10\sqrt{2}$ cm र $\angle PQR = 45^\circ$ भए

उक्त समबाहु चतुर्भुज PQRS को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

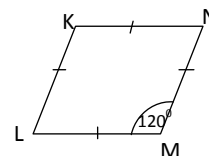


Ans: $100\sqrt{2}$ cm²

2. दिइएको चित्रमा KLMN एउटा समबाहु चतुर्भुज हो ।

जसको क्षेत्रफल $72\sqrt{3}$ cm² छ र $\angle NML = 120^\circ$ भए

भुजा KL को नाप निकाल्नुहोस् ।



Ans: 12cm

नमूना प्रश्न नं. 7 :

दिइएको चित्रमा $\triangle BPC$ एउटा समबाहु \triangle हो । र ABCD एउटा समबाहु चतुर्भुज हो । यदि APCD को क्षेत्रफल $27\sqrt{3}$ cm² भए AB को नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान : रचन : विकर्ण BD जोडौं ।

$\triangle BPC$ समबाहु \triangle भएकाले $\angle B = \angle C = \angle P = 60^\circ$

फेरी, $\angle B = \angle A = 60^\circ$ संगत कोण भएकाले ।

समबाहु चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफल (A₁) = $2\triangle ABD$ को क्षेत्रफल

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times AD \times AB \times \sin 60^\circ$$

$$= AB \times AB \times \frac{\sqrt{3}}{2} \quad [AD = AB]$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} (AB)^2$$

त्यस्तै, समबाहु $\triangle BPC$ को क्षेत्रफल (A₂) = $\frac{1}{2} \times BC \times BP \times \sin 60^\circ$

$$= \frac{1}{2} \times AB \times AB \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} (AB)^2$$

प्रश्नानुसार,

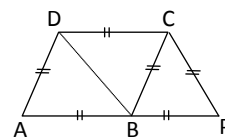
APCD को क्षेत्रफल (A) = A₁ + A₂

$$\text{or, } 27\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} (AB)^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} (AB)^2$$

$$\text{or, } 27\sqrt{3} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right) (AB)^2$$

$$\text{or, } 27\sqrt{3} = \left(\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{3}}{4} \right) (AB)^2$$

$$\text{or, } \frac{3\sqrt{3}}{4} (AB)^2 = 27\sqrt{3}$$



$$\text{or, } (AB)^2 = \frac{27\sqrt{3}}{\frac{3\sqrt{3}}{4}}$$

$$\text{or, } (AB)^2 = \frac{27\sqrt{3} \times 4}{3\sqrt{3}}$$

$$\text{or, } (AB)^2 = 36$$

$$\text{or, } (AB)^2 = (6)^2$$

$$\text{or, } AB = 6\text{cm.}$$

अथवा वैकल्पिक तरिका

APCD को क्षेत्रफल (A) = 3 Δ ABCD को क्षेत्रफल [Δ APCD = Δ ABD + Δ BCD + Δ BPC

$$= \Delta$$
ABC + Δ ABD + Δ ABD

$$= 3\Delta$$
ABD]

$$\text{Or, } 27\sqrt{3} = 3 \times \frac{1}{2} \times AD \times AB \times \sin 60^\circ$$

$$\text{Or, } 27\sqrt{3} = 3 \times \frac{1}{2} \times AB \times AB \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Or, } 27\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{4} (AB)^2$$

$$\text{Or, } 3\sqrt{3} (AB)^2 = 108\sqrt{3}$$

$$\text{Or, } (AB)^2 = \frac{108\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}$$

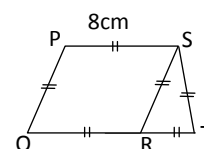
$$\text{Or, } (AB)^2 = 36$$

$$\text{Or, } (AB)^2 = (6)^2$$

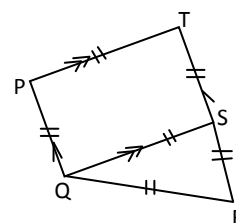
$$\therefore AB = 6\text{cm.}$$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- दिइएको चित्रमा PQRS एक समबाहु चतुर्भुज र Δ RTS एक समबाहु त्रिभुज भए समलम्ब चतुर्भुज PQTS को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस्।
Ans: $48\sqrt{3}\text{cm}^2$



- सँगैको चित्रमा Δ QSR एउटा समबाहु त्रिभुज हो र PQST एउटा समबाहु चतुर्भुज हो। यदि समलम्ब चतुर्भुज PQRT को क्षेत्रफल $48\sqrt{3}$ वर्ग से.मि. छ भने PT को लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस्।
Ans: 8cm

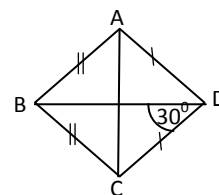


नमुना प्रश्न नं. 8 :

दिएको चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् जसमा $AB = BC$, $AD = CD = 3\text{cm}$
 $BD = 5\text{cm}$ र $\angle BDC = 30^\circ$ छन् ।

समाधान

1. भुजा $AB = BC$ - थाहा दिइएको ।
- (i) भुजा $AD =$ भुजा CD - थाहा दिएको ।
- (ii) भुजा $BD =$ भुजा BD - साझा भुजा भएकाले ।
- (iii) 1. $\triangle ABD \cong \triangle BCD$ - भु. भु. भु. तथ्यअनुसार ।
2. $\triangle ABD = \triangle BCD$ - अनुरूप त्रिभुजको क्षेत्रफल बराबर हुने भएकाले ।



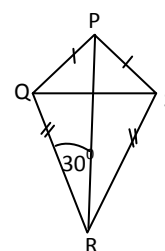
$$\begin{aligned}\text{अब, } \triangle BCD \text{ को क्षेत्रफल} &= 2 \times \frac{1}{2} \times CD \times BD \times \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{15}{4} \text{ cm}^2\end{aligned}$$

अब, प्रश्नअनुसार

$$\begin{aligned}\text{चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफल} &= 2 \triangle BCD \text{ को क्षेत्रफल} \\ &= 2 \times \frac{15}{4} \\ &= \frac{30}{4} \\ &= 7.5 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

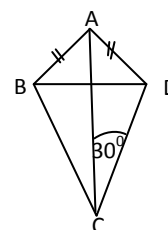
अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

1. दिइएको चतुर्भुज PQRS को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् जसमा $PQ = PS$, $QR = ST = 8\text{cm}$,
 $PR = 12\text{ cm}$ र $\angle PRQ = 30^\circ$ छन् । **Ans: 48cm^2**



2. दिइएको चित्रमा चङ्गाको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् जसमा $AB = AD$,
 $BC = CD = 27\text{cm}$, $AC = 30\text{ cm}$
र $\angle ACD = 30^\circ$ छन् ।

Ans: 405cm^2



नमूना प्रश्न नं. 9 :

दिइएको चित्रमा BD मध्यिका हो । यदि $BD = 6\text{cm}$

$BC = 10\text{cm}$ र $\angle DBC = 30^\circ$ भए

$\triangle ABC$ को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

$\triangle ABD = \triangle BDC$ - मध्यिका BD ले $\triangle ABC$ लाई आधा गर्ने भएकाले ।

अब,

$$\begin{aligned}\triangle BDC \text{ को क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times BD \times BC \times \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times 10 \times \frac{1}{2} \\ &= 15\text{cm}^2\end{aligned}$$

अब प्रश्नानुसार, $\triangle ABC$ को.क्षे.= $2\triangle BDC$ का

$$= 2 \times 15$$

$$= 30\text{cm}^2$$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- दिइएको चित्रमा AD मध्यिका हो । यदि $\angle CAD = 30^\circ$ AD = 6cm र AC = 8cm भए $\triangle ABC$ को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

Ans: 24cm^2

- दिइएको चित्रमा PS मध्यिका हो । यदि $SP=4\text{cm}$, $PQ=\sqrt{3}\text{cm}$ र $\angle QPS=60^\circ$ भए $\triangle PQR$ को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

Ans: 6cm^2

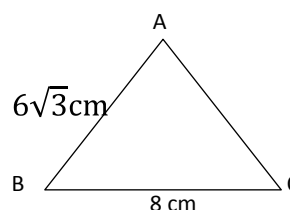
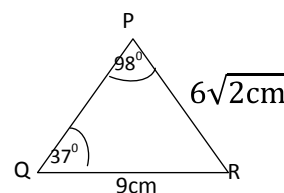
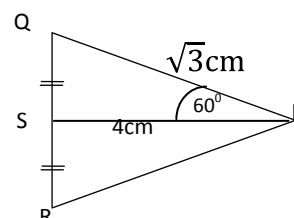
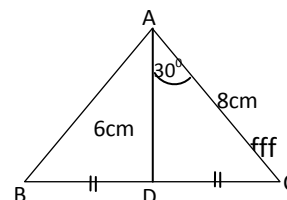
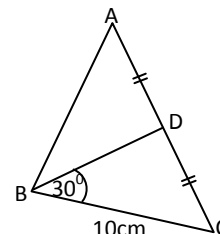
थप अभ्यासका लागि मिश्रित प्रश्नहरू

- दिइएको $\triangle PQR$ मा $\angle QPR = 98^\circ$, $\angle PQR = 37^\circ$
 $PQ = 6\sqrt{2}\text{cm}$ र $QR = 9\text{cm}$ छन् भने $\triangle PQR$ को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

Ans: 27cm^2

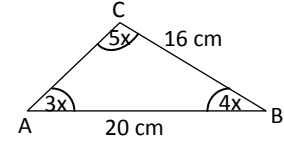
- सँगै दिइएको चित्रमा $AB = 6\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$ र $\triangle ABC$ को क्षेत्रफल $12\sqrt{3}$ व.से.मि. भए $\angle ABC$ को नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

Ans: 30°



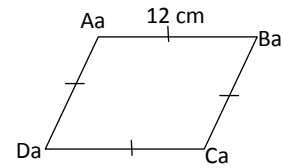
3. $\triangle ABC$ को क्षेत्रफल $3\sqrt{3}$ व.से.मि. भुजा BC को लम्बाइ 3cm र $\angle ACB = 60^\circ$ भए भुजा AC को लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

Ans: 4cm



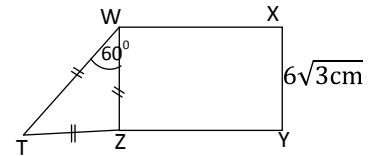
4. सँगैको चित्रमा ABCD एक समबाहु चतुर्भुज हो । यदि AB = 12cm र चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफल 72 व.से.मि. भए $\angle BCD$ को नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

Ans: 30°



5. दिइएको $\triangle ABC$ मा BC = 16cm, AB = 20cm भए $\triangle ABC$ को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

Ans: $80\sqrt{3}cm^2$

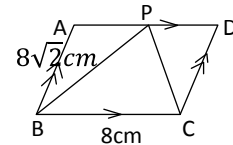


6. दिइएको चित्रमा wxyz एक समबाहु चतुर्भुज र $\triangle WTZ$ एक समबाहु त्रिभुज भए समलम्ब चतुर्भुज XYTW को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

Ans: $81\sqrt{3}cm^2$

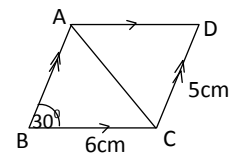
7. दिइएको चित्रमा 64 व. से.मि. क्षेत्रफल भएको समानान्तर चतुर्भुज ABCD र त्रिभुज BPC एउटै आधार र BC मा रहेका छन् । यदि BC = 8cm र BP = $8\sqrt{2}cm$ भए $\angle PBC$ निकाल्नुहोस् ।

Ans: 45°



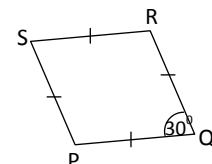
8. दिइएको समानान्तर चतुर्भुज ABCD मा $\triangle ADE$ को क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

Ans: $7.5cm^2$



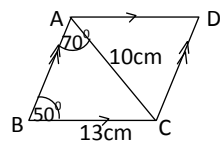
9. सँगैको चित्रमा PQRS एउटा समबाहु चतुर्भुज हो जसको क्षेत्रफल 18 व.से.मी. छ । यदि $\angle PQR = 30^\circ$ भए PS को लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

Ans: 6cm



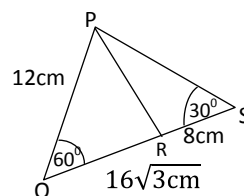
10. चित्रमा दिइएको समानान्तर चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

Ans: $65\sqrt{3}cm^3$



11. दिइएको चित्रमा $PQ = 12cm$,
 $QR = 16\sqrt{3}cm$, $RS = 8cm$, $\angle PQR = 60^\circ$ र
 $\angle PSR = 30^\circ$ छ । यदि $\triangle PQR = 4\triangle PSR$ भए PS
को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

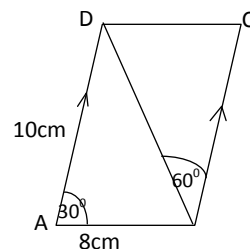
Ans: 18cm



12. दिइएको चित्रमा $AD \parallel BC$ छ । यदि $AD = 10cm$, $AB = 8cm$,
 $\angle DAB = 30^\circ$ र $\angle DBC = 60^\circ$ छ । यदि $\triangle DBC$ को
क्षेत्रफल = $2\triangle ABD$ को क्षेत्रफल भए BC
को लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

[Hint: $\angle ADB = \angle DBC = 60^\circ$ एकान्तर कोण भएकाले ।

$\therefore \angle ABD = 90^\circ$ हुन्छ अब समकोण $\triangle ABD$ बाट BD भुजा पत्ता लगाई
समाधान गर्ने ।]



Ans: 15.39cm

लामो उत्तर आउने प्रश्नहरू

नमूना प्रश्न नं. 1 :

91 m अग्लो एउटा घरहरूको टुप्पोबाट सोही समतलमा रहेको 12m अग्लो घरको छतमा हेर्दा 30° को अवनति कोण पाइयो भने घरहरू र घर बिचको दुरी पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

मानौं AB एउटा घरहरू हो, जसको टुप्पो A र फेद B छ । त्यसै CD एउटा घर हो उक्त घरको छत C मा घरहरूको टुप्पोबाट हेर्दा अवनति कोण $\angle CAX = 30^\circ$ बनाएको छ ।

प्रश्ननुसार,

$$AB = 91m$$

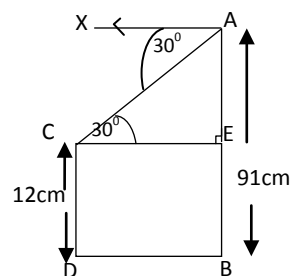
$$BE = CD = 12m$$

$$AE = AB - BE$$

$$= 91 - 12$$

$$= 79m$$

$$\angle CAX = \angle ACE = 30^\circ$$



(एकान्तर कोण भएकाले) धरहरा र घर बिचको दुरी (CE = BD = ?)

समकोण $\triangle ACE$ बाट

$$\tan 30^\circ = \frac{AE}{CE}$$

$$\text{Or, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{79}{CE}$$

$$\text{Or, } CE = 79\sqrt{3}$$

$$= 79 \times 1.732$$

$$= 136.83\text{m}$$

\therefore धरहरा र घर बिचको दुरी = 136.83m.

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. 2m अग्लो मानिसले एउटा खम्बाको टुप्पो हेर्दा 30° को उन्नतांश कोण पाएछ। यदि खम्बाको उचाइ 21m छ भने सो मानिस र खम्बा बिचको दुरी पत्ता लगाउनुहोस्। **Ans:** 32.91cm
2. दुई ओटा घर x m को फरकमा छन्। दोस्रो घरको टुप्पोबाट पहिलो घरको टुप्पोको अवनति कोण 45° छ। यदि पहिलो घरको उचाइ 30m छ र दोस्रो घरको उचाइ 60m भए x को मान पत्ता लगाउनुहोस्। **Ans:** 30m

नमुना प्रश्न नं. 2 :

1.7m अग्लो एउटा केटाले उडाइरहेको चङ्गाको धागोको लम्बाइ 180m हुँदा क्षितिजसँग यसले 30° को कोण बनाउँछ भने जमिनदेखि चङ्गा सम्मको उचाइ कति हुन्छ ?

समाधान

मानौ AB एउटा मानिस हो र चङ्गाको धागाको लम्बाइ AE हो र चङ्गाको धागाले क्षितिजसँग 30° को उन्नतांश कोण बनाएको छ।

प्रश्ननुसार, AB = CD = 1.7cm

AE = 180m

$\angle EAD = 30^\circ$

जमिनदेखि चङ्गा सम्मको उचाइ (CE) = ?

समकोण $\triangle ADE$ बाट

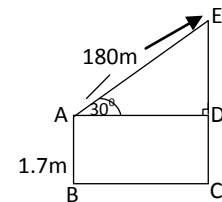
$$\sin 30^\circ = \frac{DE}{AE}$$

$$\text{Or, } \frac{1}{2} = \frac{DE}{180}$$

$$\text{Or, } DE = 180$$

$$\text{Or, } 2DE = \frac{180}{2}$$

$$\text{Or, } DE = 90\text{m}$$



$$\therefore CE = CD + DE$$

$$= (1.7 + 90)m$$

$$= 91.7m$$

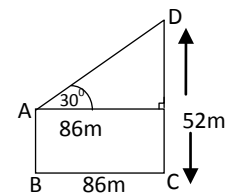
$$\therefore \text{जमिनदेखि चङ्गासम्मको उचाइ (CE) = 91.7m}$$

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. 2m अग्लो मानिसले एउटा स्तम्भको टुप्पोमा हेर्दा उन्नतांश कोण 60° पाएछ। यदि स्तम्भ र मानिस बिचको दुरी 45m भए स्तम्भको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस्। (79.94m)
2. 1.7m अग्लो मानिसले एउटा स्तम्भको टुप्पो अवलोकन गर्दा उन्नतांश कोण 60° पाइयो। यदि स्तम्भ र मानिस बिचको दुरी 25m भए स्तम्भको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस्। **Ans:**45m

नमुना प्रश्न नं. 3 :

एउटा मानिसले आफूभन्दा अगाडिको 52m अग्लो खम्बाको टुप्पोमा हेर्दा उन्नतांश कोण 30° पाएछ। यदि मानिस र खम्बा बिचको दुरी 86m छ भने त्यस मानिसको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस्।



समाधान

मानौ AB एउटा मानिस हो जस्तै CD एउटा

खम्बा हो जसको टुप्पो D मा हेर्दा

उन्नतांश कोण 30° बनेको छ।

प्रश्ननुसार,

मानिस र खम्बा बिचको दुरी (AE = BC = 86m)

खम्बाको उचाइ (CD) = 52m

$$\angle DAE = 30^\circ$$

मानिसको उचाइ AB = EC = ?

समकोण AED बाट

$$\tan 30^\circ = \frac{DE}{AE}$$

$$\text{Or, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{DE}{86}$$

$$\text{Or, } \sqrt{3} DE = 86$$

$$\text{Or, } DE = \frac{86}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Or, } DE = \frac{86}{1.732}$$

$$\text{Or, } DE = 49.65m$$

$$\therefore EC = DC - DE$$

$$= (52 + 49.65)m$$

$$= 2.35m$$

∴ मानिसको उचाइ (AB = EC) = 2.35m

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. 26m अग्लो एउटा खम्बाको टुप्पोबाट त्यस खम्बाको ठिक अगाडि $15\sqrt{3}m$ दुरीमा रहेको एउटा घरको टुप्पोलाई अवलोकन गर्दा अवनति कोण 30° पाइयो भने घरको उचाइ कति होला ?

Ans: 11m

2. दुई स्तम्भ 60m को दुरीमा छन्। अग्लो स्तम्भको उचाइ 150m छ। उक्त स्तम्भको टुप्पोबाट होचो स्तम्भको टुप्पोको अवनतिकोण 30° भए होचो स्तम्भको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस्।

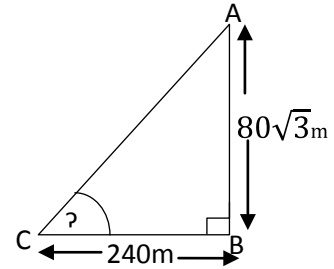
Ans: 115.35m

नमूना प्रश्न नं. 4 :

एक जना मानिसले $80\sqrt{3}m$ अग्लो एउटा धरहराको टुप्पोलाई सो धरहराको फेददेखि 240m पर बाट हेर्दा बन्ने उन्नतांश कोण पत्ता लगाउनुहोस्।

समाधान

मानौ AB एउटा धरहरा हो जसको टुप्पो A लाई कुनै मानिसले C बिन्दुबाट हेर्दा बन्ने उन्नतांश कोण $\angle ACB$ हो।



प्रश्ननुसार,

$$AB = 80\sqrt{3}m$$

$$BC = 240m$$

$$\angle ACB = ?$$

समकोण $\triangle ABC$ बाट

$$\tan ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{Or, } \tan ACB = \frac{80\sqrt{3}}{240}$$

$$\text{Or, } \tan ACB = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Or, } \tan ACB = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$\text{Or, } \tan ACB = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Or, } \tan \angle ACB = \tan 30^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = 30^\circ$$

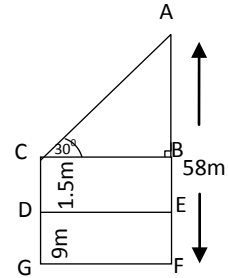
$$\therefore \text{उन्नतांशकोण} = 30^\circ$$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

1. 10m अग्लो स्थानबाट सोही समतलमा पर्ने ठिक अगाडि रहेको 30m अग्लो स्तम्भको टुप्पामा हेर्दा x° उन्नतांश कोण पाइयो । यदि उक्त स्थान र स्तम्भको दुरी $20\sqrt{3}$ m भए x° को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।
Ans: 30°
2. 16m अग्लो स्थानबाट सोही समतलमा पर्ने ठिक अगाडि रहेको 41m अग्लो स्तम्भको टुप्पामा हेर्दा x° को उन्नतांश कोण बनाएको छ । यदि उक्त स्थान र स्तम्भको दुरी $25\sqrt{3}$ m भए x° को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।
Ans: 30°

नमूना प्रश्न नं. 5 :

9m अग्लो घरको छानामा 1.5m अग्लो मानिसले चङ्गा उडाइरहेको थियो र चङ्गा जमिनदेखि 58m उचाइमा थियो यदि त्यस चङ्गाको धागोले क्षितिजसँग 30° को कोण बनाएको रहेछ भने सो चङ्गाको धागोको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।



समाधान

मानौ AF जमिनदेखि चङ्गासम्मको उचाइ हो ।

CD मानिसको उचाइ हो, DG घरको उचाइ हो ।

AC चङ्गाको धागाको लम्बाइ हो ।

प्रश्ननुसार,

$$DG = EF = 9\text{m}$$

$$CD = BF = 1.5\text{m}$$

$$AF = 58\text{m}$$

$$AB = 58\text{m}$$

$$AB = AF - EF - BE$$

$$= 58 - 9 - 1.5$$

$$= 47.5\text{m}$$

$$\angle ACB = 30^\circ$$

समकोण ABC बाट

$$\sin 30^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{Or, } \frac{1}{2} = \frac{47.5}{AC}$$

$$\text{Or, } AC = 95 \text{ m}$$

चङ्गाको धागाको लम्बाइ (AC) = 95m

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

1. $5\sqrt{3}$ m अग्लो घरको छानामा $\sqrt{3}$ m अग्लो मानिसले चङ्गा उडाइरहेको थियो र चङ्गा जमिनदेखि $20\sqrt{3}$ m उचाइमा थियो । यदि त्यस चङ्गाको धागाले क्षितिजसँग 45° को कोण बनाएको रहेछ भने सो चङ्गाको धागाको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् । **Ans: 34.29m**
2. 6m अग्लो घरको छानामा 1.6m अग्लो मानिसले चङ्गा उडाइरहेको थियो र चङ्गा जमिनदेखि 60m उचाइमा थियो । यदि त्यस चङ्गाको धागाले क्षितिजसँग 30° को कोण बनाएको रहेछ भने सो चङ्गाको धागाको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् । **Ans: 104.8m**

नमुना प्रश्न नं. 6 :

एउटा 18m अग्लो रुख हावाले भाँचिएर टुप्पाले जमिनमा हुँदा 30° को कोण बनेको छ । उक्त रुखको भाँचिएको भागको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

मानौं AC उउटा रुख हो जुन हावाले C बिन्दुमा भाँचिएर

भाँचिएको भाग AC ले जमिन को D बिन्दुमा

छुदा 30° कोण बनाएको छ ।

प्रश्ननुसार,

$$AB = 18\text{m}$$

$$\angle CDB = 30^\circ$$

भाँचिएको भागको लम्बाइ (AC = CD = ?)

मानौं AC = CD = x m मा छ ।

$$BC = AB - AC$$

$$= (18 - x)$$

अब समकोण $\triangle BDC$ बाट

$$\sin 30^\circ = \frac{BC}{CD}$$

$$\text{Or, } \frac{1}{2} = \frac{18 - x}{x}$$

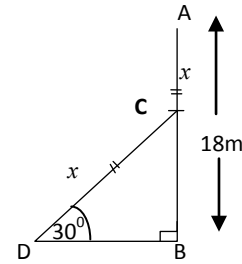
$$\text{Or, } 36 - 2x = x$$

$$\text{Or, } 36 = x + 2x$$

$$\text{Or, } 36 = 3x$$

$$\text{Or, } x = \frac{36}{3}$$

$$\text{Or, } x = 12$$



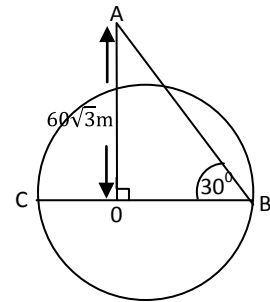
भाँचिएको भागको लम्बाइ $(AC) = (CD) = 12\text{m}$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

1. एउटा 14m अग्लो रुख हावाले भाँचिएर टुप्पोले जमिनमा छुदा जमिनसँग 60° को कोण बनेको छ । रुखको भाँचिएको भागको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् । **Ans: 7.50 m**
2. एउटा रुख आँधीले भाँचिएर जमिनसँग समकोण त्रिभुज बनाउँछ । रुखको भाँचिएको भागले जमिनसँग 60° को कोण बनाउँछ । यदि अहिले रुखको टुप्पो यसको फेदबाट 15m टाढा छ भने रुख कति अग्लो थियो ? **Ans: 55.98m**
3. हुरीले एउटा सिधा रुख भाँचिदा यसको टुप्पाले फेदबाट $4\sqrt{3}\text{ m}$ टाढा जमिनमा छोएर 30° को कोण बनाउँछ भने भाँचिनुभन्दा पहिलाको रुखको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् । **Ans: 12m**

नमूना प्रश्न नं. 7 :

एउटा वृत्तकार चौरको मध्य भागमा एउटा $60\sqrt{3}\text{ m}$ अग्लो खम्बा गाडिएको छ । सो चौरको परिधिको कुनै एउटा बिन्दुबाट सो खम्बाको टुप्पामा हेर्दा 30° को उन्नतांश कोण बन्छ भने सो चौरको व्यासको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।



समाधान

मानौं वृत्तकार चौरको मध्य भाग O छ ।

उक्त मध्य भागमा गाडिएको खम्बा (AO) छ ।

चौरको परिधिको B बिन्दुबाट खम्बाको टुप्पो

A मा हेर्दा 30° को उन्नतांश कोण बनेको छ ।

प्रश्ननुसार,

$$AO = 60\sqrt{3}\text{ m}$$

$$\angle ABO = 30^\circ$$

$$\text{व्यास (BC)} = ?$$

समकोण $\triangle AOB$ बाट

$$\tan 30^\circ = \frac{AO}{BO}$$

$$\text{Or, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{60\sqrt{3}}{BO}$$

$$\text{Or, } BO = 60 \times (\sqrt{3})^2$$

$$\text{Or, } BO = 60 \times 3$$

$$\text{Or, } BO = 180\text{m}$$

$$\text{अब प्रश्ननुसार व्यास (BC) = } 2BO \text{ (d = 2r)}$$

$$= 2 \times 180$$

$$= 360\text{m}$$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

1. एउटा वृत्तकार पोखरीको व्यास 60 m छ । उक्त पोखरीको बिचमा गाडिएको खम्बाको टुप्पामा सो पोखरीको किनाराबाट हेर्दा 30° को उन्नतांश कोण बन्छ भने पानीको सतहदेखि खम्बाको टुप्पो सम्मको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् । **Ans:17.32m**
2. एउटा वृत्तकार पोखरीको केन्द्रमा एउटा खम्बाको ठाडो उभ्याइएको छ । खम्बाको टुप्पो पानीको सतहबाट 30m उचाइमा छ । पोखरीको परिधिको एक बिन्दुबाट यसको उन्नतांश कोण 60° भए उक्त पोखरीको अर्धव्यासको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् । **Ans:17.32m**
3. एउटा वृत्तकार पोखरीको केन्द्रमा पानीको सतहदेखि माथि 11.62m अग्लो खम्बा पोखरीको किनाराको कुनै बिन्दुबाट 1.62m अग्लो मानिसले खम्बाको टुप्पो अवलोकन गर्दा उन्नतांश कोण 30° पायो भने सो पोखरीको व्यास कति होला ?

Ans:34.64m

नमुना प्रश्न नं. 8 :

कुनै रुखको छायाको लम्बाइ सूर्यको उचाइ 45° भएको समयमा सूर्यको उचाइ 60° भएको समयमा भन्दा 20m लामो छ भने सो रुखको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

मानौ AB एउटा रुख हो, BC र BD यसका छायाहरू हुन् ।

प्रश्ननुसार,

$$\angle ACB = 60^\circ$$

$$\angle ADB = 45^\circ + BC = x \text{ (मानौ)}$$

$$BD = (x + 20) \text{ m}$$

$$\text{रुखको उचाइ (AB)} = ?$$

समकोण $\triangle ABC$ बाट

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

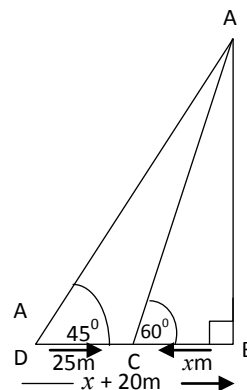
$$\text{Or, } \sqrt{3} = \frac{AB}{x}$$

$$\text{Or, } AB = x\sqrt{3} \dots\dots\dots (i)$$

फेरि समकोण $\triangle ABD$ बाट

$$\tan 45^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{Or, } 1 = \frac{AB}{BC + CD}$$



$$\text{Or, } 1 = \frac{x\sqrt{3}}{x+20}$$

$$\text{Or, } x\sqrt{3} = x + 20$$

$$\text{Or, } x\sqrt{3} - x = 20$$

$$\text{Or, } x(\sqrt{3} - 1) = 20$$

$$\text{Or, } x = \frac{20}{\sqrt{3}-1}$$

$$\text{Or, } x = \frac{20}{1.732 - 1}$$

$$\text{Or, } x = \frac{20}{0.732}$$

$$\text{Or, } x = 27.32\text{m}$$

$$\therefore \text{रुखको उचाइ (AB)} = x\sqrt{3}$$

$$= 27.32 \times 1.732$$

$$= 47.32\text{m}$$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

1. 30m अग्लो कुनै रुखको छायाको लम्बाइ सूर्यको उचाइ 45° भएको समयमा सूर्यको उचाइ 60° भएको समयमा भन्दा x m लामो हुन्छ भने x को मान पत्ता लगाउनुहोस् । **Ans: 12.68m**
2. x m अग्लो कुनै रुखको छायाको लम्बाइ सूर्यको उचाइ 30° भएको समयमा सूर्यको उचाइ 45° भएको समयमा भन्दा 21.96m ले बढी हुन्छ भने x को मान पत्ता लगाउनुहोस् । **Ans: 30m**
3. $30\sqrt{3}$ m अग्लो कुनै रुखको छायाको लम्बाइ सूर्यको उचाइ 30° भएको समयमा सूर्यको उचाइ 60° भएको समयमा भन्दा कति मिटरले बढी हुन्छ ? **Ans: 6m**

नमुना प्रश्न नं. 9 :

1m अग्लो एउटा केटा बत्तीको खम्बाबाट 6m टाढा छ । उक्त केटाको छाया $\sqrt{3}$ m लामो छ भने बत्तीको खम्बाको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

मानौं AB एउटा बत्तीको खम्बा हो र CD एउटा मानिस हो ।

प्रश्ननुसार,

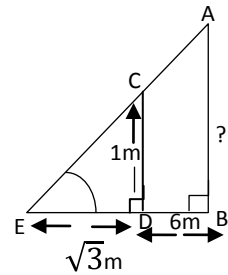
$$CD = 1\text{m}$$

$$BD = 6\text{m}$$

$$ED = \sqrt{3}\text{m}$$

$$AB = ?$$

समकोण $\triangle CDE$ बाट



$$\tan E = \frac{CD}{ED}$$

$$\text{Or, } \tan E = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Or, } \tan E = \tan 30^\circ$$

$$\therefore \angle E = 30^\circ$$

फेरि समकोण $\triangle ABE$ बाट

$$\tan E = \frac{AB}{EB}$$

$$\text{Or, } \tan 30^\circ = \frac{AB}{6+\sqrt{3}}$$

$$\text{Or, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{6+\sqrt{3}}$$

$$\text{Or, } \sqrt{3} AB = 6+\sqrt{3}$$

$$\text{Or, } AB = \frac{6+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Or, } AB = \frac{6+1.732}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Or, } AB = \frac{7.732}{1.732}$$

$$\text{Or, } AB = 4.46\text{m}$$

बत्तिको खम्बाको उचाइ = 4.46m

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

1. 1.5m अग्लो मानिसको छाया 3m हुँदा 15m अग्लो भवनको छायाको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् । **Ans:30m**
- २ 12 फिट अग्लो वस्तुको छाया $24\sqrt{3}$ फिट हुँदा 21 फिट अग्लो वस्तुको छायाको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् । **Ans: $21\sqrt{3}$ feet**

थप अभ्यासका लागी मिश्रित प्रश्नहरू

1. दुई ओटा घरहरू 45m को फरकमा छन् । दोस्रो घरको टुप्पाबाट पहिलो घरको टुप्पाको अवनतिकोण 45° छ । यदि पहिलो घरको उचाइ 20m भए दोस्रो घरको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् । **Ans:65m**
2. 1.5m उचाइ भएको एउटा केटाले चङ्गा उडाइराखेको छ । धागोको लम्बाइ 200m भएको बेला चङ्गाको धागाले क्षितिजसँग 30° को कोण बनाउँछ भने जमिनबाट चङ्गाको उचाइ निकाल्नुहोस् । **Ans:101.5m**

3. कुनै अवलोकनकर्ता आफ्नो 8m अग्लो घरको माथिल्लो तलाबाट ठिक अगाडि रहेको मन्दिरको टुप्पालाई हेर्दा 60° को उन्नतांश कोण पाएछ। यदि घर र अवलोकनकर्ता बिचको दुरी $15\sqrt{3}$ m भए मन्दिरको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस्। **Ans:53m**
4. नदीको एक किनारमा $60\sqrt{3}$ फिट अग्लो टावर छ। नदीको अर्को किनारबाट टावरको टुप्पो हेर्दा उन्नतांश कोण x° रहेछ। यदि नदीको चौडाइ 120 फिट भए x° को मान पत्ता लगाउनुहोस्। **Ans:60°**
5. 18 फिट अग्लो घरको छानामा 6 फिट अग्लो मानिसले चङ्गा उडाइरहेको थियो र चङ्गा जमिनदेखि x फिट उचाइमा थियो। यदि त्यस चङ्गाको धागोले क्षितिज सँग 30° को कोण बनाएको रहेछ। यदि धागाको लम्बाइ 52 फिट भए x को मान पत्ता लगाउनुहोस्। (50 फिट)
6. एउटा रुख हावाले भाँचिएर टुप्पाले जमिनसँग 45° को कोण बनाउँछ। उक्त भाँचिएर बाँकी रहेको भागको उचाइ $18\sqrt{2}$ फिट भए पुरा रुखको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस्। (36 फिट)
7. वृत्तकार पोखरीको केन्द्रमा पानीको सतहदेखि माथि 11.62m अग्लो खम्बा छ। पोखरीको किनारको कुनै बिन्दुबाट 1.62m अग्लो मानिसले खम्बाको टुप्पो अवलोकन गर्दा उन्नतांश कोण 60° पायो भने सो पोखरीको व्यास पत्ता लगाउनुहोस्। (11.54 m)
8. एउटा घर 10 फिट अग्लो छ। उक्त घरको छतबाट एउटा 14 फिट अग्लो मन्दिरको टुप्पो अवलोकन गरिएको छ। यदि घर र मन्दिरबिचको दुरी $45\sqrt{3}$ फिट भए उक्त मन्दिरको टुप्पाको उन्नतांश कोण पत्ता लगाउनुहोस्। (60°)
9. $2\sqrt{3}$ m अग्लो पर्खालको छाया 2m लामो भएका बेलामा सूर्यको उचाइ पत्ता लगानुहोस्। (60°)
10. 6 फिट अग्लो मानिस उउटा वृत्तको खम्बाबाट x फिट टाढा छ। उक्त केटाको छाया $2\sqrt{3}$ फिट लामो छ र वृत्तको खम्बाको उचाइ 28 फिट भए x को मान पत्ता लगाउनुहोस्। ($4\sqrt{3}$ फिट)
11. वृत्तकार पोखरीको केन्द्रमा पानीको सतहदेखि माथि 24 फिट अग्लो खम्बा छ। पोखरीको किनारको कुनै बिन्दुबाट x फिट अग्लो मानिसले खम्बाको टुप्पो अवलोकन गर्दा उन्नतांश कोण 45° पायो। यदि सो पोखरीको व्यास 36 फिट भए x को मान पत्ता लगाउनुहोस्। (6 फिट)
12. एक जना मानिस खम्बाका फेदबाट 50, पर उभिएको छ। त्यहाँबाट खम्बाको टुप्पो हेर्दा उसले 30° को उन्नतांश कोण पाएछ। यदि जमिनबाट उसको आँखा 1.5cm माथि छ भने उक्त खम्बाको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस्। **Ans:30.36 m**

क्षेत्र : ७ तथ्याङ्क शास्त्र (Statistics)

1. क्षेत्र परिचय

यस तथ्याङ्क शास्त्र क्षेत्रमा मध्यक, मध्यिका र चतुर्थांशलाई समावेश गरिएको छ। यस क्षेत्रबाट परिक्षामा छोटो प्रश्न 2 ओटा = $2 \times 2 = 4$ अङ्कका र लामो प्रश्न एउटा = $1 \times 4 = 4$ अङ्कको आउने व्यवस्था छ।

2. आधारभूत तथ्य र सूत्रहरू

2.2 आधारभूत तथ्यहरू

- (क) मध्यक (Mean) : दिएको तथ्याङ्कको औसत मानाङ्कलाई मध्यक भनिन्छ। यसलाई \bar{X} ले जनाइन्छ।
- (ख) मध्यिका (Median) : दिइएको तथ्याङ्कको बढ्दो वा घट्दो क्रममा राख्दाको मध्य मानलाई मध्यिका भनिन्छ। यसलाई m_d वा Q_2 ले जनाइन्छ।
- (ग) चतुर्थांश (Quartice) : दिइएको तथ्याङ्कलाई बढ्दो वा घट्दो क्रममा राख्दा पहिलो 25 % मा पर्ने र 75% मा पर्ने मानाङ्क र 75 % मा पर्ने मानाङ्कलाई क्रमशः पहिलो र तेस्रो चतुर्थांश भनिन्छ। पहिलो चतुर्थांशलाई Q_1 र तेस्रो चतुर्थांशलाई Q_3 ले जनाइन्छ।

2.2 आधारभूत सूत्रहरू

	व्यक्तिगत श्रेणी	खण्डित श्रेणी	वर्गीकृत श्रेणी																		
तथ्याङ्क	21, 27,32,47	<table><tr><td>X</td><td>10</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td></tr><tr><td>f</td><td>2</td><td>7</td><td>4</td><td>5</td></tr></table>	X	10	20	25	30	f	2	7	4	5	<table><tr><td>X</td><td>0-10</td><td>10-20</td><td>20-30</td></tr><tr><td>f</td><td>2</td><td>7</td><td>4</td></tr></table>	X	0-10	10-20	20-30	f	2	7	4
X	10	20	25	30																	
f	2	7	4	5																	
X	0-10	10-20	20-30																		
f	2	7	4																		
मध्यक	$X = \frac{\sum x}{N}$	$X = \frac{\sum fx}{N}$	$X = \frac{\sum fm}{N}$																		
मध्यिका	$\left(\frac{N+1}{2}\right)$ औं पद	$\left(\frac{N+1}{2}\right)$ औं पद	मध्यिका पर्ने स्थान $= \frac{N}{2}$ औं पद $m_d = L + \frac{\frac{N-c.f}{2}}{f} \times i$																		
चतुर्थांश	$Q_1= \left(\frac{N+1}{4}\right)$ औं पद $Q_3= \left(\frac{N+1}{4}\right)$ औं पद	$Q_1= \left(\frac{N+1}{4}\right)$ औं पद $Q_3= 3\left(\frac{N+1}{4}\right)$ औं पद	$Q_1=$ पर्ने स्थान $\left(\frac{N+1}{4}\right)$ औं पद $Q_1 = L + \frac{\frac{N-c.f}{4}}{f} \times i$																		

$Q_3 =$ पर्ने स्थान $\left(\frac{3N}{4}\right)$ औं पद

$$Q_3 = L + \frac{\frac{3N-c.f.}{4}}{f} \times i$$

नोट : $N = \sum f$ (बारम्बारताको योगफल)

L = वर्गान्ताको तल्लो मान

c.f. = मध्यिका/चतुर्थांश पर्ने वर्गान्तरभन्दा माथिल्लो वर्गान्तरको c.f.

f = मध्यिका/चतुर्थांश पर्ने वर्गान्तरको f .

i = वर्गान्तरको फरक (जस्तै : 0-10 को फरक छ)

3. विशेष ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू

- (क) मध्यिका र चतुर्थांश निकाल्ने प्रश्नमा तथ्याङ्कलाई बढ्दो छ । घट्दो क्रममा राख्नुपर्छ । बढ्दो क्रममा राख्नु उत्तम मानिन्छ ।
- (ख) मध्यिका र चतुर्थांशमा व्यक्तिगत श्रेणीमा दशमलवमा पद आए विशेष ख्याल गर्नुपर्छ । जस्तै : 2.25 औं पद आएमा 2.25 औं पद = 2 औं पद + 0.25 (3 औं पद) हुन्छ ।
- (ग) प्रत्येक प्रश्नको अन्त्यमा निश्कर्ष लेख्नु अनिवार्य छ ।

4. नमुना प्रश्नोत्तर र अभ्यास

4.1 छोटो उत्तर आउने प्रश्नहरू

नमुना 1 :

कुनै वर्गकृत तथ्याङ्कको मध्यक (\bar{X}) = 50 र $\sum fx = 750$ छ भने N को मान निकाल्नुहोस् ।

सामाधान

यहाँ दिइएको

मध्यक (\bar{X}) = 50 र $\sum fx = 750$

$N = ?$

हामीलाई थाहा छ, $\bar{X} = \frac{\sum fx}{N}$

or, $50 = \bar{X} = \frac{750}{N}$

or, $50 \times N = 750$

or, $N = \frac{750}{50} = 15$

$\therefore N = 15$

त्यसैले दिइएको तथ्याङ्क $N = 15$ हुन्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

- (क) यदि $\sum fm = 320$ र $\bar{X} = 16$ भए N को मान कति होला ($N = 20$)
- (ख) यदि $N = 40$, $\sum fx = 5000$ र $\sum x^2 = 12500$ भए \bar{X} कति होला ? ($\bar{X} = 125$)
- (ग) यदि $\sum fx = 6000$ र $\bar{X} = 150$ भए n को मान निकाल्नुहोस् ? ($N = 40$)
- (घ) यदि कुनै तथ्याङ्कको $\bar{X} = 40$ र $N = 20$ भए $\sum fx$ कति होला ? ($\sum fx = 800$)

नमूना 2 :

कुनै निरन्तर श्रेणीमा पदहरूको सङ्ख्या (N) = 50 + a

मध्यक (\bar{X}) = 20 र पदहरूको योगफल $\Sigma fx = 1200$ भए 'a' को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ दिइएको,

$$\text{मध्यक } (\bar{X}) = 20$$

$$N = 50 + a$$

हामीलाई थाहा छ,

$$\bar{X} = \frac{\Sigma fx}{N}$$

$$\text{Or, } 20 = \frac{1200}{50 + a}$$

$$\text{Or, } 20 \times (50 + a) = 1200$$

$$\text{Or, } 1000 + 20a = 1200$$

$$\text{Or, } 20a = 1200 - 1000$$

$$\text{Or, } 20a = 200$$

$$\text{Or, } a = \frac{200}{20} = 10$$

$$\therefore a = 10$$

त्यसैले a = को मान 10 हुन्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

(क) यदि $\Sigma fx = 72 + 8k$, $\bar{X} = 6$ र $\Sigma f = 16 + k$ भए k को मान कति होला (k = 12)

(ख) यदि एउटा श्रेणीमा $\bar{X} = 10$, $\Sigma fx = 700 + 5$, र $\Sigma f = N = 40 + 3m$ भए m को मान पत्ता लगाउनुहोस् ? (m = 12)

(ग) यदि $\bar{X} = 14.25$, $\Sigma fx = 240 + 15p$, र $N = 17 + p$ भए p को मान पत्ता लगाउनुहोस् ? (p = 3)

नमूना 3 :

दिइएको लेखाचित्रबाट मध्यिका श्रेणी पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ,

लेखाचित्रको माथिल्लो बिन्दु 55 छ ।

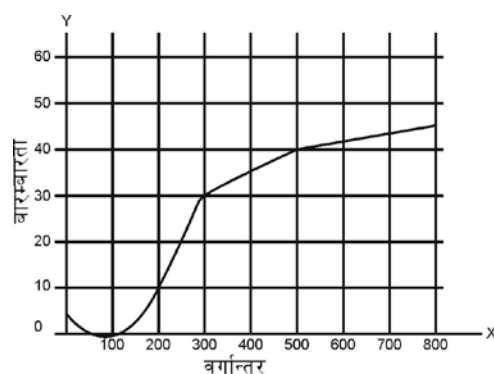
त्यसैले N = 55

$$\text{मध्यिका पर्ने श्रेणी} = \left(\frac{N}{2} \right) \text{ औ}$$

$$= \frac{55}{2}$$

$$= 27.5 \text{ औ श्रेणी}$$

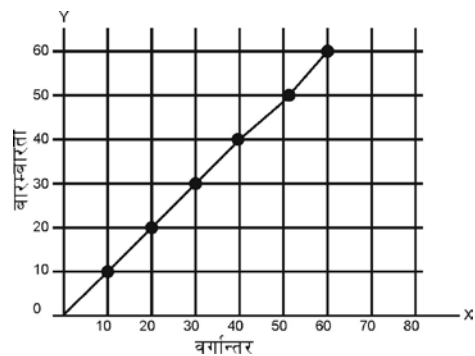
$$27.5 \text{ औ श्रेणी} = 200 - 300$$



त्यसैले दिएको लेखाचित्रको मध्यिका श्रेणी 200 - 300 हुन्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

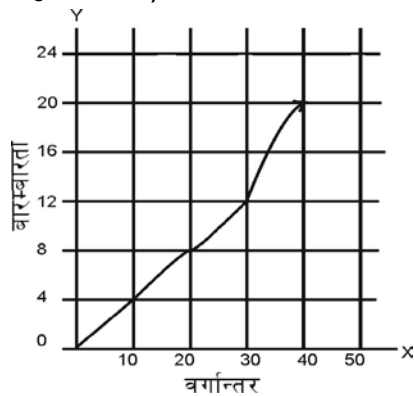
(क) दिएको लेखाचित्रबाट मध्यिका श्रेणी निकाल्नुहोस् ।



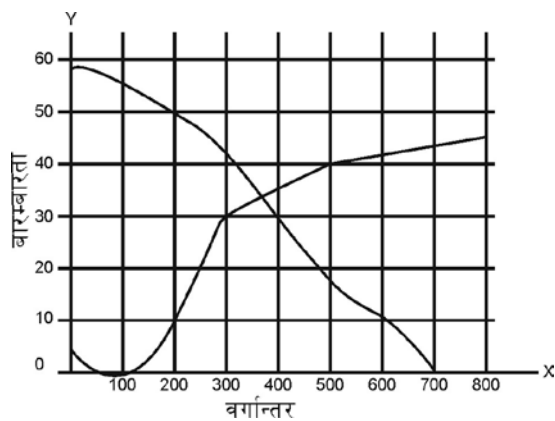
(ख) दिएको ओजाइभबाट पहिलो चतुर्थांश ($Q_1 = \frac{N}{4}$ औं

श्रेणी) र तेस्रो चतुर्थांश ($Q_3 = \frac{3N}{4}$ औं श्रेणी)

निकाल्नुहोस् । ($Q_1 = 10-20$, $Q_3 = 30-40$)



(ग) सँगै दिएको लेखाचित्रबाट मध्यिका श्रेणी पत्ता लगाउनुहोस् । (400-500)



4.2. लामो उत्तर आउने प्रश्नहरू

नमुना 1 :

दिइएको आँकाडाबाट पहिलो चतुर्थांश पत्ता लगाउनुहोस् ।

प्राप्ताङ्क	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
विद्यार्थी सङ्ख्या	5	7	7	5	4

समाधान:

प्राप्ताङ्क	विद्यार्थी सङ्ख्या	c.f.
0-20	5	5
20-40	7	12
40-60	7	19
60-80	5	24
80-100	4	28
	N = 28	

अब, Q_1 पर्ने श्रेणी $= \left(\frac{N}{4}\right)$ औ पद

$$= \left(\frac{28}{4}\right)^7 = 7 \text{ औ पद}$$

यहाँ, 7 (वा भन्दा ठुलो) औ पद = 20 – 40

Q_1 पर्ने श्रेणी = 20 – 40

त्यसैले, $L = 20, = 7, c.f = 5, f = 7, i = 20$

$$Q_1 = L + \frac{\frac{N-c.f}{2}}{f} \times xi$$

$$= 20 + \frac{7-5}{7} \times 20$$

$$= 20 + \frac{2 \times 20}{7}$$

$$= \frac{140 \times 40}{7} = \frac{180}{7} = 25.71$$

त्यसैले दिइएको तथ्याङ्कको पहिलो चतुर्थांश (Q_1) = 25.56

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

(क) दिइएको तथ्याङ्कबाट मध्यिका निकाल्नुहोस् ।

प्राप्ताङ्क	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
विद्यार्थी सङ्ख्या	2	5	7	6	3	2

(ख) दिएको तथ्याङ्कबाट पहिलो चतुर्थांश निकाल्नुहोस् ।

उमेर	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
बरम्बारता	4	8	12	20	18	6

(ग) दिइएको आँकडाबाट तेस्रो चतुर्थांश (Q_3) निकाल्नुहोस् ।

तैल (kg)	40-44	44-48	48-52	52-56	56-60	60-64
विद्यार्थी सङ्ख्या	8	10	14	16	3	1

नमुना 2 :

दिइएको तथ्याङ्कको मध्यिका 18 भए 'k' को मान निकाल्नुहोस् ।

प्राप्ताङ्क	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
विद्यार्थी सङ्ख्या	5	K	20	4	2

समाधान

प्राप्ताङ्क	विद्यार्थी सङ्ख्या	c.f.
0-10	5	5
10-20	K	5+k
20-30	20	25+k
30-40	4	29+k
40-50	2	31+k
	$N = 31 + k$	

यहाँ, मध्यिका = 18 औं पद

मध्यिका पर्ने श्रेणी = 10 - 20

अब, $L = 10$, $\left(\frac{N}{4}\right) = \frac{31+k}{2}$ c.f = 5, $f = k$, $i = 10$

त्यसैले,

$$\text{मध्यिका} = L + \frac{\frac{N-c.f}{f}}{2} \times i$$

$$\text{or, } 18 = 10 + \frac{\frac{31+k}{2}}{k} \times 10$$

$$\text{or, } 18 - 10 = \frac{\frac{31+k-10}{2}}{k} \times 10$$

$$\text{or, } 8 = \frac{21+k}{2 \times k} \times 10$$

$$\text{or, } 8 \times k = (21 + k) \times 5$$

$$\text{or, } 8k - 5k = 105$$

$$\text{or, } 3k = 105$$

$$\text{or, } k = \frac{105}{3}$$

$$\therefore k = 35$$

दिइएको तथ्याङ्कको मध्यिका 18 भए $k = 35$ हुन्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

(क) दिइएको तथ्याङ्कको मध्यिका 24 भए 'p' को मान कति होला ?

वर्गान्तर	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
बारम्बारता	4	12	P	9	5

(ख) यदि पहिलो चतुर्थांश 31 छ भने 'm' को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

वर्गान्तर	10-10	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
बारम्बारता	4	5	M	8	7	6

(ग) यदि $Q_3 = 60$ भए 'x' को मान निकाल्नुहोस् ।

उमेर (वर्षमा)	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
सङ्ख्या	3	5	4	5	4	X	3

5. अभ्यासका लागि थप मिश्रित प्रश्नहरू

(क) दिइएको तथ्याङ्कको Q_1 निकाल्नुहोस् ।

वर्गान्तर	0-20	0-40	0-60	0-80	0-100
बारम्बारता	4	12	P	9	5

(ख) दिइएको तथ्याङ्कको मध्यिका पत्ता लगाउनुहोस् ।

वर्गान्तर	$0 \leq x < 4$	$4 \leq x < 8$	$8 \leq x < 12$	$12 \leq x < 16$	$16 \leq x < 20$
बारम्बारता	5	7	8	7	5

(ग) दिइएको तथ्याङ्कको मध्यिका 32 भए a को मान कति होला ?

प्राप्ताङ्क	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
विद्यार्थी सङ्ख्या	5	8	A	9	7	1

क्षेत्र : द सम्भाव्यता (Probability)

१. क्षेत्र परिचय

(क) पाठ्यक्रमले कक्षा १० का लागि तोकिएको विषयवस्तु

- पारस्परिक निषेधक घटनाहरू (mutually exclusive events) का लागि सम्भाव्यताको जोड सिद्धान्त (addition law) र गुणन सिद्धान्त (multiplication law) सम्बन्धी साधारण समस्या
 - सम्भाव्यता वृक्ष चित्र (tree diagram) सम्बन्धी समस्या (तिन घटनामा दुई तह र दुई घटनामा तिन तहसम्म मात्रै)
 - साधारण पराश्रित घटनाहरूका सम्भाव्यता सम्बन्धी समस्या (थैलोबाट बल निकाल्ने)।
- (ख) यस एकाइबाट एसएलसीमा दुई ओटा छोटो उत्तर आउने प्रश्नहरू सोध्ने प्रावधान रहेको छ। दुवै प्रश्नहरू २ अङ्कका हुने हुनाले जम्मा ४ अङ्क यस एकाइबाट परीक्षामा सोधिन्छ।

२. आधारभूत अवधारणा र सूत्रहरू

(क) सम्भावनाको परिचय

कुनै घटना हुन सक्छ वा सक्दैन र त्यसको निश्चितता कति छ भनी गणितीय रूपमा व्यक्त गर्ने तरिका नै सम्भाव्यता हो। जस्तै : तिमीले पाँच ओटा गुच्चा एकै पटक फालेर खोपीमा पुर्‍याउन खोज्यो। तिमीले एउटा खोपीमा खसायौ भने पुरस्कृत हुन्छौ। के एउटा गुच्चा खोपीमा पुग्छ त ? के यो निश्चित छ ? पक्कै पनि निश्चित छैन तर एउटा खोपीमा खस्न पनि त सक्छ। हो यसैलाई गणितीय भाषामा लेख्यो भने त्यो सम्भाव्यता हो।

सम्भाव्यता हामीले पढ्दै आएको भिन्नको जस्तै अवधारणा हो। माथिको उदाहरणमा पाँच ओटा गुच्चामा एउटा खोपीमा खसाल्नु भनेको भिन्नमा यसरी देखाउन सकिन्छ ?

$$\bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bullet = \frac{1}{5}$$

यदि खोपीमा खसाल्नुपर्ने एउटा भए यसलाई भिन्नमा $\frac{1}{5}$ लेखिन्छ हैन त ? हो त्यसरी नै यसको

सम्भाव्यता पनि $\frac{1}{5}$ नै हुन्छ।

फेरि, ३ ओटा कालो र एउटा सेतो पत्तीलाई सँगै राखेर भिन्नमा लेखौ त।

भिन्नमा दिइएको चित्रलाई $\frac{3}{4}$ लेखिन्छ नि।



यसैलाई सम्भाव्यतामा यसरी व्याख्या गरौं :

३ ओटा काला र एउटा सेतो कागजका पत्तीहरू भएकोबाट तिन ओटा पत्ती भिक्तो भने एउटा कालो पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ ? यो भनेको पनि ठिक उही भिन्न हो $\frac{3}{4}$ ।

अब भन्, भिन्न र सम्भाव्यतामा केही फरक छैन भने किन सम्भाव्यतालाई भिन्न भनिएन त ? होयसमा खास फरक पनि छ। त्यो के भने एउटा कालो पत्ती भिक्दा भिन्नमा $\frac{1}{4}$ हुन्छ भने सम्भाव्यतामा $\frac{3}{4}$ हुन्छ।

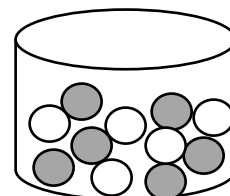
त्यो किनभने सम्भाव्यतामा कालो पत्ती ३ ओटामध्ये कुनै एउटा भिक्नुपर्ने भएकाले अंशमा ३ लेख्नुपरेको हो ।

सम्भाव्यता निकाल्ने सूत्र : सँ गैको टोकरीमा ११ ओटा बल छन् जसमा ६ ओटा कालो र ५ ओटा सेतो ।

अब, एउटा कालो बल भिक्नो भने त्यसको सम्भाव्यता $\frac{5}{11}$ हुन्छ किनकि एउटा कालो बल ५

ओटामध्येबाट कुनै पनि आउन सक्छ जुन अंशमा लेखियो र जम्मा बलहरू ११ भएकाले हरमा ११ लेखियो ।

त्यस्तै, एउटा सेतो बल आउने सम्भाव्यता कति होला त ? यो पत्ता लगाउन जम्मा सेता बलहरू कति छन् भनी जान्नुपर्छ । यहाँ ६ ओटा सेता बलहरू भएकाले एउटा बल भिक्दा सेतो पर्ने सम्भाव्यता $\frac{6}{11}$ हुन्छ । यहाँ कालो बल भिक्दा भिक्न सकिने



वा भिक्न अनुकूल हुने बलहरू ५ ओटा छन् । सेतो बल भिक्दा अनुकूल वा सम्भावित बलहरूको सङ्ख्या ६ भयो । यहाँ सेतो बल भिक्ने वा कालो बल भिक्ने कामलाई घटना भनिन्छ । त्यसैले सम्भाव्यता निकाल्ने तरिकालाई सूत्रबद्ध गरौं त :

$$\text{कुनै घटना हुन सक्ने सम्भाव्यता} = \frac{\text{जम्मा सम्भावित घटना}}{\text{जम्मा घटनाहरू}}$$

यही सूत्रका आधारमा,

$$\text{एउटा सेतो बल आउन सक्ने सम्भाव्यता} = \frac{\text{जम्मा सम्भावित घटना}}{\text{जम्मा घटनाहरू}} = \frac{6}{11} = 0.54 \text{ उत्तर ।}$$

यहाँ जम्मा अनुकूल घटना ६ हुनुको कारण सेता बलहरूको जम्मा सङ्ख्या ६ छ । स्वतन्त्र रूपमा भिक्नो भने तीमध्ये कुनै पनि बल आउन सक्छ । त्यस्तै गरी,

$$\text{एउटा कालो बल आउन सक्ने सम्भाव्यता} = \frac{\text{काला बलहरूको संख्या}}{\text{जम्मा बलहरू}} = \frac{5}{11} = 0.46 \text{ उत्तर ।}$$

(ख) पारस्परिक निषेधक घटना (Mutually Exclusive Events)

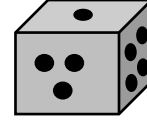
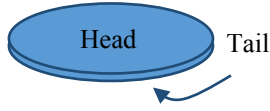
कुनै परीक्षणमा यदि दुई ओटा घटना एकै पटक पर्न सक्दैन भने त्यस्ता घटनाहरू परस्पर निषेधक घटनाहरू हुन् ।

जस्तै : एउटा डाइसमा १ देखि ६ सम्मका सतहरू हुन्छ । उक्त डाइस गुडायो भने ती छ ओटामध्ये एउटा मात्र सतह माथि पर्दछ नि । के दुई ओटा सतह एकै पटक माथि आउन सक्छन् त ? सक्दैन । हो त्यसैले डाइसका १, २, ३, ४, ५ र ६ एक अर्काका परस्पर निषेधक घटना अथवा एकै पटक आउन नसक्ने घटनाहरू हुन् ।

त्यस्तै, एउटा सिक्कालाई टस गर्नु भन्ने कि त गाई माथि पर्दछ अथवा पुच्छर पर्दछ । तर दुवै गाई र त्रिशूल त एकै पटक माथि आउँदैन । त्यसैले गाई र त्रिशूल एउटै सिक्का एक पटक पल्टाउँदा परस्पर निषेधक घटना हुन् ।

नोट : एउटै सिक्का उफार्दा वा एउटै डाइस एक पटक मात्र गुडाउँदा आउने घटना मात्र परस्पर निषेधक हुन्छन् ।

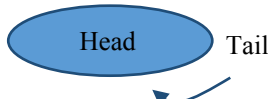
उदाहरण १. एउटा सिक्का



<ul style="list-style-type: none"> • सिक्का मात्र उफर्दा परस्पर निषेधक घटनाहरू $\{H, T\}$ • H पर्ने सम्भाव्यता $= \frac{1}{2}$ • T पर्ने सम्भाव्यता $\frac{1}{2}$ • एक पटक उफर्दा H र T दुवै पर्ने सम्भाव्यता हुँदैन । त्यसैले H र T परस्पर निषेधक घटना हुन् । 	<ul style="list-style-type: none"> • डाइसमात्र गुडाउँदा परस्पर निषेधक घटनाहरू $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ • 1 पर्ने सम्भाव्यता $= \frac{1}{6}$ • 2 पर्ने सम्भाव्यता $= \frac{1}{6}$ • 3 पर्ने सम्भाव्यता $= \frac{1}{6}$ • 4 पर्ने सम्भाव्यता $= \frac{1}{6}$ • 5 पर्ने सम्भाव्यता $= \frac{1}{6}$ • 6 पर्ने सम्भाव्यता $= \frac{1}{6}$ • एक पटक गुडाउँदा कुनै पनि दुई ओटा अङ्क एकै पटक माथि पर्ने सम्भाव्यता हुँदैन । त्यसैले 1, 2, 3, 4, 5 र 6 परस्पर निषेधक घटनाहरू हुन् ।
---	---

(ग) परस्पर स्वतन्त्र घटनाहरू (Mutually Independent Events)

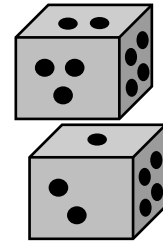
कुनै खेलमा छनोट हुनका लागि toss गरियो । पुनः अन्तिम चरणमा समूह छनोट गर्नका लागि पुनः अर्को पटक toss गरियो भने यी दुई पटक गरिएका toss हरू आपसमा असम्बन्धित छन् । यस्तो अवस्थामा गरिने सम्भाव्यताका घटनाहरूलाई असम्बन्धित घटनाहरू भनिन्छ किनकि पहिलो टसमा आउने घटना र पछिल्लो घटनामा हुने टसहरू आपसमा असम्बन्धित छन् तथा पहिलो टसमा हुने परिणामसँग दोस्रो टसमा पर्ने घटनाको कुनै असर हुँदैन ।



पहिलो टसमा $\{H, T\}$

दोस्रो टस $\{H, T\}$

यदि पहिलोमा H र दोस्रोमा T पर्‍यो भने यी दुवै घटना स्वतन्त्र घटनाहरू हुन् । त्यस्तै, दुई ओटा डाइस एकै पटक गुडाउँदा वा छुट्टा छुट्टै गुडाउँदा पर्ने सक्ने घटनाहरू दुवैमा $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ पर्दछन् ।



यहाँ पहिलो डाइसमा आउने घटना र दोस्रो डाइसमा आउने घटना असम्बन्धित घटनाहरू हुन् ।

(घ) परस्पर निषेधक घटनाको जोड सिद्धान्त

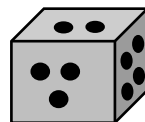
(Additive Law of Mutually Exclusive Events)

एक पटक मात्र गरिएको परीक्षणबाट परस्पर निषेधक घटना प्राप्त हुन्छ । जस्तै : एक पटक टस गर्ने, एक पटक एउटा डाइस गुडाउने परीक्षणबाट आउने घटनाहरू आदि यसका उदाहरणहरू हुन् ।

परस्पर निषेधक घटनाको सम्भाव्यताको जोड भन्नाले कुनै डाइस गुडाउँदा, $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ मध्ये कुनै एउटा घटना पर्दछ। तर 1 वा 5 पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ भनी सोध्यो भने 1 वा 5 मध्ये कुनै एउटा मात्र घटना पर्न सक्छ। यस अवस्थामा,

$$1 \text{ पर्ने सम्भाव्यता, } P(1) = \frac{1}{6}$$

$$5 \text{ पर्ने सम्भाव्यता, } P(5) = \frac{1}{6}$$



$$\begin{aligned} 1 \text{ वा } 5 \text{ मध्ये कुनै एउटा मात्र घटना पर्ने सम्भाव्यता} &= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{12} \end{aligned}$$

यहाँ 1 पर्ने सम्भाव्यता जति हुन्छ, 1 वा 5 मध्ये कुनै एक पर्ने सम्भाव्यता बढी हुन्छ। त्यसैले ती दुई सम्भाव्यतालाई जोडिन्छ। अतः

कुनै घटना A को सम्भाव्यता $P(A)$ र घटना B को सम्भाव्यता $P(B)$ भए,

$$A \text{ वा } B \text{ कुनै एक पर्ने सम्भाव्यता} = P(A) + P(B)$$

३. समाधान गरिएका उदाहरणहरू :

नमुना १ :

2 देखि 20 सम्म लेखिएका सङ्ख्या पत्तीहरूबाट नहेरिकन एउटा सङ्ख्या पत्ती थुत्दा वर्ग सङ्ख्या वा घन सङ्ख्या नै पर्ने सम्भाव्यता पत्ता लगाउनुहोस्।

समाधान :	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

यहाँ, जम्मा सङ्ख्या = 19 ओटा

वर्ग सङ्ख्याहरू = 3 ओटा

घन सङ्ख्या = 1 ओटा

$$\text{त्यसैले, वर्ग सङ्ख्या पर्ने सम्भाव्यता} = \frac{\text{वर्गसङ्ख्या हरको संख्या}}{\text{जम्मा संख्याहरू}} = \frac{3}{19}$$

$$\text{घन सङ्ख्याहरू पर्ने सम्भाव्यता} = \frac{\text{घन संख्या हरको संख्या}}{\text{जम्मा संख्याहरू}} = \frac{1}{19}$$

त्यसैले, सबैखाले सङ्ख्याहरूमध्येबाट,

$$\begin{aligned} \text{वर्ग सङ्ख्या वा घनसङ्ख्या पर्ने सम्भाव्यता} &= \text{वर्गसङ्ख्या पर्ने सम्भाव्यता} + \text{घनसङ्ख्या पर्ने सम्भाव्यता} \\ &= \frac{3}{19} + \frac{1}{19} \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{19}$$

नमुना २ :

1 देखि 100 सम्म अङ्कित सङ्ख्या पत्ती (number card) लाई राम्ररी फिटेर कुनै एउटा कार्ड नहेरीकन थुत्दा निम्न कार्डहरु पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

(i) 50 पर्ने (ii) जोर सङ्ख्याहरु पर्ने

उत्तर : जम्मा घटनाहरुको सङ्ख्या $n(S) = 100$

(i) सम्भावित घटना, 50 पर्ने सङ्ख्या पत्ती = 1 (एउटा मात्र)

$\therefore P(50) = \frac{\text{जम्मा सम्भावित घटना}}{\text{जम्मा घटनाहरु}} = \frac{1}{100}$ (किनकि 100 ओटा पत्तीहरुमध्ये एउटा मात्र 50 को पत्ती हुन्छ।

(ii) जोर सङ्ख्या आउने सङ्ख्याका सम्भावित घटनाहरु = 50 ओटा

$\therefore P(\text{जोर सङ्ख्या}) = \frac{\text{जम्मा सम्भावित घटना}}{\text{जम्मा घटनाहरु}} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरु

- 2 देखि 30 सम्म लेखिएका सङ्ख्या पत्तीहरुबाट नहेरीकन एउटा सङ्ख्या पत्ती थुत्दा वर्ग सङ्ख्या नै पर्ने सम्भाव्यता पत्ता लगाउनुहोस्। (Answer : $\frac{4}{29}$)
- 2 देखि 30 सम्मका सङ्ख्या पत्तीहरुबाट नहेरीकन एउटा पत्ती निकाल्दा वर्ग सङ्ख्या वा घन सङ्ख्या पत्ती नै पर्ने सम्भाव्यता पत्ता लगाउनुहोस्। (Answer : $\frac{6}{29}$)
- 2 देखि 30 सम्मका सङ्ख्या पत्तीहरुबाट नहेरीकन एउटा पत्ती थुत्दा रूढ सङ्ख्याकै पत्ती पर्ने सम्भाव्यता पत्ता लगाउनुहोस्। (Answer : $\frac{10}{29}$)
- एउटा स्पिनरलाई 8 ओटा भागमा 1 देखि 8 सम्म गरी बाँडिएको छ। उक्त स्पिनरलाई जोडसँग घुमाउँदा सुइराले जोर सङ्ख्या नै देखाउने सम्भाव्यता पत्ता लगाउनुहोस्। (Answer : $\frac{1}{2}$)

नमुना ३ :

52 पत्ती तासको एक प्याकबाट कुनै एउटा तास थुत्ने र त्यसलाई फिर्ता राखेर अर्को पटक पनि एउटा तास थुत्दा निम्न तासहरु आउने सम्भाव्यता कति कति हुन्छ ?

(i) दुवै पटक इटा आउने (iii) पहिलो पटक पन्जा र अर्कोमा चिड आउने

(iv) दुवै पटक पान अथवा सुरथ आउने

उत्तर

(i) एक प्याकेट तासको सङ्ख्या $n(S) = 52$, इटाको तास सङ्ख्या = 13

$$P_1 (\text{इटा}) = \frac{\text{जम्मा सम्भावित घटना}}{\text{जम्मा घटनाहरू}} = \frac{\text{इटाको तास संख्या}}{\text{जम्मा तास}} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

दोस्रो पटक पान आउने सम्भाव्यता P_2 (पान)

$$P_2 (\text{इटा}) = \frac{\text{जम्मा सम्भावित घटना}}{\text{जम्मा घटनाहरू}} = \frac{\text{पान तासको संख्या}}{\text{जम्मा तासको संख्या}} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

दुवै पटक इटा आउने सम्भाव्यतालाई P (इटा) भन्दा

$$P (\text{इटा}) = P_1 (\text{इटा}) \times P_2 (\text{इटा}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

(iii) पहिलो पटक इटा आउने सम्भाव्यतालाई P_1 (इटा) भन्दा

$$P_1 (\text{इटा}) = \frac{\text{इटा तासको संख्या}}{\text{जम्मा तासको संख्या}} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

दोस्रो पटक पान आउने सम्भाव्यतालाई P_2 (पान) भन्दा

$$P_2 (\text{पान}) = \frac{\text{पान तासको संख्या}}{\text{जम्मा तासको संख्या}} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

पहिलो पटक इटा र अर्को पटक पान आउने सम्भाव्यतालाई P (पान र इटा) भन्दा

$$P (\text{इटा र पान}) = P_1 (\text{इटा}) \times P_2 (\text{पान}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

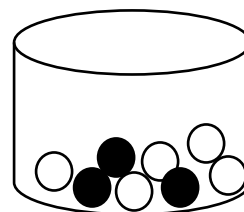
1. राम्ररी फिटेको 52 पत्तीको एक प्याक तासबाट नहेरिकन एउटा तास भिक्दा बादशाह सम्भाव्यता तत्ता लगाउनुहोस् । (Answer : $\frac{1}{13}$)
2. राम्ररी फिटेको 52 पत्तीको एक प्याक तासबाट नहेरिकन एउटा तास भिक्दा मिस्सी वा एक्का पर्ने सम्भाव्यता तत्ता लगाउनुहोस् । (Answer : $\frac{2}{13}$)
3. राम्ररी फिटेको एक गड्डी तासबाट नहेरिकन एउटा तास निकाल्दा अनुहार भएको तास वा पञ्जा पर्ने सम्भाव्यता तत्ता लगाउनुहोस् । (Answer : $\frac{4}{13}$)
4. राम्ररी फिटेको 52 पत्तीको एक प्याक तासबाट नहेरिकन एउटा तास निकाल्दा इटा वा कालो रङको तास पर्ने सम्भाव्यता तत्ता लगाउनुहोस् । (Answer : $\frac{3}{4}$)
5. 52 पत्तीको एक प्याक तासबाट एउटा तास थुत्दा एक्का वा सुरत पर्ने सम्भाव्यता तत्ता लगाउनुहोस् । (Answer : $\frac{4}{13}$)
6. एउटा सिक्का र त्यसपछि डाइससँगै (एकपछि अर्को) उफार्दा सिक्कामा गाई र डाइसमा 4 पर्ने सम्भाव्यता तत्ता लगाउनुहोस् । (Answer : $\frac{1}{12}$)

पराश्रित घटना र सम्भाव्यता वृक्ष चित्र

यदि दुई वा सोभन्दा बढी घटनाहरू एउटा पर्ने सम्भाव्यता अर्कोको सङ्ख्या वा सम्भाव्यताले असर पार्दछ भने ती घटनाहरू पराश्रित हुन् ।

नमुना ४ :

एउटा टोकरीमा ५ ओटा सेता र ३ ओटा काला बलहरू छन् भने २ ओटा बलहरू एकपछि अर्को गरी भिक्ने र भिक्िएको बललाई पुनः थैलीमा नराख्ने हो भने दुवै पटक कालो पर्ने सम्भाव्यता निकाल्न के गर्न सकिन्छ ?



यहाँ पहिलो बल भिक्दा,

$$\text{कालो पर्ने सम्भाव्यता } P_1(B) = \frac{\text{काला बलहरूको संख्या}}{\text{जम्मा बलहरूको संख्या}} = \frac{3}{8}$$

दोस्रो पटक बल भिक्दा, कालो बल पहिले नै भिक्िएको हुँदा काला बलहरूको सङ्ख्या र जम्मा बलहरूको सङ्ख्या घटेको छ । त्यसैले यस पटक बल भिक्दा हुने सम्भाव्यता पहिलेको बल भिक्दाको घटनाले फरक पार्दछ ।

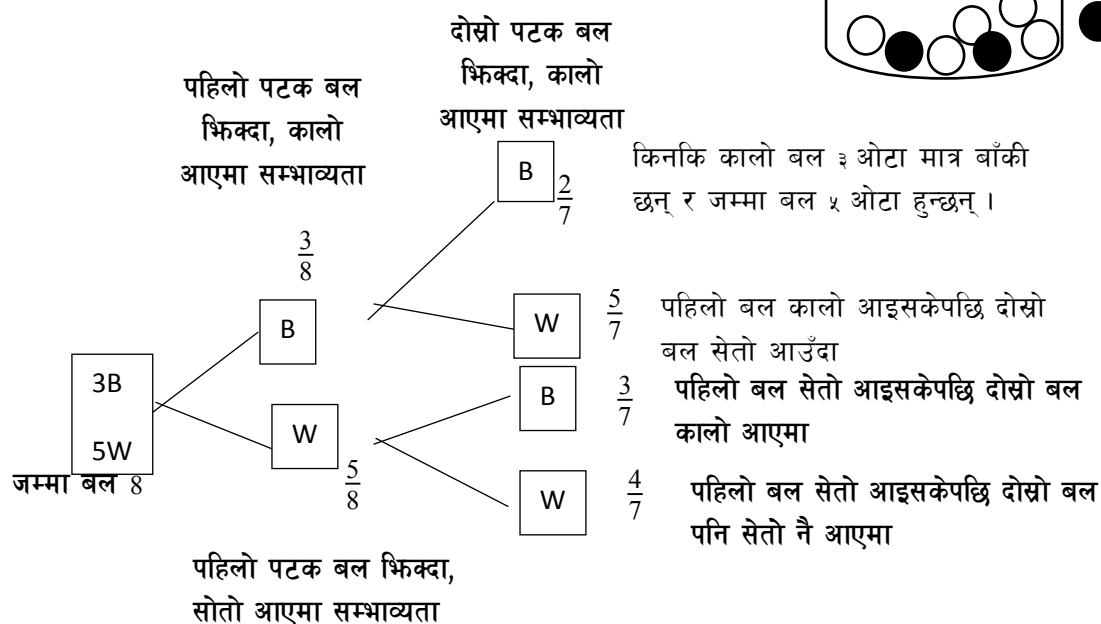
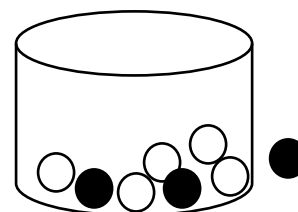
दोस्रो पटक बल भिक्दा,

$$\text{कालो पर्ने सम्भाव्यता} = \frac{\text{काला बलहरूको संख्या}}{\text{जम्मा बलहरूको संख्या}} = \frac{2}{7}$$

दुवै बल कालो पर्ने सम्भाव्यता

$$P_1(B) \text{ र } P_2(B) = \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{56} = \frac{3}{28}$$

यस परीक्षणमा आउन सक्ने घटनाहरूलाई वृक्ष चित्रमा देखाउँदा,



माथिको वृक्ष चित्रबाट, दुवै पटक कालो आउने सम्भाव्यता $\frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{56} = \frac{3}{28}$ नै भयो ।

नमुना ५ :

एउटा परिवारमा 3 जना बच्चा जन्मँदा हुने घटनाहरूको वृक्ष चित्र बनाई निम्न कुराहरू निकाल्नुहोस् :

(क) तिनै जना केटी हुने

(ख) कम्तीमा एउटा केटी हुने

उत्तर : यहाँ, तिन बच्चा जन्मँदा,

पहिलो बच्चा केटी हुने

सम्भावना P_1 (केटी) = $\frac{1}{2}$,

दोस्रो बच्चा केटी हुने सम्भावना

P_2 (केटी) = $\frac{1}{2}$

तेस्रो बच्चा केटी हुने सम्भावना

P_3 (केटी) = $\frac{1}{2}$

तिनै पटक केटी आउने

सम्भाव्यता

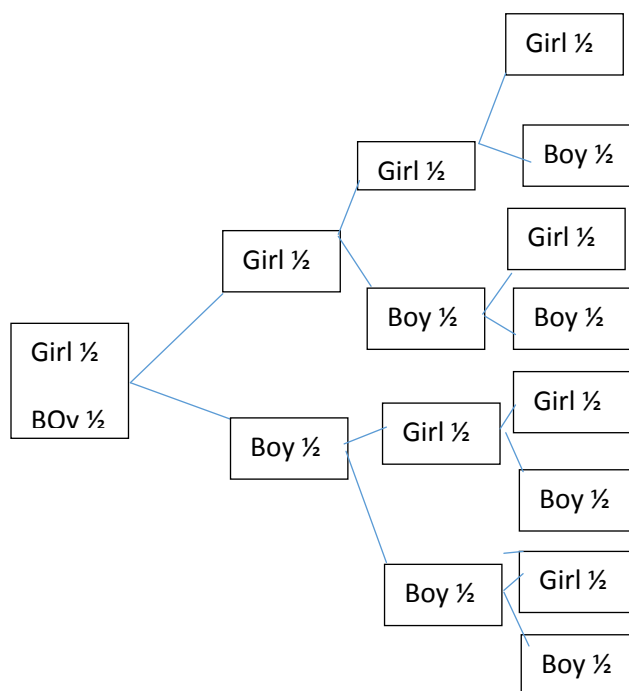
= P_1 (केटी) \times P_2 (केटी) \times

P_3 (केटी) = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

(ख) कम्तीमा एउटा केटी हुने सम्भाव्यता = 1

– सबै केटा हुने सम्भावना

= $1 - (\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$



अभ्यासका लागि प्रश्नहरू

1. एउटा भोलामा 4 ओटा सेता र 5 ओटा काला उस्तै र उत्रै बलहरू राखिएका छन् । पालैपालो पुनः नराखिकन दुई ओटा बल नहेरी थुप्दा आउने सबै सम्भावित परिणामहरूलाई वृक्ष चित्रमा देखाउनुहोस् । (Ans.....)
2. एउटा थैलीमा 7 ओटा कालो र 9 ओटा हरिया बलहरू छन् । नहेरिकन दुई ओटा बलहरू एक एक गरी (पुनः नराखी) फिक्दा बन्ने सम्भाव्यता वृक्ष चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् । (Ans.....)
3. एक दम्पतीबाट तिन ओटा बच्चा जन्मिएका छन् । सम्भाव्य परिणामहरूको सम्भाव्यतालाई वृक्ष चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् । (Ans.....)

4. एउटा परिवारमा 3 जना बच्चाहरू जन्मँदा दुई जना छोरा हुने सम्भाव्यतालाई वृक्षचित्र बनाई देखाउनुहोस् । (Ans. $\frac{33}{100}$)
5. एउटा बाक्समा 3 ओटा राता, 5 ओटा निला उस्तै सिसाकलमहरू छन् । तिन ओटा सिसाकलम नहेरिकन पुनः बाक्समा नराखी निकाल्दा बन्ने नमुनाको वृक्ष चित्र लेख्नुहोस् र तिनै ओटा निला सिसाकलम पर्ने सम्भाव्यता देखाउनुहोस् ।
(Ans. $\frac{5}{28}$)
6. एउटा बाक्समा 4 ओटा राता, 7 ओटा निला उस्तै सिसाकलमहरू छन् । तिन ओटा सिसाकलम नहेरिकन पुनः बाक्समा नराखी निकाल्दा बन्ने नमुना क्षेत्र लेख्नुहोस् ।
(Ans. $S = \{RRR, RRB, RBR, RBB, BRR, BRB, BBR, BBB\}$)
7. एउटा सिक्का तिन पटक उछाल्दा बन्ने सम्भाव्य परिणामहरूलाई वृक्ष चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् र (i) एउटा मात्र गाई पर्ने सम्भाव्यता पत्ता लगाउनुहोस् । (Ans. $\frac{3}{8}$)
8. सबै पाटाहरू समान भएको एउटा डाइस दुई पटक गुडाउँदा बन्ने नमुना क्षेत्र लेख्नुहोस् र पल्टिएका सङ्ख्याहरूको जोड 8 आउने सम्भाव्यता निकाल्नुहोस् । (Ans. $\frac{5}{28}$)

९. एस. एल. सी. परीक्षाको विशिष्टीकरण तालिका, नमूना प्रश्नपत्र, नमूना उत्तर कुञ्जिका र अभ्यासका लागि नमूना पश्नपत्र

COMPULSORY MATHS

Model Set

Time: 3.00 hours

Full Marks: 100

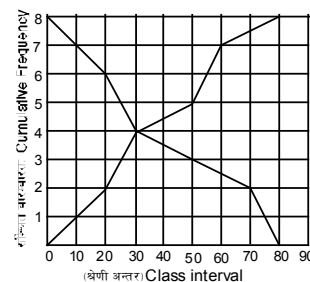
Pass Marks: 32

[9×(2+2)=36]

समूह 'क' (Group 'A')

1. a. मान निकाल्नुहोस् (Evaluate):

$$\frac{\sqrt{45a^2} - \sqrt{80a^2} + 6a\sqrt{5}}{5\sqrt{5a^2}}$$
- b. सरल गर्नुहोस् (Simplify): $\frac{a^{2p} \times a^{p-1} - a^p}{a^{3p} - a^{p+1}}$
2. a. हल गर्नुहोस् (Solve): $\sqrt[3]{2x+7} - 3 = 0$
- b. यदि एउटा धनात्मक सङ्ख्याको वर्गबाट 7 घटाउँदा परिणाम 9 हुन्छ भने उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
 If 7 is subtracted from the square of a positive number, the result is 9. Find the number.
3. a. यदि $\sum fx = 400 + 20a$, $\sum f = 18 + 2a$ र दिइएको श्रेणीको मध्यक २० भए a को मान निकाल्नुहोस् ।
 If $\sum fx = 400 + 20a$, $\sum f = 18 + 2a$, and the mean of the given series is 20, find the value of a.
- b. सँगै दिइएका सञ्चित वारम्भारता वक्रबाट मध्यिका र मधिकाको वर्ग पत्ता लगाउनुहोस् ।
 Find the median class and value of median from the adjoining cumulative frequency curve.
4. a. राम्ररी फिटिएको 52 पत्ती भएको तासको गड्डीबाट एउटा पत्ती निकालिएको छ भने उक्त पत्ति रानी अथवा कालो रङको एक्का पर्ने सम्भाव्यता पत्ता लगाउनुहोस् ।
 A card is drawn from a well-shuffled deck of 52 cards. Find the probability of getting such card is queen or a black ace.
- b. एउटा सिक्कालाई दुईपटक सम्म उफार्दा बन्ने सम्भाव्यतालाई वृक्षचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
 A coin is tossed two times and represents the probabilities in a tree diagram.



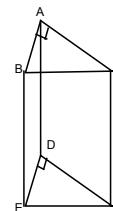
5. a. त्रिभुज ABC मा $AB=8$ से.मि. $BC=12$ से.मि. र $\angle ABC=60^\circ$ भए सो त्रिभुजको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

In $\triangle ABC$, $AB=8$ cm, $BC=12$ cm and $\angle ABC=60^\circ$.

Find the area of the triangle.

- b. दिइएको चित्र त्रिभुजाकार आधार भएको एउटा ठोस प्रिज्म हो । यदि $AB=3$ से.मि. $BC=5$ से.मि. र $CF=12$ से.मि. भए उक्त प्रिज्मको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

The adjoining diagram is a triangular based solid prism. If $AB=3$ cm, $BC=5$ cm and $CF=12$ cm find the volume of the prism.



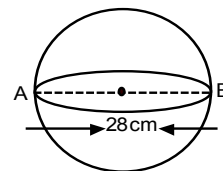
6. a. एउटा बेलनाको अर्धव्यास र उचाइको योगफल 12 से.मि र आधारको परिधि 416 से.मि. भए उक्त

बेलनाको पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

If the sum of radius and height of cylinder is 12 cm and circumference of base is 416 cm find the total surface area of that cylinder.

- b. सँगै दिइएको चित्र एउटा ठोस गोलाको हो । यदि आधारको व्यास (AB) = 28 से.मि. भए उक्त गोलाको आयतन निकाल्नुहोस् ।

The diagram given alongside is of a solid sphere. If $AB=28$ cm, Find the volume of the sphere.



7. a. एउटा वस्तुको वास्तविक मूल्यमा 15% बढाई अङ्कित मूल्य रु. 2760 कायम गरियो । सो वस्तुको वास्तविक मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

The marked price of an article was fixed to Rs. 2760 by increasing 15% in its actual price. Find its actual price.

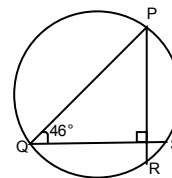
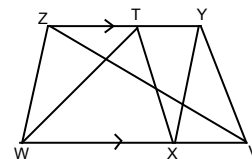
- b. रु. 5000 को प्रतिवर्ष 10% वार्षिक चक्रीय ब्याजदरले 2 वर्षमा हुने चक्रीय मिश्रधन पत्ता लगाउनुहोस् ।

Find the compound amount on Rs. 5000 in 2 years at 10% per annum.

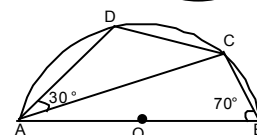
8. a. दिइएको चित्रमा, WXYZ एउटा समानान्तर चतुर्भुज छ । यदि WX लाई बिन्दु V सम्म बढाउँदा बनेको $\triangle ZYV$ को क्षेत्रफल 15cm^2 भए

$\triangle WXT$ को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

If the given figure, WXYZ is a parallelogram. WX is extended up to U and $\triangle ZYU$ is formed. If Area of $\triangle ZYU$ is 15cm^2 , find the area of $\triangle WXT$.



- b. दिइएको चित्रमा $PR \perp QS$ छ । यदि $\angle PQS=46^\circ$ भए $\angle QSR$ पत्ता लगाउनुहोस् । In the given figure, $PR \perp QS$. If $\angle PQS=46^\circ$, find $\angle QSR$.



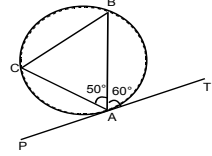
9. a. दिइएको चित्रमा बिन्दुहरु A, D, C र B अर्धवृत्तमा छन् । यदि $\angle DAC=30^\circ$ र $\angle ABC=70^\circ$ भए $\angle ACD$ पत्ता लगाउनुहोस् ।

In the given figure, points A, D, C and B are on semi-circle. If $\angle DAC=30^\circ$ and $\angle ABC=70^\circ$, find $\angle ACD$.

- b. दिइएको चित्रमा PT ले बिन्दु A मा वृत्तलाई स्पर्श गरेको छ ।

यदि $\angle BAT=60^\circ$ र $\angle BAC=50^\circ$ भए $\angle ABC$ पत्ता लगाउनुहोस् ।

In the given figure, PT touches a circle at a point A. If $\angle BAT=60^\circ$ and $\angle BAC=50^\circ$, find $\angle ABC$.



समूह 'ख' (Group 'B')

[16×4=36]

10. एउटा विद्यार्थीहरूको समूहमा गरिएको सर्वेक्षणमा 70% विद्यार्थीहरूले वैज्ञानिकहरूका सम्बन्धमा, 65% ले खेलाडीहरूका सम्बन्धमा र 430 जनाले दुवैका बारेमा अध्ययन गरेको पाइयो । यदि 8% ले कुनै को बारेमा पनि अध्ययन गरेको पाइएन भने :

In a survey of the group of students, it was found that 70% of students studied about scientists, 65% about players and 430 studied about both scientists and players. If 8% did not study about scientists and players, then,

- i) माथिको तथ्याङ्कलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

Represent the above information in a Venn-diagram.

- ii) सर्वेक्षणमा भाग लिएको जम्मा विद्यार्थीसङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

Find the total number of students who took part in the survey.

11. महत्तम समापवर्तक निकाल्नुहोस् । (Find the H.C.F of):

$$6x^2 + 2x, 6x^3 - 10x^2 - 4x \text{ and } 2(3x+1)^2$$

12. हल गर्नुहोस् । (Solve) : $5^{x-1} + 5^{-x} = 1 \frac{1}{5}$

13. सरल गर्नुहोस् । (Simplify):- $\frac{2}{x+y} - \frac{1}{x-y} - \frac{3y}{y^2-x^2} + \frac{xy}{x^3+y^3}$

14. दुई अङ्कको कुनै एउटा सङ्ख्या, त्यो सङ्ख्याको अङ्कहरूको योगको चार गुणा छ । यदि त्यो सङ्ख्याको अङ्कहरूको स्थान बदलेर बन्ने सङ्ख्या र 9 को योगफले उक्त सङ्ख्याको दुई गुणा हुन्छ भने, सो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

A two digit number is four times the sum of its digits. If the sum of the number formed by reversing its digits and 9 is two times the original number, find the original number.

15. यदि तल दिइएको आँकडाको मध्यक 68 भए x को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

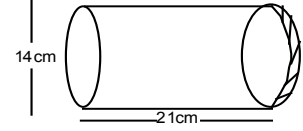
If the mean of the following data is 68, find the value of x.

Marks obtained (प्राप्ताङ्क)	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
No. of students (विद्यार्थीको संख्या)	17	22	28	26	x	12

16. एउटा नदीको किनारमा भएको 40 मिटर अग्लो रूखको टुप्पोमा उक्त नदीको अर्को किनारबाट अवलोकन गर्दा उन्नतांश कोण 30° पाइयो भने सो नदीको चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
The angle of elevation of the top of a tree, 40m high situated at the bank of a river when observed from the opposite bank of the river is found to be 30° , find the breadth of the river.

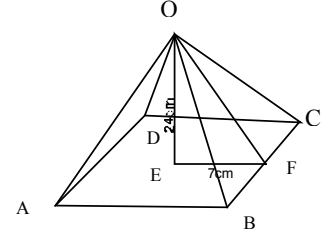
17. दिइएको ठोस वस्तु वेलना र अर्धगोला मिलेर बनेको छ । जसको आधारको व्यास 14से.मि. र पूरा लम्बाइ 21से.मि. छ भने सो ठोस वस्तुको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

The given solid object is made up of a cylinder and a hemisphere whose diameter of the base is 14cm and total length is 21 cm. Find the total surface area of the solid object.



18. तल दिइएका वर्ग आधार भएको पिरामिडको पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

Find the total surface area of the following square based pyramid.



19. A र B ले एउटा काम क्रमशः 12 र 16 दिनमा गर्न सक्छन् । A र B दुवैजना मिलेर 4 दिन काम गरेपछि B ले सो काम छोड्छ भने बाँकी काम गर्न A लाई कति दिन लाग्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

A and B can do a piece of work in 12 and 16 days respectively. A and B work together for 4 days and B leaves the work, find how long will A take to complete the remaining work.

20. एउटा क्यामरा 25% छुट दिएर 10% मूल्य अभिवृद्धि कर लगाई बेचियो । यदि छुट रकम रु. 750 भए उक्त क्यामराको मूल्यमा मूल्य अभिवृद्धि कर रकम कति थियो पत्ता लगाउनुहोस् ।
A camera was sold after allowing 25% discount on the marked price and then levying 10% value added tax (VAT). If the discounted amount was Rs.750, how much value added tax (VAT) was levied on the price of the camera?

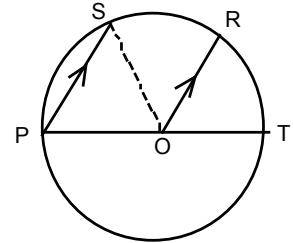
21. एउटा गाउँको जनसङ्ख्या प्रत्येक वर्ष 5 प्रतिशतले बढ्दै जान्छ । यदि दुई वर्षको अन्त्यमा 1025 जना बसाइँ सरेर अन्यत्र जाँदा सो गाउँको जनसङ्ख्या 10,000 भयो भने सुरुमा सो गाउँको जनसङ्ख्या कति थियो ?

The population of a village increases every year by 5%. If 1025 people leave the village at the end of two years and the population of the village is 10,000, find the population of the village in the beginning.

22. एउटै आधार QR र उही समानान्तर रेखाहरू QR र PS को बीचमा बनेका त्रिभुजहरू PQR र SQR को क्षेत्रफल बराबर हुन्छन् भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

Prove that the triangles PQR and SQR standing on same base QR and between same parallel lines QR and PS are equal in area.

23. सँगैको चित्रमा PT वृत्तको व्यास हो र O केन्द्रबिन्दु हो यदि चाप SR= चाप RT भए PS//OR हुन्छ भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।



In alongside diagram, PT is the diameter and O is centre of circle. If arc SR=arc RT, prove that PS//OR.

24. एउटा वृत्तको उही चापमा आधारित परिधि कोणहरू बराबर हुन्छन् भनी प्रयोगद्वारा सिद्ध गर्नुहोस्। (कम्तिमा 3से.मि. अर्धव्यास भएका दुई ओटा वृत्तहरू आवश्यक छन्।) Verify experimentally that the angles at the circumference standing on the same arc of a circle are equal. (Two circles of radii at least 3 cm are necessary.)
25. चतुर्भुज ABCD को रचना गर्नुहोस् जसमा AB=5.8 से.मि, BC=6.2से.मि, CD=5.1से.मि, DA=4.8से.मि र $\angle BAD=60^\circ$ छन्। साथै उक्त चतुर्भुजसँग क्षेत्रफल बराबर हुने त्रिभुजको रचना गर्नुहोस्।

Construct a quadrilateral ABCD in which AB=5.8cm, BC=6.2cm, CD=5.1cm, DA=4.8cm and $\angle BAD=60^\circ$. also construct a triangle equal in area to the quadrilateral ABCD.

Marking Scheme

Model set 1

1. a.

i) $\frac{9a\sqrt{5} - 4a\sqrt{5}}{5a\sqrt{5}}$ (1)

ii) $\frac{1}{a}$ (1)

b. i) $\frac{a^p(\frac{a^{2p}}{a} - 1)}{a^p(a^{2p} - a)}$ (1)

ii) $\frac{1}{a}$ (1)

2. a. i) $(\sqrt[3]{2x+7})^3 = (3)^3$
 $\Rightarrow 2x+7=27$ (1)

ii) $2x=20 \Rightarrow x=10$ (1)

b. Let the positive number be x .

i) $x^2 - 7 = 9$ (1)

ii) $x = 4$ (1)

3.

a. (i) $20 = \frac{400 + 20a}{18 + 2a}$ (1)

(ii) $a=2$ (1)

b. (i) Median class = 30-40 (1)

Median = 4 (1)

4. a

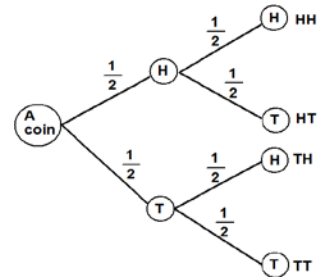
i) $P(\text{Queen}) = \frac{4}{52}$, $P(\text{B.ace}) = \frac{2}{52}$ 1

ii) $P(\text{Queen or B.ace}) = \frac{3}{26}$ 1

b.

(i) First outcome.....1

(ii) Second outcome1



5. a. (i) Area of triangle ABC =

$\frac{1}{2} \times 8\text{cm} \times 12\text{cm} \times \sin 60^\circ$ (1)

(ii) Area of triangle ABC = 55.42cm^2 (1)

b. (i) AC = 4 cm and area of triangle (A) = 6cm^2 (1)

(ii) Volume of prism (V) = 72cm^3 (1)

6. a.

i) T.S.A. of the cylinder = $2\pi r(r+h)$ (1)

ii) T.S.A. of the cylinder = $416 \times 12 = 4992\text{cm}^2$ (1)

b.

i) $V = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{28}{2}\right)^3$ (1)

ii) $V = 11498.67\text{cm}^3$ (1)

7. a.

i) $\mathcal{X} + 15\% \text{ of } \mathcal{X} = \text{Rs. } 2760$ (1)

ii) Actual price(\mathcal{X}) = Rs. 2400(1)

b.

i) $CA = \text{Rs. } 5000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2$ (1)

ii) CA = Rs. 6050(1)

8. a.
- Finding area of $\square WXYZ = 30 \text{ cm}^2$ 1
 - Finding area of $\Delta WXT = 15 \text{ cm}^2$ 1
 -
- b. (i) Finding $\angle QPR = 44^\circ$ 1
- Finding $\angle QSR = 44^\circ$ 1

- 9 a. i) Getting $\angle ADC = 110^\circ$ with correct reason 1
- Getting $\angle ACD = 40^\circ$ with correct reason 1

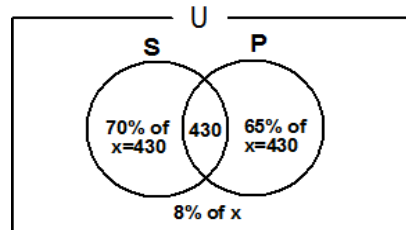
- a. i) $\angle BAC = 60^\circ$, with correct reason 1
- $\angle ABC = 70^\circ$, with correct reason 1

10. Let total number of students be x .
- Representation of the information in Venn-diagram 1+1
- $\frac{70x}{100} - 430 + \frac{65x}{100} - 430 + 430 + \frac{8x}{100} = x$ 1
 - $x = 1000$ [i.e. Total number of students = 1000] 1

Alternatively

Let $n(s \cap p)$ be $a\%$ of total students.

- Representation of information in Venn-diagram (1+1)
- $70 - a + a + 65 - a = 100 - 8$
 $a = 43$ (1)
- 43% of total students = 430 or, total students = 1000 (1)



11. i. $2x(3x+1)$ (1)
- $2x(x-2)(3x+1)$ (1)
 - $2(3x+1)(3x+1)$ (1)
12. iv. H.C.F = $2(3x+1)$ (1)

- i. Let , $5^x = a \Rightarrow a^2 - 6a + 5 = 0$ (1)
- ii. $(a-1)(a-5) = 0$ (1)
- iii. $a-1=0 \Rightarrow x=0$ (1)
 $a-5=0 \Rightarrow x=1$
- iv. $x=0, 1$ (1)

13.
 - i. $\frac{2x-2y-x-y}{x^2-y^2} + \frac{3y}{x^2-y^2} + \frac{xy}{x^3+y^3}$ (1)
 - ii. $\frac{x}{(x+y)(x-y)} + \frac{xy}{(x+y)(x^2-xy+y^2)}$ (1)
 - iii. $\frac{x^3-x^2y+xy^2+x^2y-xy^2}{(x+y)(x-y)(x^2-xy+y^2)}$ (1)
 - iv. $\frac{x^3}{(x-y)(x^3+y^3)}$ (1)

14.

Let a two digit number be $10x+y$ where x and y are the digits of ten's place and unit place respectively.

1. $10x+y=4(x+y)$
 $\Rightarrow 6x=3y$
 $\therefore y=2x$ (1)
2. $10y+x+9=2(10x+y)$
 $\Rightarrow 19x=8y+9$ (1)
3. $x=3$ and $y=6$(1)
 The original number = $10 \times 3 + 6 = 36$(1)

15

Mark obtain	No. of students	Mid value	F(m)
40-50	17	45	765
50-60	22	55	1210
60-70	28	65	1820
70-80	26	75	1950
80-90	x	85	85x
90-100	12	95	1140

$$\sum f = 105 + x \quad \sum f.m = 6885 + 85x \dots\dots\dots 1+1$$

i. $68 = \frac{6885 + 85x}{105 + x} \dots\dots\dots 1$

ii. $x = 15 \dots\dots\dots 1$

16.

- (i) Appropriate figure with description (1)
- (ii) In right angled triangle CAB, $\tan 30^\circ = \frac{40}{AB} \dots (1)$
- (iii) $AB = 40\sqrt{3}$ meter..... (1)
- (iv) The breadth of the river (AB) = 69.28..... (1)
.....meter.....(1)

17.

- i) Slant height of pyramid = 25(1)
- ii) Area of base of pyramid (A_1) = 196 cm^2 (1)
- iii) Area of 4 triangles (A_2) = 700 cm^2 (1)
- iv) Total surface area of pyramid (A) = 896 cm^2 (1)

18.

i)	Radius of the cylinder (r)= Radius of the hemisphere (r)=7cm.....1
ii)	T.S.A. of cylinder without one circular part(A_1)= $\pi r^2+2\pi rh$ $\frac{22}{7} \times 7^2 + 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 21 = 1078 \text{ cm}^2$1
iii)	Curved surface area of the hemisphere (A_2)= $2\pi r^2 = 2 \times \frac{22}{7} \times 7^2$ $=308\text{cm}^2$1
iv)	T.S.A. of the solid(A)= $A_1=A_2$ $1078+308=1386\text{cm}^2$1

19.

i)	A and B can do $\frac{7}{48}$ of work in 1day(1)
ii)	Remaining work after 4 days= $\frac{5}{12}$ works(1)
iii)	A do $\frac{5}{12}$ works in 5 days(1)
iv)	A can do remaining in 5 days.....(1)

20.

i)	$P_T = 10000+1025= 11025$(1)
ii)	$11025 = P \left(1 + \frac{5}{10}\right)^2$(1)
iii)	$11025 = P \times 1.1025$(1)
iv)	$P = \text{Rs. } 10,000$(1)

21.

- i) Let the MP be Rs x
- Discount amount = 25% of x = Rs $\frac{x}{4}$ (1)
- ii) Rs. 750 = $\frac{x}{4}$, or x = Rs 3000(1)
- iii) VAT amount (VAT) = 10% of $\left(x - \frac{x}{4}\right) = \frac{3x}{40}$ (1)
- iv) VAT amount = Rs 225(1)

22.

- i) Correct figure with given to prove and construction if necessary.....1
- ii) $\text{Ar}(\Delta PQR) = \frac{1}{2} \text{ar}(\square PQRT)$1
- iii) $\text{Ar}(\Delta SQR) = \frac{1}{2} \text{ar}(\square PQRT)$1
- iv) $\text{Ar}(\Delta PQR) = \text{Ar}(\Delta SQR)$ 1

Full marks will be given for correct and appropriate proof:

Note: If the first step is wrong zero score for this answer.

23

Following statements with correct reason.

- i) $\widehat{SR} = \widehat{RT}$ 1
- ii) $\angle SOR = \angle ROT$1
- iii) $\angle SPT = \frac{1}{2} \angle SOT = \angle ROT$1
- iv) $PS \parallel OR$1
- NB: Full marks will be given for alternative correct and appropriate proof.

24.

- i) For the correct figures.....1
- ii) For the correct measurements with table.....1+1
- iii) For the correct conclusion.....1

25.

- (i) Construction of $\angle BAD = 60^\circ$ on the line $AB = 5.8$ cm.....1
- (ii) Construction of quadrilateral ABCD.1
- (iii) Draw a line parallel to BD through the point C.....1
- (iv) Construction of required ΔADE1



नेपाल सरकार
शिक्षा मन्त्रालय
शैक्षिक जनशक्ति विकास केन्द्र
सानोठिमी, भक्तपुर

Phone No. 977-01-6631276, Fax No. 977-01-6630193
web : www.nced.gov.np, info@nced.gov.np